Zeitreihenanalyse in der klinischen Psychologie

Ein empirischer Beitrag zur Box-Jenkins Methodologie

Wolfgang Keeser

München 1979

ZEITREIHENANALYSE IN DER KLINISCHEN PSYCHOLOGIE.
EIN EMPIRISCHER BEITRAG ZUR BOX-JENKINS METHODOLOGIE.

Inaugural-Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
der Philosophie
an der Ludwig-Maximilians-Universität
zu München

vorgelegt von
Wolfgang Keeser aus Marktbreit

1979

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

Referent: Prof.Dr.Dr.J.C.Brengelmann,Ph.D.

Korreferent: Prof.Dr.B.Dahme

Tag der mündlichen Prüfung: 30.7.79

Inhaltsverzeichnis Seite

1.EINLEITUNG..... 1

2.ZUR MÖGLICHKEIT EXPERIMENTELLER FORSCHUNG INNERHALB DER KLINISCHEN PSYCHOLOGIE..... 4
2.1 Designmöglichkeiten in der klinischen Psychologie... 13
2.1.1 Vorher - Nachher Design..... 13
2.1.2.Design mit Messwiederholung..... 14
2.1.2.1 Multivariate Varianzanalyse..... 16
2.1.3 Designs mit Kontrollgruppe..... 16
2.1.3 Probleme bei Gruppendesigns..... 17
2.2 Klinische versus statistische "Signifikanz"..... 23

3.EINZELFALLANALYSE..... 25
3.1 Prozessbeschreibung..... 26
3.2 Überwindung der Kluft zwischen Forschung und Praxis. 27
3.3 Experimentelle Einzelfallanalyse..... 28
3.4 Das "Interrupted Time Series" Design..... 28
3.5 Statistische Möglichkeiten bei Einzelfallunter= suchungen..... 29
3.6 Probleme bei der Einzelfallanalyse..... 34

4.UNIVARIATE ZEITREIHENANALYSE..... 36
4.1 Unterscheidung Frequenzbereich - Zeitbereich..... 36
4.2 Kurze Darstellung der Spektralanalyse..... 37
4.2.1 Das Periodogramm..... 38
4.3 Darstellung von stochastischen Prozessen durch das Filter Modell..... 43
4.3.1 Diskrete lineare stochastische Prozesse..... 47
4.4 Einführung des "Backshift" - (Versetzungs-) und des Differenzen - Operators..... 50
4.4.1 Verhältnis von "Pi-Gewicht" Form zur "Psi-Gewicht" Form..... 53
4.5 Stochastische Prozesse und Stationarität..... 54
4.5.1 Der RAO - TINTER Test..... 57
4.6 Die Autokovarianzfunktion (AKF) und die Autokorrelationsfunktion (ACF)..... 65
4.6.1 Die Autokorrelationsfunktion (ACF) in der "Pi-Gewicht" Form..... 70
4.7 Die partielle Autokorrelationsfunktion (PACF)..... 71
4.8 Autoregressive Prozesse..... 76
4.8.1 Die ACF bei autoregressiven Prozessen..... 77
4.8.2 Die PACF bei autoregressiven Prozessen..... 78
4.8.3 Die Varianz bei autoregressiven Prozessen..... 78
4.8.4 Parameterschätzung bei autoregressiven Prozessen... 79
4.8.5 Stationaritätsbedingungen bei autoregressiven Prozessen..... 81
4.9 Moving average Prozesse..... 83

4.9.1 Die Varianz eines MA(q) Prozesses..... 83
4.9.2 Die Autokovarianzfunktion bei MA(q) Prozessen..... 84
4.9.3 Die ACF eines MA(q) Prozesses..... 86
4.9.4 Die PACF bei MA(q) Prozessen..... 86
4.9.5 Parameterschätzung bei MA(q) Prozessen..... 86
4.9.6 Invertibilitätsbedingung bei MA(q) Prozessen..... 87
4.10 Gemischte autoregressive moving average Prozesse... 88
4.10.1 Darstellung in der Psi - Gewicht Form..... 89
4.10.2 Darstellung in der Pi - Gewicht Form..... 90
4.10.3 Die AKF eines ARMA(p,q) Prozesses..... 90
4.10.4 Die Varianz eines ARMA(p,q) Prozesses..... 93
4.10.5 Die ACF eines ARMA(p,q) Prozesses..... 93
4.10.6 Parameterschätzungen bei ARMA(p,q) Prozessen..... 94
4.10.7 Die PACF eines ARMA(p,q) Prozesses..... 94
4.11 Das periodische ARIMA(p,d,q) Modell..... 94
4.12 Das multiplikative ARIMA(p,d,q) Modell..... 96
4.13 Das generelle ARIMA(p,d,q) Modell..... 97
4.14 Modellidentifikation Parameterschätzung und Modell= diagnostik..... 98
4.14.1 Modellidentifikation..... 100
4.14.2 Parameterschätzung..... 114
4.14.3 Modelldiagnostik..... 117
4.15 Beispiele aus einem Therapieexperiment..... 120

5.BIVARIATE UND MULTIVARIATE ZEITREIHENANALYSE..... 168
5.1 Kreuzkorrelationen..... 168
5.2 Transfermodelle..... 170
5.2.1 Identifikation..... 175
5.2.2 Beispiele..... 179

6.KURZER ÜBERBLICK DES GENERELLEN LINEAREN MODELLS..... 186

7.ARIMA MODELL UND GENERELLES LINEARES MODELL
7.1 Der Ansatz von BOX & TIAO (1965)..... 195
7.2 Der Ansatz von GLASS & WILLSON & GOTTMANN..... 201
7.2.1 Kritik am Ansatz von GLASS, WILLSON & GOTTMANN.. 202
7.3 Identifikation und Schätzung des ARIMA Modells über die Residuen..... 204
7.3.1 Validierung des Ansatzes der Modellidentifikation über die Residuen..... 209
7.3.2 Beispiele aus der Psychotherapieforschung..... 225
7.4 Der Ansatz von BOX und TIAO (1975)..... 267
7.4.1 Beispiele..... 269

8.DISKUSSION..... 273

LITERATURVERZEICHNIS..... 283

ANHANG: Verwendete Computerprogramme

Vorwort

In dieser Arbeit geht es um statistische Modelle der Zeitreihenanalyse, die u.a. eine objektive Beschreibung und Überprüfung von statischen und dynamischen Interventionshypothesen innerhalb einer Person erlauben.

Die Arbeit wurde in der Psychologischen Abteilung des Max Planck Institutes für Psychiatrie in München und in der Forschungsstelle für Psychotherapie Stuttgart durchgeführt.
Für die Unterstützung und Betreuung der Arbeit durch Professor Johannes C. Brengelmann möchte ich an dieser Stelle recht herzlich danken. Professor Helmut Enke danke ich für sein förderndes Verständnis der Arbeit.
Weiteren Dank schulde ich Professor Dirk Revenstorf, der in mir das Interesse an Zeitreihen geweckt hat und in zahlreichen Diskussionen festigte.
Wertvolle Hinweise gewann ich durch Gespräche mit Professor Gene V. Glass, Boulder, USA und Professor Hermann Wold, Uppsala, Schweden.
Nicht zuletzt gilt mein ganz besonderer Dank Professor Bernd Dahme, Hamburg, der das Koreferat der vorliegenden Arbeit übernahm.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41535715_0030

1.Einleitung.

In der klinischen Psychologie fallen viele Daten in Form von Zeitreihen an, z. B. in der psychophysiologischen Forschung, bei der Biosignale wie EEG, EKG, Magenmotilität etc. sequentiell erfasst werden oder in der psychotherapeutischen Prozessforschung, wo entweder täglich oder zumindest bei jeder Therapiesitzung relevante Daten erhoben werden. Anders als in der Ökonometrie, in der Modelle und Anwendungen der Zeitreihenanalyse einen festen und bedeutenden Platz im Methodeninstrumentarium des Forschers einnehmen, hat die Zeitreihenanalyse innerhalb der Psychometrie noch keinen Fuss fassen können. So ergab die Durchsicht der letzten Jahrgänge der Zeitschrift PSYCHOMETRIKA keinen einzigen Beitrag zur Zeitreihenanalyse, im Gegensatz zu Dutzenden von Arbeiten zu ganz speziellen Rotationsproblemen der Faktorenanalyse, von denen bisweilen bezweifelt werden kann, ob sie dem Untertitel der Zeitschrift ("A Journal devoted to the development of psychology as a quantitative rational science") noch gerecht werden. In jüngster Zeit wurden Zeitreihenanalysen speziell für die klinische Forschung wiederholt angeregt (BAYER, 1974; DAHME, 1977; HARTIG, 1975; HUBER, 1977, 1978; KAZDIN, 1976; KEESER, 1977, 1978; KEESER & REVENSTORF, 1976, 1977; PETERMANN, 1977, 1978; REVENSTORF & KEESER, 1976, 1977, 1979). Relevante veröffentlichte empirische Beispiele aus dem klinischen Sektor liegen jedoch nur spärlich vor (z.B. DAHME (1977), KEESER & REVENSTORF (1976), GUDAT & REVENSTORF (1976), REYNOLDS (1976)). Diese Diskrepanz liegt zum einen sicher an dem besagten Desinteresse der "Psychometriker" und zum anderen daran, dass selbst ein methodisch interessierter Kliniker selten die Zeit zur Verfügung hat, sich in die notwendigen Grundlagen der Zeitreihenanalyse einzuarbeiten. Dazu kommt , dass es um einführende verständliche Literatur schlecht bestellt ist. Eine Umfrage bei verschiedenen Kollegen deutscher Universitäten, die keinen Anspruch auf Vollständigkeit erheben kann, ergab, dass Methoden der Zeitreihenanalyse im Ausbildungsprogramm für Psychologen nur selten angeboten werden. Es ist daher nicht damit zu rechnen, dass sich an dieser Diskrepanz von "Soll" und "Ist" bald etwas ändern wird.

Die vorliegende Arbeit beschränkt sich auf die Modellklasse der ARIMA-Zeitreihenanalysen, da diese gegenüber anderen Ansätzen der Zeitreihenanalyse eine Reihe von attraktiven Eigenschaften aufweisen:

1. Ist ihre unmittelbarere Vorstellbarkeit im Gegensatz zu spektralanalytischen Ansätzen von Vorteil.

2. Ist die Vielfalt der Anwendungsmöglichkeiten des generellen linearen Modells, das Regressionsanalyse, Varianzanalyse, Kovarianzanalyse, multiple Mittelwertsvergleiche, Korrelation etc. umfasst, über ARIMA - Transformationen der Zeitreihendaten möglich.

Der Begriff ARIMA - Modell steht dabei für "autoregressives, integriertes, moving average" - Modell und wurde in dieser Form von BOX & JENKINS (1970) geprägt. Allerdings ist die Leistung von BOX & JENKINS mehr eine integrative als innovative, da sowohl autoregressive Modelle als auch moving average Modelle eine lange Tradition haben, die mit Sicherheit bis auf YULE (1927) zurückgeführt werden kann. Unter autoregressiv versteht man dabei schlicht, dass ein Wert von einem oder mehreren vorangehenden Werten in Form einer Regressionsgleichung vorhergesagt werden kann.
(1.1.1)

$$z_t = \alpha + \beta_1 e_{t-1} + \beta_2 e_{t-2} \cdots + e_t$$

Mit moving average Prozessen ist gemeint, dass ein Wert einer Zeitreihe als additive Funktion seines augenblicklichen Fehlers und seines(r) gewichteten vorangehenden Fehler(s) vorgestellt werden kann.

(1.1.2)

$$z_t = \alpha + \beta_1 z_{t-1} + \beta_2 z_{t-2} \cdots + e_t$$

YULE (1927) zeigte, dass beide Prozesse ineinander überführbar sind und zwar in der Form, dass jeder endliche autoregressive Prozess als unendlicher moving average Prozess und vice versa dargestellt werden kann. Lange Zeit waren autoregressive und moving average Prozesse auf Daten beschränkt, die keine Trends (lineare oder höhere) aufwiesen. Da in der angewandten Forschung Zeitreihen ohne Trend jedoch eher die Ausnahme als die Regel sind, ist das lange fast ausschliesslich akademisch - mathematische Interesse an solchen Prozessen teilweise verständlich. YAGLOM (1955) war vermutlich der erste, der zeigte, dass nichtstationäre Zeitreihen durch Differenzenbildung, womit gemeint ist, dass ein zeitlich fortgeschrittenerer Wert von seinem Vorgänger subtrahiert wird, stationär gemacht werden können, ohne dabei ihre interne Abhängigkeitsstruktur zu verlieren oder zu verändern. Vor diesem Hintergrund kann man sich Zeitreihen mit Trends als Summation von stationären Daten vorstellen. Das ist mit dem "I" in ARIMA gemeint, das für "integriert" steht.

Bei Beginn der vorliegenden Arbeit (1975) gab es ausser einer Veröffentlichung von DAHME (1975) in der deutschsprachigen psychologischen Literatur keine Arbeit, die sich mit Anwendungsmöglichkeiten von ARIMA-Modellen in der Psychologie beschäftigte. Im angloamerikanischen Sprachraum erschien in diesem Jahr das Buch von GLASS, WILSON und GOTTMAN "Design and analysis of time series experiments". Obwohl dieses Buch ohne Zweifel eine längst überfällige Lücke schloss und dem Sozialwissenschaftler eine gut verständliche Einführung in einige Grundlagen der BOX-JENKINS-Methodologie ermöglichte, schien es uns in zweifacher Hinsicht nicht ausreichend.

Einmal ist die theoretische Darstellung und Auseinandersetzung mit der BOX - JENKINS Methodologie zu ungenügend, um wesentliche Einsichten in Zusammenhänge des BOX - JENKINS Verfahrens beim Leser zu ermöglichen. Insbesondere ist mit der Darstellung der BOX - JENKINS Modelle durch GLASS, WILLSON & GOTTMAN (1975) der Verständniszugang zu bivariaten, multiplen und multivariaten ARIMA-Modellen, die gerade für die psychotherapeutische Prozessforschung und die Analyse von psychophysiologischen Daten sehr aussichtsreich erscheinen, nicht möglich.
Die Restriktion bei GLASS, WILLSON & GOTTMAN, eine ARIMA - Modellidentifikation getrennt für jede experimentelle Phase einer Zeitreihe durchzuführen, disqualifizierte diesen Ansatz für viele Anwendungsmöglichkeiten innerhalb der klinischen Psychologie.
Vor diesem Hintergrund ergaben sich für den Aufbau der vorliegenden Arbeit folgende Schwerpunkte:

Ort und Stellenwert der Zeitreihenanalyse im Rahmen der experimentellen klinischen Forschung sollen umrissen werden. (Kapitel 2,3).

Es soll eine ausführlichere Darstellung der Grundlagen der ARIMA - Modelle gegeben werden, als diejenige von GLASS, WILLSON & GOTTMAN, jedoch ohne den mathematischen Schwierigkeitsgrad der Originallektüre von BOX und JENKINS. (1970) (Kapitel 4).

Effizientere Wege der ARIMA Modellidentifikation und der ARIMA Transformation bei Zeitreihendaten mit Interventionseffekten sollen gesucht werden. (Kapitel 7).

Möglichkeiten von bivariaten und multiplen ARIMA-Modellen sollen behandelt werden. (Kapitel 5).

Die Brauchbarkeit von ARIMA - Modellen soll mit realen Daten aus dem klinischen Bereich überprüft werden. (Kapitel 4,5,7).

Für die empirischen Anwendungsbeispiele konnte auf Teile von Daten eines umfangreichen Therapieexperimentes zur Reduktion des Rauchens (BRENGELMANN & SEDLMAYR, 1976) zurückgegriffen werden. Diese Zeitreihen schienen wegen der "Härte" der Daten, der Länge der Zeitreihe mit 91 Tagen und wegen der grösstenteils ausgeprägten Fluktuation der Daten für Zeitreihenanalysen geeigneter zu sein, als z.B. Selbstbeurteilungsskalen. Für die Beispiele der bivariaten ARIMA - Modelle wurden Daten, die im psychophysiologischen Labor der psychologischen Abteilung des Max - Planck Institutes für Psychiatrie, München, erhoben wurden, verwendet. Ich danke den Herrn Dr. Ruppert Hölzl und Dr. Roman Ferstl für die freundliche Erlaubnis, ihre Daten zu verwenden.

2.Zur Möglichkeit experimenteller Forschung in der klinischen Psychologie.

In einem Übersichtsreferat zum Experiment in der klinischen Psychologie bemerkt BUTOLLO (1978), dass die "Konnotation des Wortes "Experiment" leicht negativ ... und durch Eigenschaften wie "bedrohlich", "ungemütlich", "riskant" vielleicht auch "gedankenlos" charakterisiert ist" und er fährt fort, "dass für die spezielle Population der klinischen Psychologen der "Bedeutungshof" des Wortes noch einige Schattierungen unfreundlicher ist."

Obwohl es neben der experimentellen Forschung zweifellos noch andere epistemologische Methoden gibt, liegt der grosse Vorteil der experimentellen Forschung in einer speziellen Form des Beantwortens von Fragen, die sich dadurch auszeichnet, dass die Methoden des Erkenntnisgewinns "öffentlich, demonstrierbar, reproduzierbar und mitteilbar sein müssen" (STRUPP, 1960).

BOX (1974, 1976) sieht die Stärke der wissenschaftlichen experimentellen Methode darin, dass sie "schnelleres und kontrollierteres Lernen" ermöglicht. Prozess und Güte des wissenschaftlichen Lernens hängen dabei von der Häufigkeit und Zuverlässigkeit ab, mit der die iterative Schleife von Theorie und Praxis durchlaufen wird, wie sie in den Abb. 2.1a,b zu sehen ist. Der Vorteil einer solchen wissenschaftlichen Strategie ist, dass sie den Forscher zwingt, flexibel zu bleiben, Hypothesen und Theorien aufgrund der Daten immer wieder zu modifizieren und erneut zu überprüfen, ganz im Sinne einer "wissenschaftlichen Evolution", im Gegensatz zur statischen Haltung eines Pygmalion, der in sein einmal geschaffenes Modell verliebt ist.

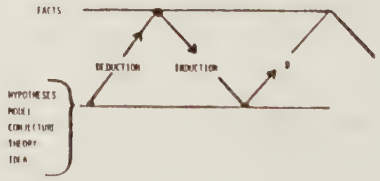


Abb. 2.1 (a): Der iterative Lernprozess der empirischen Forschung (nach BOX, 1976).

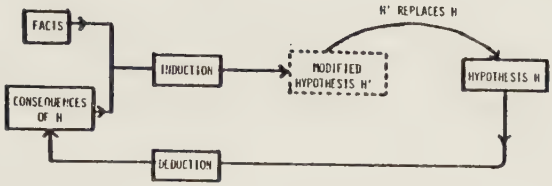


Abb. 2.1 (b): Der iterative Lernprozess der empirischen Forschung als Feedback Schleife. (nach BOX, 1976) .

Wissenschaftstheoretisch wird hier die Nähe zu POPPER deutlich. Das erkenntnistheoretische Konzept, das dahintersteht, lautet schlicht: alle Modelle, die wir uns bilden, sind streng physikalisch gesehen immer falsch; so gibt es z.B. nirgends ein Phänomen, das exakt normalverteilt ist, um nur ein Beispiel zu nennen. Dennoch ist die Modellannahme der Normalverteilung häufig eine sehr nützliche Hilfe. Die Aufgabe der experimentellen Wissenschaft ist es daher auch nicht, die "Wahrheit" zu finden (das überlassen wir den Philosophen), sondern im Sinne von OCCAM eine ökonomische Beschreibung der Daten zu liefern. Die Induktion von den Daten auf Theorie und Modellbildung stellt dabei im günstigsten Falle eine nützliche Annäherung an die Fakten der realen Welt dar (s. BOX, 1976).

In Anlehnung an den HEMPEL'schen hypothetiko- deduktiven Ansatz stellt der wissenschaftlich - evolutionäre Prozess von Abb. 2.1 ein "hypothetiko - deduktives - empirico - induktives" Modell dar. Diese Vorstellung deckt sich weitgehend mit der "induktiv - hypothetico - deduktiven" Spirale CATTELL's (1966). Annäherungen an dieses wissenschaftliche Vorgehen stellen innerhalb der klinischen Forschung etwa die Arbeiten von BRADY (1958, 1971) WEISS (1971; siehe dazu auch BUTOLLO, 1978), die Experimente zur Desensiblisierung (LANG & LAZOVICK, 1963; PAUL, 1969) oder die verhaltenstherapeutischen Forschungen zur Therapie von Phobien (MARKS, 1977) dar. In der Regel ist die experimentelle klinische Forschung jedoch noch weit von dem BOX - CATTELL' schen Forschungsparadigma entfernt. Die Gründe hierfür liegen sowohl auf der Modellebene als auch auf der experimentellen Ebene und deren statistischer Weiterverarbeitung. Auf der theoretischen Ebene fehlt zumeist eine übergreifende konzeptualisierende Theorie, wie sie die meisten empirischen Nachbardisziplinen, wie z.B. die Physik, die Chemie, aber auch Biologie und Medizin haben. So wird z.B. in der Psychotherapieforschung allgemein beklagt, dass es keine auch nur annähernd verbindliche Theorie des psychotherapeutischen Prozesses und seiner wesentlichen Determinanten gibt (KIESLER, 1966, 1971; FISKE et al.,1970; KIRCHNER et al., 1977). Als Folge davon verwenden die verschiedenen Forscher in diesem Bereich zum

grossen Teil nicht vergleichbare abhängige und unabhängige Variable, die statt einer allmählichen Konvergenz eine immer grössere Divergenz unseres Wissens produzieren. Der Vorteil eines übergreifenden Theoriengebäudes dagegen ist, dass sich in ihm empirische Befunde integrieren lassen und ein rascheres Fortschreiten der Gesamtdisziplin erlauben. Aus Mangel einer solchen integrativen Theorie herrscht in der Psychologie ein Kommen und Gehen von Theorien, deren Schicksal MEEHL (1978) so umreisst: "Most of them suffer the fate that General Mac Arthur ascribed to old generals : They never die, they just slowly fade away."

Auf der experimentellen Ebene besteht in der klinischen Psychologie teilweise grosse Schwierigkeit in einer eindeutigen Definition der unabhängigen Variablen. Wird in einem verhaltenstherapeutischen Experiment beispielsweise berichtet, "die eine Gruppe von Kindern wurde für psychosoziale Zuwendung "verstärkt", wohingegen die soziale Zuwendung in der anderen Gruppe ignoriert wurde", so ist das für einen Forscher, der das Experiment replizieren will, eine völlig unzureichende Information. Hierzu ist die genaue Angabe, womit verstärkt wurde, wann, nach welchem Verstärkungsplan etc., absolut erforderlich (s. MAHONEY, 1978). Ähnliches gilt für viele klinische Diagnosen. GARFIELD (1978) kritisiert mit Recht Experimente, in denen es lapidar heisst, "die Experimentalgruppe bestand aus 50 Schizophrenen (Hirnorganiker etc.)". Eine solche unabhängige Variable ist wissenschaftlich absolut wertlos, solange nicht objektive Angaben in Form von Testscores, Art der Hospitalisation (schizophren diagnostizierte Patienten aus Privatkliniken unterscheiden sich in mancher Hinsicht deutlich von schizophren diagnostizierten Patienten aus staatlichen Kliniken), Art der Medikation, Dosierung, Dauer der Störung etc. vorliegen. Diese beiden letzten Punkte sind nur zwei von weit mehr möglichen Gefahren, die die Gültigkeit eines Experimentes in Frage stellen können. Seit CAMPBELL & STANLEY (1966) unterscheidet man dabei, zwischen der internen Gültigkeit (internal validitiy) und der externen Gültigkeit (external validity) von Experimenten. LAKATOS (1970), MAHONEY (1978) und MITROFF & FEATHERINGHAM (1974) fordern darüber hinaus theoretische Validität von Experimenten. Als intern valide gilt ein Experiment immer dann, wenn logisch oder statistisch plausibel gemacht werden kann, dass die beobachtete Variation der abhängigen Variable auf eine durchgeführte Variation der unabhängigen Variable zurückgeführt werden kann. Gefährdet ist die interne Validität durch alle denkbaren Alternativerklärungen, die die Variation der abhängigen Variable durch andere Einflüsse als die Variation der unabhängigen Variablen erklären können. Ein Ergebnis gilt andererseits als extern valide, wenn es auf andere Versuchspersonen, andere Experimentatoren und andere Untersuchungsbedingungen übertragbar ist. Gefährdet ist die externe Validität eines Untersuchungsergebnis, wenn sich die Versuchpersonen, die Experimentatoren und die Untersuchungsbedingungen in einem oder mehreren Aspekten von denjenigen unterscheiden, auf die das Untersuchungsergebnis übertragen werden soll. Mit

KIRCHNER et al. (1977) kann man zusammenfassend sagen, dass "die Frage der internen Gültigkeit ist, ob ein Untersuchungsergebnis gültig ist und die Frage der externen Gültigkeit, für wen es gültig ist" (S.70). Die hauptsächlichen Gefahren der internen und externen Validität mit einigen für die klinische Forschung relevanten Beispielen sind nachstehend zusammengefasst.

I.Faktoren der internen Validität nach CAMPBELL & STANLEY.

1) zwischenzeitliches Geschehen ("history"):

a) Änderung der individuellen Lebenssituation, z.B Tod einer nahestehenden Person, berufliche Veränderung, neuer Partner, neue Wohnung, neues Auto.

b) Allgemeine historische - soziale Veränderungen, z.B. Veränderung der ökonomischen Situation . CARTWRIGHT (1955) kritisiert in dem Zusammenhang die interne Validität der Studie von DENKER (1947) : "DENKER's Studie wurde 1946 veröffentlicht, und alle Fälle wurden fünf Jahre weiterverfolgt. Wenn man davon ausgeht, dass die Durchführung der Untersuchung DENKER's ein Jahr in Anspruch nahm, dann muss der Beginn dieser Neurosen zwischen 1934 und 1940 liegen, denn einige Fälle waren fünf Jahre lang arbeitsunfähig und andere nur ein Jahr lang. 1933 erreichte die ökonomische Krise in den Vereinigten Staaten ihren Tiefpunkt. Von diesem Zeitpunkt an ging es mit der Wirtschaft des Landes wieder aufwärts ... In diesem Zeitraum (der sich mit dem Zeitraum der Arbeitsunfähigkeit der Patienten von DENKER überschneidet) fand augenscheinlich ein umfassender wirtschaftlicher Aufschwung statt, der überall in den Vereinigten Staaten von schwerer Arbeitslosigkeit zur Vollbeschäftigung führte. Dies legt die Frage nahe, welcher Anteil der Varianz in DENKER's Daten eher durch den nationalen Aufschwung aus einer ökonomischen Krise als durch die individuelle Heilung von Neurosen erklärt werden kann." (Seite 292). Die Studie von DENKER wird von EYSENCK (1952) als "Kronzeuge" (zusammen mit der Untersuchung von LANDIS (1937), die ebenfalls nicht unproblematisch ist) für sein Konstrukt der "spontanen Remission" der Neurosen herangezogen.
Weiter gehören hierher politische Veränderungen, sowie interne Veränderungen in Kliniken z.B. durch Personalwechsel (neuer Chef, Weggang von beliebtem Schwesternpersonal). Bei Analogiestudien mit Studenten stellt auch das Zusammenfallen der "Therapie" mit dem Zeitraum von Prüfungen eine wichtige konfundierende Variable dar.

c) Zusätzliche Therapie z.B. autogenes Training, "Wochenendencounter", Psychopharmaka. Als weiterer wichtiger Faktor, der zunehmend an Bedeutung gewinnt, müssen hier auch sogenannte "Do it yourself" Programme (sowohl in Form von Büchern als auch in Form von Tonbändern bzw. Videokassetten) gerechnet werden, die in letzter Zeit in durchaus seriöser Form von anerkannten Therapeuten (z.B. LAZARUS (o.j.),

KAPLAN - SINGER, 1975; ZIMBARDO, 1977) publiziert wurden.

2) Reifung ("maturation"):

BASTINE (1970) rechnet hierzu z.B. die "spontane Remission". Dieser Faktor hat in der klinischen Psychologie, mit Ausnahme der Kinder- und Jugendpsycholgie, jedoch weniger Relevanz als beispielsweise in der Unterrichtsforschung (für die ja die Faktorenlisten ursprünglich konzipiert wurden).

3) Auswirkungen des Testens("testing"):

LAMBERT (1976), JURJEVICH (1968) u.a. konnten zeigen, dass das Testen ohne weitere therapeutische Massnahmen positive Auswirkungen besitzt. Zur Erklärung dieses Befundes können sowohl die zahlreichen sozialpsychologischen Ergebnisse zum HAWTHORNE - Effekt gelten, die zeigten, dass das Wissen, dass man beobachtet wird per se schon verhaltensändernd wirkt, als auch die Erklärung, dass durch das Konfrontiertwerden mit Fragen u.U. erst ein Problembewusstsein bzw. eine Sensibilisierung in Gang gesetzt wird, die ebenfalls verhaltensverändernde Wirkungen haben können. Eine zusammenfassende Diskussion der verhaltenstherapeutischen Experimente zu diesem Faktor liefert KAZDIN (1974). Mit dem generellen Problem der Reaktivität von Messungen beschäftigen sich WEBB et al. (1966) ausführlich. Eine weitere Störquelle, vor allem bei Fragebögen stellt die "social desirability" dar, die in der klinischen Psychologie vor allem in Form des "Hello - good bye" Phänomens (HATHAWAY, 1948) zu beobachten ist. Gemeint ist damit eine soziale Tendenz bei Klinikaufnahme zuerst einmal einen nicht allzu schlechten Eindruck zu machen und beim Verlassen der Klinik sich dankbar gegenüber allen Beteiligten zu zeigen.

4) Instrumentation("instrumentation"):

Darunter fallen ein Reihe von Effekten, die auf die Veränderung der Kalibrierung des Messinstrumentes zurückgehen. Beim "Messinstrument Mensch" fällt darunter auch die Veränderung des "Messinstrumentes", die auf die zwischenzeitliche Vertrautheit von Tester und Testperson zurückgeht. GOTTMAN & CLASEN (1972) zitieren dazu eine Untersuchung:

> "the pitfal in this approach was clearly illustrated by a research finding in teaching speech to deaf children. Initially new teachers find the children's speech unintelligible. After teaching for six months, the teachers claimed dramatic changes in the children's speech. However, tape recordings taken at intervals cannot be distinguished by impartial observers. What has happened is that the teacher has learned the linguistic code of the children, that is, it is the teacher who changed and not the children. Yet the teachers' subjective evaluation is quite the opposite." (S.1-2)

Ein Kalibrierungsproblem liegt unseres Erachtens auch vor, wenn beim täglichen Ausfüllen von Selbstbeurteilungsskalen das "Messinstrument Subjekt" sich aufgrund von z.B. Ermüdungserscheinungen verändert.

5) Regressionseffekte ("regression"):

Diese Gefahr ist im klinischen Bereich vor allem dann relevant, wenn Gruppen aufgrund von Extremskores zusammengestellt werden. Dies führt häufig zu Fehlinterpretationen, da sich scheinbar die kränkesten Patienten durch eine Therapie am meisten bessern. Statistisch ist ein solcher Effekt darauf zurückzuführen, dass ein sehr hoher, wie auch ein sehr niedriger Wert eine geringere Auftretenswahrscheinlichkeit besitzt, als ein mittlerer Wert (man denke nur an die Normalverteilung).

6) Selektion ("selection"):

Darunter fallen nicht zufällige (bzw. nicht parallelisierte) Zuordnung von Versuchspersonen im weitesten Sinne (also im klinischen Setting auch der Therapeuten) auf Experimental- und Kontrollgruppe mit der Konsequenz, dass bei Patienten systematische Unterschiede in
(a) der aktuellen Symptomatik (Häufigkeit, Intensität, Komplexität)
(b) im bisherigen Verlauf (Dauer, bisherige Behandlungsversuche, vorübergehende krankheitsfreie Phasen)
(c) Therapieerwartungen, Motivation (freiwillig vs. unfreiwillig)
(d) stabilen Persönlichkeitsmerkmalen (Alter, Geschlecht, verbal kognitive Fähigkeiten) bestehen können.
Bei den Therapeuten fallen hierunter vor allem unterschiedliche Erfahrung, aber auch Unterschiede in den relativ stabilen Merkmalen wie affektive Beziehungsfähigkeit etc.

7) Verschiedene Interaktionen, z.B. Test x Treatment:

Dies gilt für viele Therapieexperimente, die als Versuchspersonen Klienten von Wartelisten verwenden. Das Bestehen von Wartelisten bedingt jedoch oft bei bestimmten Kliententypen eine Übertreibung, um "als besonders schwerer Fall" möglichst bald eine Therapie zu erhalten.

II. Faktoren der externen Validität nach CAMPBELL & STANLEY

1) Sensitivierung durch Vortest:

Wenn vor der Einführung eines Treatments ein Test durchgeführt wird, können Veränderungen möglicherweise auf die Sensitivierung durch den Vortest zurückzuführen sein, und deswegen nicht auf eine andere Gruppe übertragen werden, die vorher nicht getestet wurde.

1) Reaktivität auf die Untersuchungsprozedur:

Neben den Punkten, wie sie unter Faktor 3 der internen Validität aufgeführt wurden, gilt hier besonders das Faktum "novelty". Es ist in der Psychotherapieforschung ein bekanntes Phänomen, dass jede neue "Therapieblüte" anfänglich Erfolge nachweisen kann, die sich weitgehend auf die Tatsache der "Neuheit" zurückführen lassen. Auch die später nicht mehr replizierbaren Erfolgsquoten der Anfänge der Verhaltenstherapie (z.B. WOLPE' s imposanten Zahlen von über 80% Heilung) lassen sich teilweise auf das "novelty" Phänomen zurückführen.

3) Interaktion zwischen Selektion und Behandlung.

Ein grosser Teil der Entstehung und Aufrechterhaltung verschiedener therapeutischer Richtungen kann nach STEIN (1961) hierauf zurückgeführt werden. So stammten FREUD's Patienten aus einer ganz bestimmten sozialen Schicht, mit Störungen, die sich teilweise nur aus diesem sozio - historischen Kontext erklären lassen. ADLER hingegen hatte fast nur Patienten aus der Unterschicht. JUNG entwickelte seine Theorie und Therapieform an einer Gruppe übersättigter, materiell orientierter erfolgreicher Menschen mittleren Alters. FROMM's Klienten waren vornehmlich leitende Angestellte, die ihre Individualität suchten. SULLIVAN beschäftigte sich überwiegend mit katatonen jungen Schizophrenen und ROGERS arbeitete fast ausschliesslich mit Collegestudenten (nach KIESLER, 1971, S.14).

4) Interferenz meherer Behandlungen.

Hier ist im Unterschied zu Faktor 3 der internen Validität die Interferenz mehrerer experimentell geplanter Behandlungen gemeint, die als "carry over" Effekte oft schwer zu kontrollieren sind. Als ein gelungenes Design, diesen Aspekt zu kontrollieren kann das Experiment von BLANCHARD (1969) gelten: BLANCHARD verglich in einer Studie zur Behandlung der Schlangenphobie 3 Treatmentbedingungen mit einer Kontrollgruppe:

1.nur Modellernen
2.Modellernen und zusätzliche Information.
3.Modellernen, zusätzliche Information und unterstützende Hilfestellung (guided participation) durch den Therapeuten.

Dadurch, dass in aufsteigender Reihenfolge jeweils ein zusätzliches Element dazukam, konnte dessen Einfluss und Interaktion mit den anderen Elementen statistisch erfasst werden. So fand BLANCHARD, dass Modellernen 60% der Varianz der Verhaltensänderung, und 80% der Einstellungsänderung und des physiologischen Arousals erklärten. Den Rest erklärte die Hilfestellung durch den Therapeuten. Information hingegen hatte in keiner der drei Responseklassen (Verhalten, Einstellung, Physiologie) einen Effekt.

Wie man aus dem Vergleich der beiden Faktorenlisten entnehmen kann, sind die Faktoren der internen und externen Validität keineswegs disjunkt, sondern es bestehen grosse Überlappungen. Es ist aber unmittelbar einzusehen, dass interne Gültigkeit unbedingte, aber nicht hinreichende Voraussetzung ("conditio sine qua non") für die externe Gültigkeit eines Experimentes ist. BASTINE (1970) hat die Faktorenliste von CAMPBELL & STANLEY der internen Gültigkeit um einen Faktor "Interaktion von Behandlung und Nachtest" und die Liste der externen Validität um die Faktoren "Stichprobengewinnung" und "Reaktivität der Umwelt" für die Psychotherapieforschung erweitert. Beide Erweiterungen erscheinen aber nicht sehr plausibel, da der Faktor "Interaktion von Behandlung und Nachtest" gegenüber dem Punkt "Testeffekt" bei CAMPBELL & STANLEY und die beiden neuen Faktoren der externen Validität gegenüber den Faktoren "Selektion" und gleichzeitig auftretende externe Einflüsse ("history") eigentlich nichts Neues bringen.
KIRCHNER et al. (1977) unternahmen ausgehend von der Kritik von FISKE et al.(1977) an der Zusammenstellung der Kriterien für die interne und exterene Validität von CAMPBELL und STANLEY ("dabei muss natürlich beachtet werden, dass die Stärken und Schwächen ... in der Unterrichtsforschung anders zu bewerten sind als in der Psychotherapieforschung" S.35) den Versuch einer Neuordnung der Gefahren der internen und externen Validität für die klinische Forschung, der in Tab. 2.1 zusammengefasst ist. Weitere Hinweise zu Fragen der internen und externen Gültigkeit sind bei BASTINE (1970), BAYER (1974), BRACHT & GLASS (1968), HELLER & SECHREST (1966), HARTIG (1975) und REVENSTORF (1979) zu finden.

Tab. 2.1: Beeinträchtigungen der internen und externen Validität nach KIRCHNER et al.(1977)

Bereich	Einflussgrösse
1.Externe Einflüsse auf den Patienten	
Veränderung in der individuellen Lebenssituation	Veränderungen in persönlichen Beziehungen
Allgemeine gleichzeitige Veränderungen	Veränderungen der ökonomischen Situation
Gleichzeitig interferierende Behandlung	Gleichzeitige Medikation
2.Patientenmerkmale	
Symptomatik	Komplexität der Symptomatik
Relativ stabile Persönlichkeitseigenschaften	Soziale Herkunft
Situationsspezifische Merkmale	Motivation
3.Therapeutenmerkmale	
Relativ stabile Persönlichkeitseigenschaften	Qualifikation
Situationsspezifische Merkmale	Erwartungen
4.Variablen der therapeutischen Technik	
Bestandteile der Therapie	Intendierte Bestandteile der Therapie
Zeitvariablen	Gesamtdauer der Therapie
Rahmenbedingungen der Therapie	Allgemeines Setting
5.Kriteriumsmessung	
Art der Kriterien	Fragebogen
Artefakte	Statistische Regression

2.1 Designmöglichkeiten in der experimentellen klinischen Psychologie.

Die Gefahren der internen und externen Validität versucht der klinische Forscher durch entsprechende Planung seiner Untersuchung möglichst gering zu halten. Allerdings wurde in der Literatur mehrfach darauf hingewiesen, dass die Erfüllung von streng wissenschaftlichen Kriterien in der klinischen Forschung oft wesentlich schwerer zu erfüllen sind als sonst in den Sozialwissenschaften (BASTINE, 1970; BAYER, 1974; BUTOLLO, 1978; KIESLER, 1966, 1971; PAUL, 1969; PETERMANN, 1976, 1977, 1978, REVENSTORF, 1979). KIESLER (1966, 1971) vor allem hat den Patienten- und Therapeutenuniformitätsmythos als einen der hauptsächlichen Fehlerquellen in der Psychotherapieforschung entlarvt. Er schlug als Ausweg aus dieser Schwierigkeit ein umfassendes faktorielles "Grid-Modell" vor, das aber nach BASTINE (1971) bisher auch nicht annäherungsweise experimentell gefüllt werden konnte. PAUL (1969) empfahl, wegen der grossen methodischen Probleme innerhalb der klinischen Forschung mittels gut geplanter Analogiestudien und experimenteller Einzelfallstudien die Anzahl relevanter Variablen soweit einzukreisen und zu reduzieren, dass eine Untersuchung der Therapiewirkungen in faktoriellen Kontrollgruppenplänen realisierbar wird. Dabei sollte ein solches "kulminierendes" Experiment multivariat, im Sinne eines "multiple input - multiple output" (FINN, 1974) konzipiert sein. Unabhängige Variablen sollten dabei sowohl die experimentellen Bedingungen, als auch eine Reihe nicht kontrollierbarer Variablen, wie Persönlichkeit der Klienten und Therapeuten sein, deren Einfluss im Sinne von Kovariaten damit erfasst und kontrolliert werden können. Als abhängige Variable sollten neben Fragebogendaten, direkte Beobachtungen und soweit möglich psychophysiologische Daten erhoben werden, damit das "Dreiebenenmodell" (Kognition, Motorik, Physiologie (LANG, 1971; BIRBAUMER, 1974)) gefüllt ist.

2.1.1 Vorher - Nachher Design.

Beim Vergleich dieser Ansprüche mit der Wirklichkeit, stellte KIESLER (1971) fest, dass das "Vorher - Nachher" Design ohne Kontrollgrupuppe in der klinischen Forschung noch immer dominiert, obwohl es wegen seiner starken Anfälligkeit gegenüber den meisten Faktoren der internen Validität häufig kritisiert wurde (CAMPBELL & STANLEY, 1963; GOTTMAN, 1973; GOTTMAN et al., 1969; GLASS et al., 1975; PETERMANN, 1978). Ein weiteres eindrucksvolles Beispiel der Fragwürdigkeit des Vorher- Nachher Designs liefern GOTTMAN & MARKMAN (1976) mit der fiktiven "EVOP" Kurve:

> "let us assume for a moment that the EVOP curve is the fundamental change curve one would expect in psychotherapy research. Suppose further that four

investigators took their post-tests at the four different times depicted in Figure 4 (hier: Abb. 2.2) Investigator 1, who took a post-test at time 1, would show deterioration effects; investigator 2, who took a post-test at time 2, would show no significant effects; investigator 3's effects would be marginally significant; and, investigator 4 would show a significant effect." (S.38).

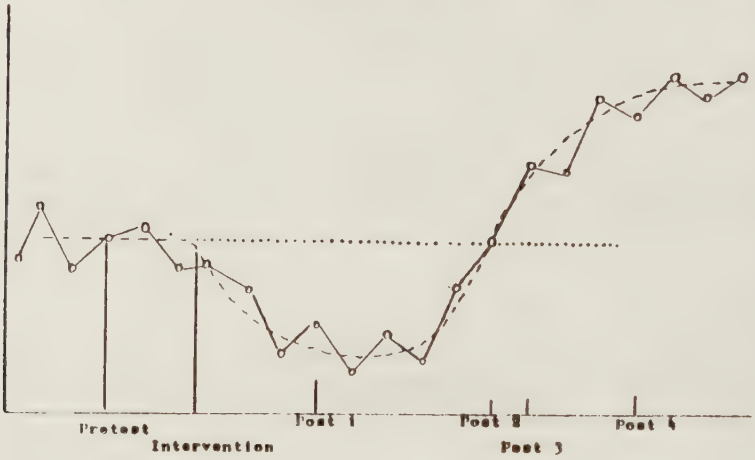


Abb. 2.2: "EVOP" Kurve (aus GOTTMAN & MARKMANN, 1978)

Mit diesem Beispiel wird klar gezeigt, dass punktuelle Messungen keine valide Information über Form und Effekt einer Veränderung geben. BERGIN (1971) meint zu diesem Punkt:

> "it would be of great interest and value in the study of therapy itself to conduct a long-range naturalistic type of inquiry into the fluctuations and pathology and distress. Periodic fluctuations could then be noted and plotted, and environmental events and interpersonal encounters could be correlated with these fluctuations." (S.256).

2.1.2 Designs mit Messwiederholungen.

Wegen dieser Nachteile von nur zwei Messpunkten kamen innerhalb der klinischen Forschung vermehrt varianzanalytische Designs mit Messwiederholungen zur

Anwendung. Allerdings ist den meisten Forschern die damit verbundene Problematik nur selten bewusst. Für viele, die sich mit den Problemen von Messwiederholungen auseinandersetzten, galt dann oft, was BEREITER (1963) auf der Konferenz "Problems in measuring change" in Wisconin so umschrieb, dass nur im Zusammenhang mit psychologischen Veränderungen "... the writer has ever heard colleagues admit to having abandoned major research objectives solely, because the statistical problems seemed to be insurmountable." (S.3). LORD (1963) wies auf derselben Konferenz darauf hin, "dass sich...mit der Veränderungsmessung herkömmliche Vorstellungen als unzulänglich erweisen können." Vereinfacht kann man sagen, dass das Hauptproblem bei der Varianzanalyse mit Messwiederholung in der unterschiedlich hohen Interkorrelation der Messwiederholungen besteht. Homogenität der Varianz - Kovarianzmatrix der Messwiederholungen ist jedoch Voraussetzung für die Gültigkeit der resultierenden Teststatistiken. Dass diese Forderung im klinischen Bereich oft nicht erfüllt ist, soll mit dem folgenden Beispiel aus der Therapieforschung gezeigt werden (aus KEESER & REVENSTORF, 1977).

Tab. 2.2: Minimum, Maximum und Durchschnitt der 13 Interkorrelationen des wöchentlichen Zigarettenkonsums der 9 experimentellen Treatmentbedingungen zur Reduktion des Rauchens (aus KEESER & REVENSTORF, 1977).

	r-max	r-min	r-mittel	e
Gesamtgruppe	0.97	0.39	0.67	0.31
Elektrische Aversion	0.96	0.57	0.80	0.29
Selbstkontrolle	0.98	0.09	0.58	0.28
Verhaltenskontrolle	0.97	0.30	0.64	0.34
Negative Übung	0.99	0.40	0.72	0.29
Verdeckte Sensiblisierung	0.95	0.02	0.48	0.24
Psychotherapie	0.95	-0.02	0.46	0.24
Kontrollgruppe	0.99	0.76	0.89	0.27
Lobelin (Droge)	0.99	0.33	0.79	0.31
Placebo (Droge)	0.99	0.31	0.72	0.32

Tab. 2.2 zeigt dabei die maximale, minimale und durchschnittliche Interkorrelation von 13 Messwiederholungen des wöchentlichen Durchschnittskonsums aus einem Therapieexperiment zur Reduktion des Rauchens (BRENGELMANN & SEDLMAYR, 1975). Bei Vorliegen von Homogenität müssten diese drei Werte gleich sein. Wie man ganz klar erkennen kann, erfüllt keine der Untersuchungsgruppen auch nur annähernd diese Bedingung. Lösungsvorschläge, die über die Korrektur der Freiheitsgrade der jeweiligen F - Werte gehen, stammen von BOX (1954) und von GREENHOUSE & GEISSER (1959).

In der letzten Spalte von Tab. 2.2 ist der Eta - Korrekturfaktor nach BOX berechnet, mit dem die Freiheitsgrade multipliziert werden müssen, um korrekte Wahrscheinlichkeiten der entsprechenden F - Werte zu erhalten.

2.1.2.1 Multivariate Varianzanalyse.

Eine andere Strategie bei Messwiederholungen stellt der Ansatz von BOCK (1975) und FINN (1974) dar, der über das Modell der multivariaten Varianzanalyse geht. Hierbei werden die Messwiederholungen als multivariate abhängige Variable aufgefasst. Streng genommen ist der Ansatz von BOCK (1975) und von FINN (1974) jedoch nicht multivariat im geläufigen Sinn, da er nur Messwiederholungen für eine abhängige Variable erlaubt. Die Einbeziehung mehrerer abhängiger Variablen mit Messwiederholungen ist mit gewissen Tricks über das COFFAM - Modell (SÖRBOM, 1973) möglich.+ Sowohl der Ansatz von BOCK und FINN, als auch der von SÖRBOM setzen allerdings voraus, dass mehr Versuchspersonen als Messzeitpunkte vorliegen (DAVIDSON, 1972). EVERITT (1975) meinte kürzlich sogar, dass multivariate Analysen, bei denen das Verhältnis Personen/Variablen nicht grösser als mindestens 5 ist, nur mit grosser Skepsis betrachtet werden könnten. Das Design mit Messwiederholung entschärft zwar einige Gefahren der internen Validität (z.B. die statistische Regression) gilt jedoch bei Fehlen einer vergleichbaren Kontrollgruppe allgemein als "schwaches" Design. CAMPBELL & STANLEY sprechen sogar grundsätzlich einem Design ohne Kontrollgruppe das Recht ab, als experimentelles Design zu gelten.

2.1.3 Designs mit Kontrollgruppe.

Die Robustheit von experimentellen Designs mit Kontrollgruppen gegenüber den Gefahren der internen und externen Validität hängt primär davon ab, wie die Zuordnung der Klienten auf die jeweilige Gruppe vorgenommen wurde. Idealerweise sollte dies nach einem strikten Zufallsprinzip erfolgen. Da dies aus technischen bzw. klinischen Gründen oft nicht möglich ist, sollten die Gruppen zumindest hinsichtlich der für die Fragestellung wichtigsten Variablen parallelisiert sein. Geschieht dies nicht, braucht man sich erst gar nicht die Mühe machen, ein Experiment durchzuführen. Die Gefahr der Reaktivität kann allerdings bei Experimenten mit Kontrollgruppe gewöhnlich auch nicht kontrolliert werden. Hierzu wurde ein spezielles Design konstruiert, das unter dem Namen SOLOMON Vier - Gruppen Design bekannt ist. Bei diesem Design werden die Versuchspersonen möglichst nach Zufall (oder parallelisiert)

+ SÖRBOM persönliche Mitteilung

einer von vier Gruppen zugewiesen, von denen zwei als Kontrollgruppen fungieren, wobei die eine Kontrollgruppe einen möglichen Testeffekt kontrolliert. Einfachheitshalber wird dieses Design im folgenden schematisch dargestellt. X ist dabei die Manipulation der unabhängigen Variablen und O stellt die Messung der abhängigen Variablen dar:

```
O X O
O   O
  X O
    O
```

Um einen Überblick über den Stand der wissenschaftlichen Zuverlässigkeit der klinischen Forschung zu erhalten, überprüften BÖTTGER et al. (1977) die Experimente der klinischen Richtung, die für sich selbst in Anspruch nimmt am wissenschaftlichsten zu sein, nämlich die Verhaltenstherapie. Zu dem Zweck beurteilten sie drei Jahrgänge (1967, 1970, 1973) der folgenden verhaltenstherapeutischen Zeitschriften:

1. Behavior Research and Therapy
2. Behavior Therapy
3. Journal of Behavior Therapy and Experimental Psychiatry
4. Journal of Applied Behavior Analysis
5. Journal of Experimental Analysis and Behavior
6. Journal of Abnormal Psychology

danach, inwieweit es möglich ist, ihre interne und externe Validität abzuschätzen. Die Gesamtzahl der aufgenommenen Artikel betrug 525, die nach den Kriterien von KIRCHNER et al. (1977) (siehe Tab. 2.1) beurteilt wurden. Von den 525 Arbeiten entfielen 183 auf Mehrgruppenstudien (35%), 105 Arbeiten waren Gruppenstudien ohne Kontroll- oder Vergleichsgruppen (20%). Mit 237 Arbeiten (45%) war die Mehrzahl der Artikel Einzelfallexperimente bzw. Fallstudien. Das Ergebnis ihrer Untersuchung ist in Tab. 2.3 zusammengefasst. Die Hoffnung, dass diese Ergebnisse vielleicht inzwischen überholt sind, scheint nicht zuzutreffen, wenn man den Autoren der Sondernummer des JOURNAL OF CLINICAL & CONSULTING PSYCHOLOGY 1978, Heft 4, das ausschliesslich methodischen Fragen und Problemen der klinischen Psychologie gewidmet war, Glauben schenkt.

2.1.4 Probleme bei Gruppendesigns.

Wegen dieser Vielfalt an methodischen Problemen, von denen die wichtigsten im letzten Abschnitt andiskutiert wurden, wurde die experimentelle Gruppenforschung in den letzten Jahren häufig kritisiert (GOTTMAN et al. 1972; JOURNAL OF APPLIED BEHAVIOR ANALYSIS (JABA); PETERMANN, 1977) Dabei kam neben den mehr formalen Problemen der externen und internen Validität vermehrt auch prinzipielle inhaltliche Kriterien zum tragen. So warf SIDMAN (1960) gruppenstatistischen Auswertungen insbesondere in der Lernforschung prinzipiell

vor, "that they obscure both, personal performance and transition states." Häufig werden in Publikationen zur Psychotherapieforschung die Mittelwertskurven der verschiedenen Therapiegruppen dargestellt. Die mindestens teilweise Berechtigung der SIDMAN'schen Kritik an dieser Praxis soll durch Abb. 2.3, die exemplarisch sowohl die Einzelverläufe, als auch den Gruppenverlauf von zwei Gruppen des schon erwähnten Therapieexperiments von BRENGELMANN & SEDLMAYR (1976) darstellt, belegt werden, auf die bei den empirischen Beispielen später immer wieder zurückgegriffen werden wird.

Tab. 2.3: Dokumentation der Kriterien für interne und externe Validität bei Mehrgruppen-(M), Gruppen-(G) und Einzelfallstudien(F) (nach BÖTTGER et al. 1977)

Variable	M	G	F
A.Externe Einflüsse auf den Patienten:			
Veränderungen im Leben	--	--	--
Interferierende Behandlung	--	-	--
B.Patienten-Merkmale			
Aktuelle Symptomatik	+	-	++
Gruppendifferenz Symptomatik	+	entfällt	
Verlauf Symptomatik	--		
Dauer Symptomatik	--		
Alter	--		++
Geschlecht	++	++	++
Persönlichkeit	--	--	-
Soziale Herkunft		--	-
Motivierung	-	--	--
Gewinnung Ptn		--	
B.Therapeuten-Merkmale.			
Alter	--	--	--
Geschlecht	-	--	--
Qualifikation	--	--	--
Persönlichkeit	--	--	--
Nicht-technikspezifisches Verhalten	--	--	--
D.Variablen der therapeutischen Technik			
Prozedur		++	
Probleme bei Behandlung	--	-	-
Gesamtdauer Therapie	+	++	
N der Sitzungen	++	++	++
Dauer pro Sitzung		+	
Sequenz über Sitzung	++	++	++
Verteilung der Sitzung		++	++
Setting	++	++	++
E.Kriteriumsmessung			
Art der Diagnose	++	++	++
Kriterium der Diagnose	+		++

++ Information in mehr als 75% der Veröffentlichungen enthalten
+ Information in mehr als 66% der Veröffentlichungen enthalten
- Information in weniger als 33% der Veröffentlichungen enthalten
-- Information in weniger als 25% der Veröffentlichungen enthalten

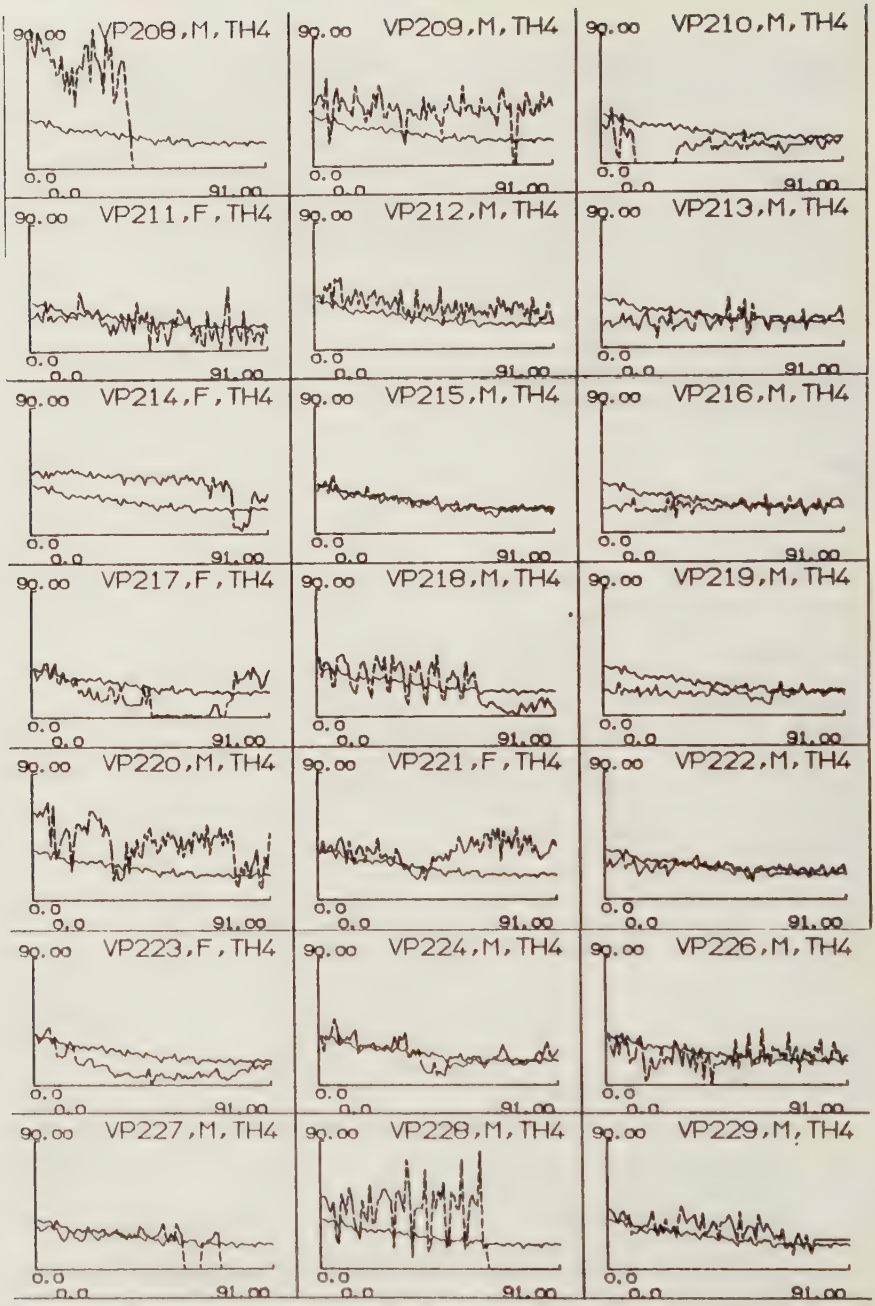


Abb. 2.3 (a): Individueller und durchschnittlicher (täglicher Mittelwert der Gesamtgruppe) Verlauf des täglichen Zigarettenkonsums bei einem Therapieexperimentes zur Reduktion des Rauchens. (Therapiemethode: "Covert Sensitization").

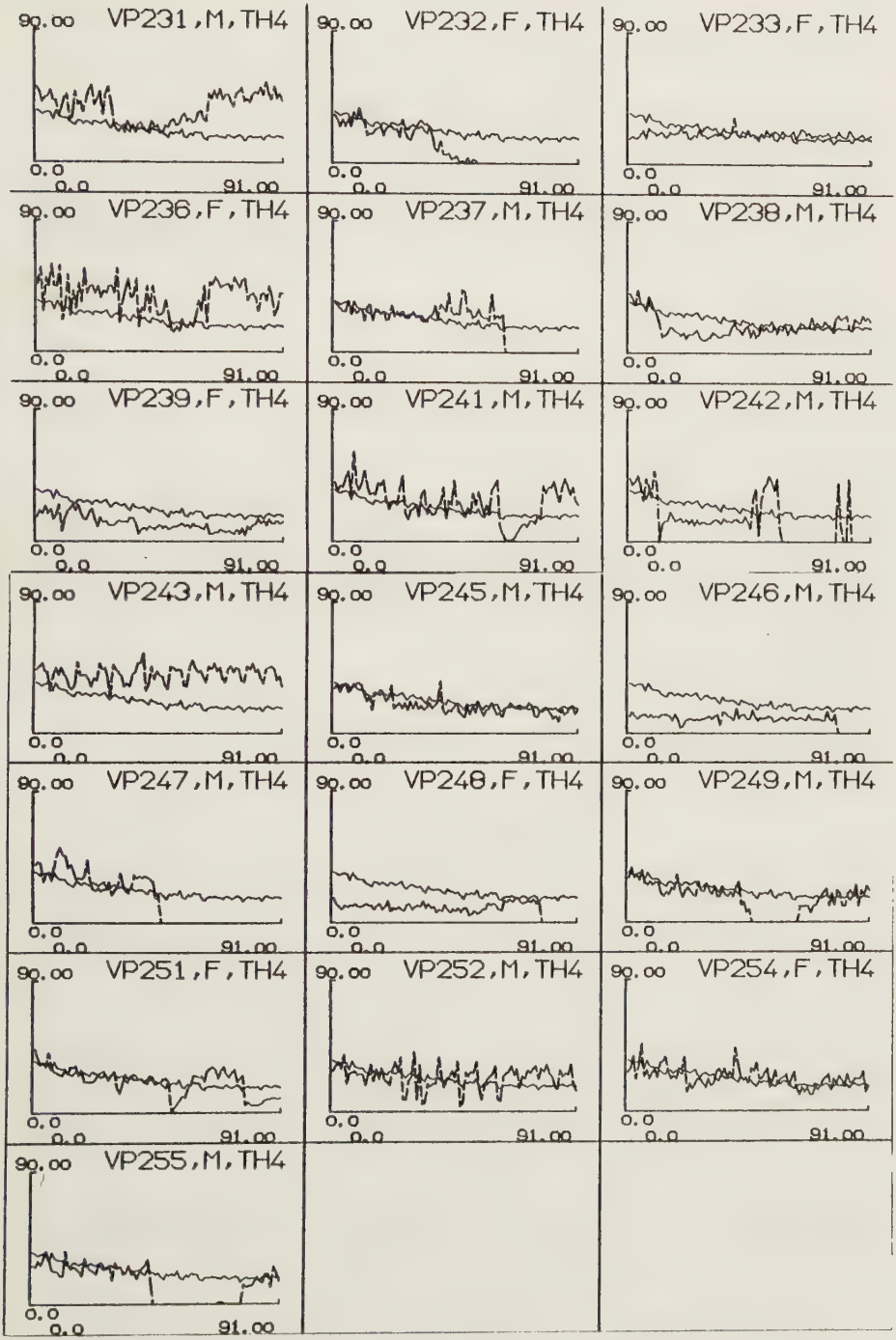


Abb. 2.3 (a): (Fortsetzung)

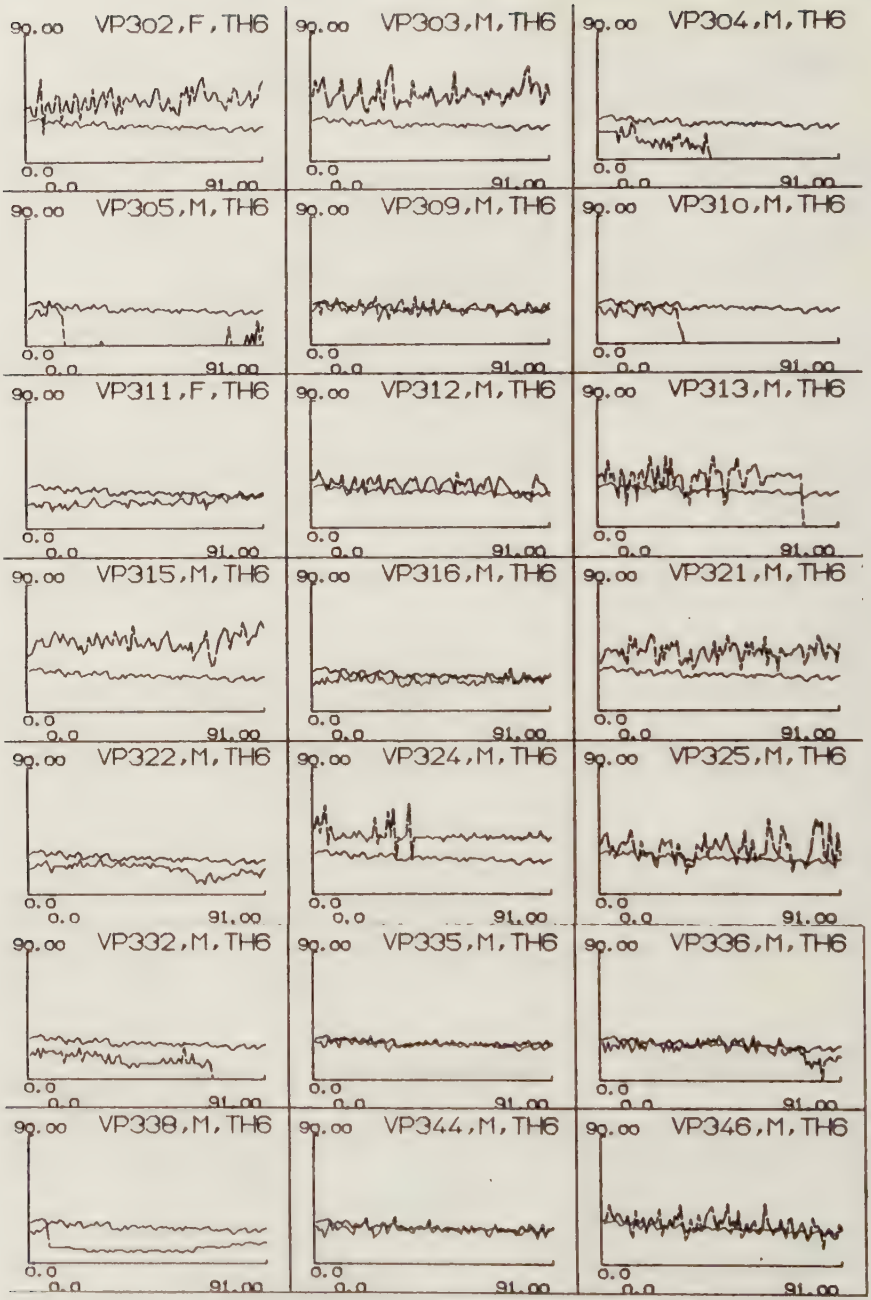


Abb. 2.3 (b): Individueller und durchschnittlicher (täglicher Mittelwert der Gesamtgruppe) Verlauf des täglichen Zigarettenkonsums bei einem Therapieexperimentes zur Reduktion des Rauchens (Kontrollgruppe).

SIDMAN (1952) und BAKAN (1954) wiesen in zwei weiteren Arbeiten auf eine weitere wichtige Fehlerquelle bei gruppenstatistischen Auswertungen von Verlaufskurven hin. Folgen beispielsweise die einzelnen Verläufe (und zwar sowohl von verschiedenen Versuchspersonen als auch derselben Versuchsperson in verschiedenen Durchgängen) einer Funktion:

(2.1.1)

$$z(t)=f(x)$$

und die Durchschnittswerte einer Funktion:

(2.1.2)

$$\bar{z}(t)=g(x)$$

dann "...g(x) may be a fundamentally different equation from f(x)" (BAKAN, 1954, S.64). Als weitere Probleme werden häufig genannt, dass klinische Populationen bezüglich wichtiger Variablen wie IQ, Dauer der Störung, Lebensumstände, Lerngeschichte, Therapieerfahrung etc. praktisch immer so inhomogen seien, dass die Voraussetzungen des experimentellen Designs ohnehin nie erfüllt werden könnten. (Viele Autoren bezweifeln auch, dass durch Randomisierung all diese Störgrössen gleichmässig verteilt werden könnten, da hierzu das N praktisch immer viel zu gering sei). Häufig sind auch bestimmte klinische Phänomene so selten, dass es ohnedies nicht gelingt, genügend grosse Stichproben für ein experimentelles Gruppendesign zusammen zu stellen. (Z.B. Anorexia nervosa). Als problematisch wird von verschiedenen Autoren auch der Begriff einer zugrundeliegenden klinischen Population angesehen, (PETERMANN, 1977). Gehört z. B. ein Klient mit einem Waschzwang zu derselben klinischen Population wie ein Klient mit Gedankenzwängen? Wobei man hier wieder weiterfragen könnte, ob nicht selbst innerhalb der verschiedenen Gedankenzwänge sehr verschiedene Mechanismen wirksam sind. Nicht zuletzt wurde im Gefolge einer zunehmenden Demokratisierung des psychiatrisch - klinischen Bereiches immer häufiger auf die ethischen Probleme einer rigorosen "Wissenschaftlichkeit" aufmerksam gemacht.
Sicherlich wäre es aber falsch, wegen dieser berechtigten Kritik am experimentellen Gruppendesign letzteres völlig aus der klinischen Forschung verbannen zu wollen. Viel sinnvoller ist es, dem Vorschlag von CHASSAN (1967) zu folgen, der für die klinischen Forschung zwei grundsätzlich gleichberechtigte Forschungsansätze empfohlen hat, die er "extensives Design" und "intensives Design" nennt. Das extensive Design entspricht dabei dem experimentellen Gruppendesign und das intensive Design der experimentellen Einzelfallanalyse.

2.2 Klinische versus statistische "Signifikanz".

Von vielen Klinikern werden immer wieder Beispiele angeführt, die die Unsinnigkeit statistischer Verfahren in

der klinischen Psychologie belegen sollen. So ist beispielsweise die Reduktion von etwa 100 Halluzinationen pro Tag auf 80 statistisch sicherlich "hochsignifikant" klinisch aber bedeutungslos. Hauptgrund für diese Polarisierung dürfte ein grundlegendes Missverständnis der Begriffe "Signifikanz" und "Nullhypothese" sein. Bei praktisch allen geläufigen Tests wird mit der "Nullhypothese" getestet ob der Unterschied zwischen verschiedenen Treatmentbedingungen oder Gruppen exakt Null ist. Es kann in jedem Buch der theoretischen (mathematischen) Statistik nachgelesen werden, dass die Wahrscheinlichkeit, dass der Unterschied exakt Null ist, mit der Grösse des N stetig abnimmt. Anders ausgedrückt: bei einer genügend grossen Stichprobe (meist schon bei n>100) wird praktisch das meiste "signifikant". Es steht nun ausser Frage, dass statistische Information, ob sich bestimmte Treatments oder Gruppen nicht signifikant von Null voneinander unterscheiden, nicht viel weiter hilft. Veröffentlichungen, die nur angeben dass Unterschiede signifikant sind, aber nicht wie gross die Unterschiede sind, bzw. wievel der Varianz der abhängigen Variable durch die unhabhängige Variable (Gruppe, Treatment) erklärt wird, sagen von daher recht wenig aus. Auf diese Problematik wurde in der Literatur oft gewiesen (BAKAN, 1966; BREDENKAMP,1972) Es wurde schon erwähnt, dass das generelle lineare Modell das die meisten geläufigen parametrischen Verfahren wie Korrelation, Regression, t-Test, Varianzanalyse beinhaltet, das bestentwickelste methodische Verfahren ist. Innerhalb des generellen linearen Modells kann nun nicht nur geprüft werden, ob sich Treatments oder Gruppen signifikant von d=0 unterscheiden, sondern ob sie sich von d=x, wobei x ein beliebiger von Null verschiedener Wert sein kann, signifikant unterscheiden. Damit können alle "klinischen Signifikanzen" auch auf ihre statistische Signifikanz überprüft werden. Allerdings mit dem "Nachteil" für manchen Kliniker, dass er Farbe bekennen muss, und angeben muss, ab wann eine Veränderung auch klinisch signifikant ist. Sehr sinnvoll ist dies eben geschilderte Verfahren vor allem bei Replikationsstudien, wo man als "Hypothese" das zu replizierende Ergebnis angibt. Für Details wird auf NAMBOODIRI et al. (1975) verwiesen.

3. Einzelfallanalyse.

Lange Zeit wurde die Einzelfallanalyse zu Unrecht als unwissenschaftlich und suspekt hingestellt. Dabei sind innerhalb der psychologischen Forschung wesentliche Erkenntnisse durch Untersuchungen an Einzelfällen gewonnen worden. EBBINGHAUS (1889) ist in diesem Zusammenhang sicherlich am meisten strapaziert worden. Neben ihm gibt es jedoch eine Vielzahl weiterer Beispiele, von denen einige exemplarisch erwähnt werden sollen. Für die Wahrnehmungspsychologie waren die Selbstversuche von STRATTON (1897) mit der Umkehrbrille zweifellos ein Meilenstein. BROCA entdeckte 1861 an einem einzelnen Patienten, dessen sprachliche Ausfälle er über einen langen Zeitraum sorgfältig untersucht hatte und den er dann nach seinem Tode obduzierte, das motorische Sprachzentrum. Ein Befund, der heute noch so gültig ist wie damals. Ebenfalls in einer Einzelfallstudie, dem sogenannten Ballonexperiment, könnten CANNON und WASHBURN (1912) wichtige Aufschlüsse über den Zusammenhang von Magenmotilität und Hungergefühl gewinnen. HERSEN und BARLOW (1976) gehen sogar so weit, die Tierexperimente von SKINNER und PAWLOW als Einzelfallstudien zu bezeichnen, da beide Forscher jeweils nur mit einem einzelnen Tier experimentierten und niemals Gruppenexperimente im klassischen Sinn durchführten. Herausragende Bedeutung hatte die Einzelfallanalyse aber zweifellos in der klinischen Psychologie. Wie hinlänglich bekannt, bildeten signifikante Einzelfälle wie z.B. der Fall der Anna O., der kleine Hans, der Fall Schreber etc. die Basis für FREUD'S Theorie. LAZARUS und DAVISON (1971) nennen sechs Vorteile von Einzelfallstudien gegenüber Gruppenexperimenten innerhalb der klinischen Forschung.

a) to cast doubt on a general theory, as in the study of the symptom substitution hypothesis;

b) to provide a heuristic toward better controlled research, as in the early clinical reports on desensitization, assertion, and sex therapy procedures;

c) to investigate rare but important phenomena, as in the study of chronic infantile vomiting (LANG & MELAMED, 1969);

d) to apply principles and notions in new ways, as in Mary Cover Jones' classic work with little Peter (JONES, 1924);

e) to demonstrate a scientific point, as in the operant reversal design to demonstrate that a behavior is under the control of a particular reinforcer or set of stimuli;

f) to place meat on the theoretical skeleton by amplifying upon an experimental procedure in an applied setting.

Als weiterer Vorteil von Einzelfallstudien gegenüber

Gruppenexperimenten kann geltend gemacht werden, dass die Vielzahl von möglicherweise konfundierenden Variablen wie Persönlichkeit, Alter etc. beim Einzelfallexperiment konstant bleiben, da es sich ja um dieselbe Person handelt. Von daher eignen sich Einzelfallexperimente insbesondere für Erkundungsstudien wie z.B. die Analyse und Interaktion von einzelnen Therapiebausteinen, wie es von GOTTMAN und MARKMAN (1978) im Rahmen ihres PDM (program development modell) empfohlen wird.

3.1 Prozessbeschreibung.

Ein wesentlicher Vorteil der Zeitreihenanalyse ist die Möglichkeit, sehr unterschiedliche periodische wie nichtperiodische Prozesse mit einer ökonomischen Klasse von Modellen hinreichend beschreiben zu können. REVENSTORF (1975) zeigte, dass Informationen über datengenerierende Prozesse zur Analyse von Therapieverläufen wertvolle Aufschlüsse geben. HARTIG (1975) weist in diesem Zusamenhang darauf hin, dass Psychotherapieforschung in neuerer Zeit weniger in Form einer Erfolgsforschung, als vielmehr zur Beschreibung und Untersuchung des Therapieverlaufs,in Form einer Prozessforschung, betrieben wird. Inwieweit zugrundeliegende generierende Prozesse - oder anders ausgedrückt - die Abhängigkeit der Daten untereinander eine psychologisch relevante Variable ist, kann beim augenblicklichen Stand der Forschung noch nicht eindeutig beantwortet werden. Erste Hinweise in diese Richtung gibt eine Arbeit von REYNOLDS (1976), der ARIMA Zeitreihenanalysen verschiedener klinisch relevanter Variablen von 8 schizophrenen Patienten über den Zeitraum von 100 Wochen rechnete. REYNOLDS berichtet, dass die jeweiligen ARIMA Modelle klinisch sinnvoll interpretierbar waren. CROWELL et al. (1977;1978) verglichen mit Hilfe einer Diskriminanzanalyse die autoregressiven Koeffizienten von EEG - Daten dreier Gruppen:

a) Frühgeburten

b) Neugeborene im Alter von 2 Tagen

c) Säuglinge zwischen 3 Wochen und drei Monaten

Die Autoren konnten mit den autoregressiven Parametern als abhängigen Variablen, diese drei Gruppen voneinander trennen. Da aus neurophysiologischen Überlegungen über das Wachstum des Nervensystems und aus medizinischen Beobachtungen diese drei Gruppen sich unterscheiden, spricht dieses Ergebnis von CROWELL et al. (1977; 1978) ebenfalls für eine mögliche qualitative Aussagekraft der ARIMA Modelle. HUBA et al. (1976) verwendeten die Autokorrelationsfunktion und die partielle Autokorrelationsfunktion (siehe hierzu Kapitel 4 der vorliegenden Arbeit) zur Analyse von Verlaufsdaten bei 10

depressiven Patienten. Die Autoren fanden mit diesen Funktionen klinisch gut interpretierbare "Stimmungsmuster". Weiterhin geben die Autoren an, dass die serielle Abhängigkeit der Daten in den Phasen schwerer Depression sich deutlich von den Phasen mässiger Depression unterschied.

3.2 Überwindung der Kluft zwischen Forschung und Praxis

Einen wichtigen wissenschaftlichen Beitrag zur Psychotherapieforschung sehen GOTTMAN & LEIBLUM (1974) in der Möglichkeit der experimentellen Einzelfallstudie kombiniert mit statistischer Zeitreihenanalyse durch niedergelassene Praktiker. FISKE et al. (1970) bemerken mit Recht "die Praxis der Psychotherapie ist bisher mit Sicherheit durch Veröffentlichungen aus der Forschung nur in geringem Umfang beeinflusst worden" (S.21). Das Umgekehrte gilt weitgehend ebenfalls. GOTTMAN & LEIBLUM (1974) meinen dazu in witziger Weise "we realize that many therapists are about as interested in the evaluation of psychotherapy as they are in having someone else judge the quality of their lovemaking" (S.52). Dadurch aber gehen der Psychotherapieforschung viele wertvolle Daten verloren, und der Praktiker beraubt sich der Möglichkeit spannender wissenschaftlicher Arbeit, die seine eigene Therapietätigkeit u.U. wesentlich verändern könnte. Zeitreihenanalysen hätten dabei sowohl für den Praktiker wie für den Forscher in der Klinik den weiteren Vorteil einer Prozesskontrolle analog den Verfahren in der Industrie (siehe BOX & DRAPER, 1975). D.h. er könnte die Wirksamkeit gewisser Interventionsmassnahmen, wie z.B. Biofeedback, noch während des therapeutischen Prozesses statistisch überprüfen. Sind Interventionseffekte dann nicht einmal statistisch signifikant, sollten sie durch alternative Techniken ersetzt werden. Oft kommt jedoch auch das Gegenteil vor, dass Interventionen statistisch signifikant sind, obwohl sie optisch noch nicht erkennbar sind. In so einem Fall eine Intervention abzubrechen oder durch eine andere Massnahme zu ersetzen, wäre dann oft nicht die günstigste Entscheidung.

Eine mögliche Strategie wäre dabei nach einem Vorschlag von BOX und TIAO (1976) bei Vorliegen einer hinreichend langen Datenreihe die Zukunft aufgrund des Verhaltens der Vergangenheit vorherzusagen. Werden dann Vertrauensintervalle auf dem 5% und/oder 10% Niveau um diese vorhergesagten Werte gelegt, so hat man ein zuverlässiges Instrument zur Hand, an dem man unmittelbar ablesen kann, ob eine neue Intervention eine signifikante Veränderung bewirkt hat. In diesem Fall müssten nämlich die tatsächlich eingetretene Werte ausserhalb der Vertrauensintervalle der vorhergesagten Werte liegen. Diese Vorgehensweise wäre unseres Erachtens vor allem in klinischen Einrichtungen eine sinnvolle Strategie, da hier

ohnedies oft tägliche Messungen vorgenommen werden, die allerdings meist erst analysiert werden, wenn der Klient die Einrichtung längst verlassen hat.

3.3 Experimentelle Einzelfallanalyse.

Häufig beschränkten sich Einzelfallstudien aus dem klinischen Bereich auf anekdotenhafte Schilderungen und Spekulationen. Dies trifft vor allem auf viele psychoanalytisch orientierte Arbeiten zu. Dass aber Einzelfallstudien auch experimentell durchgeführt werden können, zeigten schon WATSON und RYNER (192o) mit dem inzwischen klassisch gewordenen Fall des "kleinen Albert" und Mary Cover JONES (1924) mit ihrem ebenfalls berühmten Fall des "kleinen Peter". Prominente Vertreter der verhaltenstherapeutischen Richtung sehen deshalb die Einzelfallstudie überhaupt als das Forschungsinstrumentarium für die Verhaltenstherapie an:

> "Behavior therapy is the attempt to utilize systematically that body of empirical and theoretical knowledge which has resulted from the application of the experimental method in psychology of those abnormalities by means of controlled experimental studies of single cases, both descriptive and remedial" (YATES, 197o, S. 18).

Als bedeutendster Vertreter der experimentellen Einzelfallstudie in der klinischen Psychologie gilt allgemein SHAPIRO vom Maudsley Hospital in London (1951, 1957, 1961a, 1961b, 1963, 1964a, 1964b, 1966). In der experimentellen Einzelfallanalyse wird dabei völlig analog zum klassischen Experiment abhängige und unabhängige Variablen explizit definiert und die unabhängige Variable im Verlaufe des Experimentes manipuliert. Auf Einzelheiten soll hier nicht näher eingegangen werden, da hierzu in jüngster Zeit ausreichend Literatur vorliegt (BARLOW und HERSEN, 1976, FICHTER 1975, PETERMANN, 1977, GOTTMAN und MARKMAN, 1978).

3.4 Das "Interrupted Time-Series" Design.

CAMPBELL & STANLEY führten 1963 als eine Erweiterung der herkömmlichen Design - Möglichkeiten in der sozialwissenschaftlichen Forschung das "interrupted time - series" Design ein. Dieses Design ist dabei ein Spezialfall des "quasi - experimentellen Designs" bei individuellen Zeitreihendaten, aber auch bei gemittelten oder kumulierten Zeitreihendaten von Gruppen. Prinzipiell gehören damit alle experimentellen Einzelfallstudien dazu. Seine grosse

Attraktivität besteht jedoch darin, auch sogenannte "post-hoc" Hypothesen zu testen. Folgender Fall ist ein konstruiertes Beispiel dafür: Ein klinischer Psychologe bemerkt, dass neurotisch depressive Patienten nach Verwandtenbesuch höhere Depressionsskores aufweisen als gewöhnlich. Er stellt die Hypothese auf, Verwandtschaftsbesuch stehe in funktionaler Beziehung mit einer Verschlechterung des Zustandes, da die Verwandten durch Eingehen auf die Klagen des Patienten dieses Verhalten verstärken. Diese Hypothese herkömmlich zu testen wäre schwierig, da eine Gruppe keine Verwandtenbesuch bekommen dürfte, was ethische und verwaltungstechnische Probleme bereiten dürfte. Mit dem "quasi - experimentellen" Design kann er jedoch verschiedene Varianten seiner Hypothese mit speziellen Verfahren der Zeitreihenanalyse wie sie im Kapitel 7 der vorliegenden Arbeit besprochen werden, testen.+ Der Vielfalt der untersuchbaren Hypothesen sind dabei kaum Grenzen gesetzt. Eine weitere Möglichkeit besteht im Testen von sozialen bzw. legislativen Massnahmen. In diesem Zusammenhang testete GLASS (1968) die Wirksamkeit einer drastischen Geschwindigkeitsbegrenzung im Staat Connecticut im Jahre 1955 auf die Unfallzahl, und GLASS et al. (1969) überprüften die Wirkung eines neuen Ehescheidungsgesetzes in Deutschland im Jahre 1900 auf die Scheidungsquote. Im gesundheitspolitischen Sektor könnte mit diesem Design eine Reihe wichtiger Fragen statistisch überprüft werden. Z.B. ob das Verbot der Zigarettenwerbung im amerikanischen Fernsehen eine Reduktion des Zigarettenverbrauchs bewirkte etc.

LIBERMAN (1974) führte im Destrikt von L.A. ein kommunales psychiatrisches Projekt zur Verhütung von Selbstmord durch (STAR - Projekt). Bei einem solchen Projekt könnte der Effekt einer derartigen Innovation zeitreihenanalytisch untersucht werden, indem die monatlichen Selbstmordziffern der Jahre vor Einführung dieser Einrichtung mit denen danach verglichen werden. Statistisch signifikante Ergebnisse müssen hier natürlich gegen rivalisierende Alternativerklärungen, insbesondere Regressionseffekt und historische Entwicklung, abgesichert werden. Dies stellt jedoch methodisch kein allzu grosses Problem dar, da in den meisten Fällen Vergleichsdaten aus anderen Destrikten vorliegen, auf die man diesselben statistischen Verfahren anwenden kann. Interventionseffekte können dann mittels herkömmlicher t-Statistik verglichen werden (siehe GLASS, 1968,S. 73 ff.).

3.5 Statistische Möglichkeiten bei Einzelfalluntersuchungen

Der Einsatz von statistischen Möglichkeiten bei

+ Vorausgesetzt natürlich, dass Verlaufsdaten einschliesslich Angaben über wichtige Ereignisse wie z.B. Besuche vorliegen;

Einzelfallexperimenten ist gegenwärtig noch eine umstrittene Angelegenheit. GOTTMAN & GLASS (1978) zitieren hierzu als Beispiel eine Zurückweisung eines Artikels durch einen anonymen Rezensenten der renommierten Zeitschrift JOURNAL OF APPLIED BEHAVIOR ANALYSIS (JABA):

> Applied behavior analysis doesn't need sensitive statistics to salvage small effects. The field needs basic effects, that is, effects that are large, reliable, powerful, clear, and durable. Such basic effects will give us strong principles. The field doesn't need dubious, small, and sometime but statistically significant results, because these would result in the development of more and weaker principles. Behavior modification became a technology by ignoring small effects. The sort of eyeball analysis that has been done has acted as a filter, weeding out the small effects. Are we far enough along in the development of the field that we can afford to loose this filter? The reviewer doesn't think so . In the reviewer's opinion, the development of sensitive statistics appropriate for the research designs of applied behavior analysis would be bad for the field. (GOTTMAN & GLASS, 1978, S. 1)

GOTTMAN & GLASS (1978) erwidern gegen diese Art von Kritik:

> By what logic one want to overlook small effects that are actually present but somewhat obscured by uncontrollable error? (S. 3)

Sind Effekte klein, kann der Kliniker versuchen, sie durch Modifikation einer Reihe von Variablen zu vergrössern. Wenn andererseits Interventionen nicht einmal statistisch signifikant sind, sollte man Treatmenteffekte anders zu erzielen versuchen. Eine subjektive optische Kurveninspektion einem objektiven Verfahren vorzuziehen, erscheint dazu anachronistisch und problematisch. Die Reliabilität einer optischen Kurveninspektion im Vergleich zu Zeitreihenanalysen überprüfte GLASS in einem Seminar, an dem dreizehn Experten teilnahmen. GLASS liess hierzu bei zwei Zeitreihen mit jeweils einer Intervention, die Signifikanz des Effektes beurteilen. Bei Zeitreihe A, die statistisch einen signifikanten Interventionseffekt aufwies ($p<.001$), meinten nur sieben der dreizehn Beurteiler, dass der Effekt signifikant sei. Bei Reihe B, die statistisch keinen signifikanten Interventionseffekt zeigte, meinten dagegen elf der dreizehn Experten, dass hier die Intervention signifikant gewesen sei (GOTTMAN & GLASS, 1973, S. 3-4).
Hauptsächlicher Grund für solche falsche optische Interpretation von Interventionseffekten liegt in der optisch nicht erfassbaren Form der Abhängigkeit

("Autokorreliertheit"+) der Daten untereinander. Was für herkömmliche statistische Analysen gilt, nämlich dass positive Abhängigkeit ("Autokorreliertheit") der Daten den Fenler 1.Art unterschätzt, wohingegen man bei negativer Autokorreliertheit den Fehler 1.Art überschätzt, dürfte daher auch für die "optische" Analyse gelten. Dieser Sachverhalt wurde durch eine Studie von JONES et al. (1978) experimentell weiter überprüft. Zu diesem Zweck liessen die Autoren 24 ausgewählte Verläufe aus der Zeitschrift JOURNAL OF APPLIED BEHAVIOR ANALYSIS (JABA), die nach Meinung der damaligen Verfasser, signifikante Veränderungen aufwiesen, von 11 Experten beurteilen. Aufgabe der Experten war es dabei, zu beurteilen, ob eine Intervention (teilweise waren es mehrere Interventionen) eine signifikante Verhaltensveränderung mit sich brachte. Von den 24 Zeitreihen hatten 20 (83%) eine signifikante Abhängigkeit der Daten untereinander. Als objektives Kriterium für einen Interventionseffekt wurden Zeitreihenanalysen, wie sie im Kapitel 7 der vorliegenden Arbeit diskutiert werden, gerechnet. Die Genauigkeit und Zuverlässigkeit der "optischen" Analysen konnte damit objektiv und exakt überprüft werden. Es zeigte sich, dass die Übereinstimmung von objektiver statistischer Analyse und subjektiver optischer Analyse eine direkte Funktion der Abhängigkeit der Daten untereinander ist. Und zwar lag bei niedriger Abhängigkeit die Übereinstimmung bei 75%, bei mittlerer bis hoher Abhängigkeit nur mehr bei 50%, was genau der erwarteten Übereinstimmung nach dem Zufallsprinzip entspricht. Spätestens mit diesem eindeutigen empirischen Beleg durch JONES et al (1978) scheint klar zu sein, dass objektive Aussagen auch bei Einzelfallstudien nur mittels statistischer Verfahren möglich sind. Eine Zusammenstellung des prozentuellen Anteils von inferenzstatistischen Tests bei Einzelfallstudien und Gruppenstudien innerhalb der vier bedeutendsten verhaltenstherapeutischen Zeitschriften lieferten KRATOCHWILL & BRODY (1978). Diese Zusammenstellung ist in Tab. 3.1 abgebildet. Aufallend ist dabei das fast völlige Fehlen von statistischen Analysen bei Einzelfallstudien im Gegensatz zu den Gruppenexperimenten.

+Für nähere Einzelheiten hierzu siehe Kapitel 4

Tab. 3.1: Prozentueller Anteil statistischer Verfahren bei Einzelfall- und Gruppenexperimenten (nach KRATOCHWILL & BRODY, 1978).

Zeitschrift		Artikel Mit Inferenz Statistik	Anteil an Gesamtartikeln	Anteil der Studien mit Inferenzstatistik N=1	N>1
BT+	(1970-1974)	128	50%	5%	89%
BRT++	(1963-1974)	569	69%	8%	92%
JABA+++	(1968-1974)	122	18%	4%	93%
JBTEP++++	(1970-1974)	79	28%	9%	97%

+Behavior Therapy
++Behavior Research and Therapy
+++Journal of Applied Behavior Analysis
++++Journal of Behavior Therapy and Experimental Psychiatry

Die generellen statistischen Möglichkeiten bei Einzelfallexperimenten werden von KAZDIN (1977), HUBER (1978) und REVENSTORF & KEESER (1979) diskutiert. Prinzipiell kann man dabei zwischen Verfahren unterscheiden, die die Abhängigkeit der Daten berücksichtigen und solchen, die meinen, die Abhängigkeit der Daten untereinander spiele statistisch keine Rolle. Dass die letzte Ansicht falsch ist, wurde mehrmals sowohl analytisch (PADIA, 1973) als auch empirisch durch Monte Carlo Studien eindeutig belegt.

BOX (1976) untersuchte z.B. in einer Monte Carlo Studie den Effekt der Abhängigkeit von Daten auf einen parametrischen Test (t - Test) und einen nicht - parametrischen Test (MANN - WHITNEY) unter verschiedenen Verteilungsannahmen. Hierzu wurden jeweils 1000 Zufallsstichproben aus einer Rechteckverteilung, einer Normalverteilung und einer Chi - Quadrat Verteilung (mit vier Freiheitsgraden) gezogen. In diese Daten wurden mittels eines Verfahren, das uns hier nicht weiter interessieren braucht, eine positive und negative Abhängigkeit hineingebracht. Nach dem Zufall sollten 50 Signifikanztests jeweils bei einer Annahme eines Alpha - Niveaus von 5% Signifikant sein. Die Ergebnisse von BOX sind in Tab. 3.2 abgebildet. Wie man schön sehen kann betrifft die Verletzung der Unabhängigkeit der Daten sowohl die verschiedenen Verteilungen als auch die verschiedenen Tests etwa gleich stark.

Tab. 3.2: Signifikante Ergebnisse von 1000 Stichproben von Zufallszahlen bei verschiedenen Tests und verschiedenen Verteilungen bei unterschiedlicher Autokorreliertheit der Daten. (Nach BOX, 1974).

Rho	Test	Verteilung Rechteck	Normal	Chi-Quadrat
.0	t-Test	56	54	47
0.0	M-W-Test	43	45	43
-.4	t-Test	5	3	1
-.4	M-W-Test	5	1	2
+.4	t-Test	125	105	114
+.4	M-W-Test	110	96	101

Von daher ist zu erwarten, dass die Ansätze von CHASSAN (1967),SHINE & BOWER(1971), GENTILE RODEN & KLEIN (1972), denen allen mehr oder weniger gemein ist, dass sie die serielle Abhängigkeit der Daten ignorieren, falsche inferenzstatistische Ergebnisse liefern . Die zuletzt genannten Autoren wurden deswegen auch massiv kritisiert (GLASS et al., 1972; GLASS et al; 1975; HARTMANN, 1974; KAZDIN, 1976; LEVIN et al 1978; THORESEN & ELASHOFF, 1974). Unter den Ansätzen, die die Abhängigkeit der Daten berücksichtigen fallen verschiedene Randomisierungspläne (EDDINGTON, 1967, 1972(a), 1972(b), 1974, 1975), ein nicht - parametrisches Verfahren von REVUSKY (1967), Markov - Analysen und Zeitreihenanalysen. Allerdings fanden KRATOCHWILL & BRODY (1978) bei Durchsicht der Zeitschriften von Tab. 3.1 in dem dort aufgeführten Zeitraum kein einziges Beispiel für einen Randomisierungstest oder der Anwendung des Testes von REVUSKY. Als Anwendungen eines MARKOV Modells zitieren sie Arbeiten von RODEWALD (1974) und STUART (1971). Eine neuere Diskussion der Anwendungsmöglichkeiten von MARKOV - Modellen stammt von GOTTMAN & NOTARIUS (1978). Von den verschiedenen Möglichkeiten der Zeitreihenanalyse stellt der Ansatz über die Modellklasse der ARIMA Modelle (BOX & JENKINS, 1970) nach Ansicht verschiedener Autoren (GLASS et al. 1975; KAZDIN, 1977; KRATOCHWILL & BRODY, 1978) augenblicklich den erfolgversprechendsten Ansatz dar. Der grosse Vorteil dieses Verfahren gegenüber den anderen Verfahren bei Einzelfallexperiementen ist der, dass die Daten so transformiert werden, dass sie den Anforderungen des generellen linearen Modells entsprechen. (Siehe Kapitel 7). Das generelle lineare Modell ist aber das fortgeschrittenste und vielfältigste statistische Instrument innerhalb der Sozialwissenschaften. Damit kann mit den ARIMA - Zeitreihenmodellen auf eine fundierte und gut interpretierbare Palette von Verfahren bei Einzelfallexperimenten zurückgegriffen werden. (MAGUIRE & GLASS, 1967; GLASS, 1968; GLASS et al., 1971; GOTTMAN, 1973). ARIMA - Zeitreihenanalysen wurden in jüngster Zeit von verschiedenen Autoren speziell für die klinische Forschung vorgeschlagen (DAHME, 1974, 1976, 1977, 1979; GOTTMAN & LEIBLUM, 1974; HARTIG, 1975; HUBER, 1977, 1978;

KAZDIN, 1976; LUBIN, 1970; KEESER & REVENSTORF, 1976, 1977; REVENSTORF & KEESER, 1976, 1977, 1979; PETERMANN, 1977) Relevante Beispiele aus der klinischen Praxis sind jedoch äusserst rar und stehen in deutlichem Kontrast zu der Häufigkeit, mit der ARIMA Zeitreihenanalysen empfohlen werden. Nach unserer Ansicht dürfte die Hauptursache dieses Widerspruchs in den doch recht anspruchsvollen Voraussetzungen dieser Modelle liegen und an dem Mangel einer ausreichenden und verständlichen Einführung in die unumgänglichen Grundkenntnisse z.B. von stochastischen Prozessen, dem Rechnen mit Operatoren etc.

3.6 Probleme bei der Einzelfallanayse.

Über die externe Valididät von Einzelfallanalysen kann von der Sache her prinzipiell keine Aussage gemacht werden. Dieser Mangel an Generalsierbarkeit ist ganz ohne Zweifel der gravierendste Nachteil aller Formen der Einzelfallforschung. SIDMAN (1960) hat jedoch vorgeschlagen, diesen Nachteil durch systematische Wiederholung ("systematic replication") auszugleichen. Unter systematische Wiederholung fallen dabei sowohl die sogenannten ABA Designs (siehe BARLOW & HERSEN, 1976) als auch das "time lagged control design" (GOTTMAN et al., 1969). Letzteres Design wandte schon HILGARD (1933) bei einem kontrollierten Lernexperiment bei eineiigen Zwillingen an (Abb. 3.1). Von hieraus sind zumindest bedingte Generalisierungen möglich.

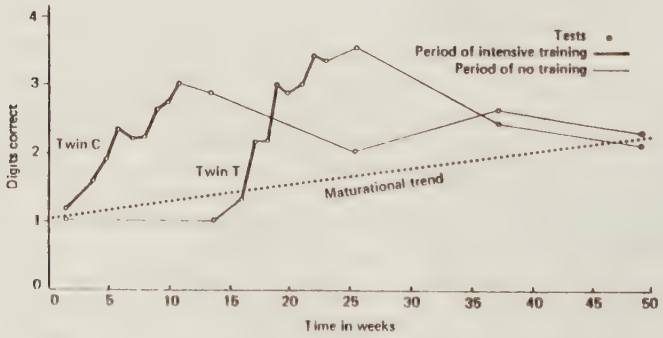


Abb. 3.1: Beispiel eines "Time lagged control design" bei eineiigen Zwillingen. (nach HILGARD, 1933, S.67)

Wie wir jedoch aus der Übersicht von BÖTTGER et al. (1977), KIESLER (1966, 1971) und FISKE et al. (1977) entnehmen können, ist es mit der externen Valididät von Gruppenexperimenten im klinischen Bereich ebenfalls schlecht

bestellt, so dass von daher das Argument der mangelnden Generalisierbarkeit von Einzelfallanalysen beim augenblicklichen Stand der Forschung nicht allzu stichhaltig ist. Andererseits können aber, zumindest theoretisch, viele Gefahren der internen Validität, vor allem was die externen Einflüsse angeht, beim Einzelfall besser erfasst werden, als dies beim Gruppenexperiment der Fall ist. Es ist daher äusserst erstaunlich und bedenklich, dass von den 237 Einzelfallanalysen, die BÖTTGER et al. (1977) überprüften, in weniger als 75% dieser Veröffentlichungen Angaben über externe Einflüsse oder interferierende gleichzeitige Behandlung vorlagen. Da ausserdem nur ein geringer Prozentsatz (siehe Tab. 3.1) der Einzelfallanalysen statistisch ausgewertet werden, die "optische" Analyse jedoch durch die experimentellen Befunde von JONES et al. (1978) höchst problematisch ist, ist der wissenschaftliche Erkenntnisertrag der meisten Einzelfallanalysen damit erheblich gemindert.

Ein spezielles Problem das bei den statistischen ARIMA - Zeitreihenanalysen auftaucht ist die die Voraussetzung von mindestens 50 Zeitpunkten, die möglichst auch noch äquidistant sein sollen (BOX & JENKINS, 1970, S. 1). In der Psychophysiologie wie bei Therapieprozessen (wenn man genügend lange Baselinezeiten und Nachuntersuchungen miteinbezieht) fallen jedoch ohnedies weit mehr Daten an, so dass diese Einschränkung hier nur von untergeordneter Bedeutung ist. Der Grund für die notwendige grosse Zahl von Zeitpunkten liegt darin, dass bei vielen Modellen der späteren Kapitel gewisse Parameter sehr klein sind. Damit sich diese bei konkreten Zeitreihendaten statistisch von Null unterscheiden, muss das n daher teilweise sehr hoch sein.

Wie in den späteren Kapiteln noch näher gezeigt werden wird, ist der eigentliche Anwendungsbereich der BOX-JENKINS-Methodologie innerhalb der klinischen Forschung meist ein anderer als der von BOX und JENKINS ursprünglich intendierte. Für BOX und JENKINS ist das hauptsächliche Ziel, aufgrund der Vergangenheit eines Prozesses dessen Zukunft vorherzusagen. Diese Vorhersagen sind im allgemeinen umso besser, je feiner der zugrundeliegende Prozess, also das Abhängigkeitsmodell der Daten, modelliert werden kann. Bei den meisten psychologischen Anwendungen geht es jedoch nur darum, auf die grösstenteils abhängigen Zeitreihen geläufige statistische Verfahren anzuwenden. Hierbei war lange Zeit die Tatsache der fehlenden Unabhängigkeit das grosse Problem. Über den Ansatz von BOX und JENKINS ist es nun aber möglich, das Abhängigkeitsmodell der Daten zu bestimmen und über geeignete Transformationen zu beseitigen, um dann die verschiedenen Verfahren des generellen linearen Modells (das Regressionsanalyse, Varianzanalyse, etc. als Spezialfälle umfasst) auf Zeitreihendaten anzuwenden.

4. Univariate Zeitreihenanalyse.

Die Aufgabe des folgenden Kapitels ist es, eine ausreichende Einführung in die statistisch - mathematischen Grundlagen der ARIMA Zeitreihenanalysen zu geben. Besonderes Gewicht wird dabei auf die Operatorschreibweise gelegt. Da davon ausgegangen werden muss, dass das Rechnen mit Operatoren innerhalb der Sozialwissenschaften für die meisten ungewohnt ist, wurde an den entsprechenden Stellen versucht, eine ausführlichere Darstellung zu geben als sie in entsprechenden Lehrbüchern über Zeitreihenanalyse zu finden ist.

4.1 Unterscheidung Frequenzbereich-Zeitbereich.

Im Bereich der Zeitreihenanalyse unterscheidet man generell zwei Betrachtungsweisen.

1. Den Frequenzbereich
2. Den Zeitbereich

Gemeinsam ist beiden, dass sie eine empirische Zeitreihe als eine mögliche Realisierung eines zugrundeliegenden stochastischen Prozesses betrachten. Dabei ist es das Interesse beider Verfahren, diese unbekannten stochastischen Eigenschaften herauszufinden. Das heisst also, dass das Ziel und die Absicht bei beiden Ansätzen gleich ist. Allerdings unterscheiden sie sich in der Methode hierzu beträchtlich. Die Darstellungsweise im Zeitbereich ist dabei für Sozialwissenschaftler wesentlich anschaulicher und leichter nachvollziehbar. Im Zeitbereich bleibt man, vereinfacht ausgedrückt, bei den Daten in ihrer zeitlichen Strukturierung und versucht von da aus die Zeitreihe durch bestimmte Modelle zu beschreiben. Ein bekanntes Vorgehen ist dabei, eine Zeitreihe als Polynom seiner zeitlichen Ordnung zu beschreiben. Hierbei ist bekannt, dass man zum Beispiel jede beliebige Realisation einer Zufallsfolge X von t reellen Zahlen durch ein Polynom (t-1)ter Ordnung vollständig beschreiben kann.

(4.1.1)

$$x_t = \sum_{j=0}^{t-1} \alpha_j t^j$$

Eine andere Form der Darstellung einer beliebigen Reihe geht über die sogenannte Fouriertransformation. Mit der Fouriertransformation kann jede beliebige Reihe durch eine Summe von Sinus- und Cosinusfunktionen dargestellt werden. Da Sinus und Cosinus periodische Funktionen sind, wobei die Frequenz die Inverse der Periode ist,

(4.1.2)

$$f_j = \frac{1}{P}$$

$$[\, P = \frac{n}{j} \,]$$

spricht man bei dieser Darstellungsform allgemein vom Frequenzbereich. Obwohl Sinus und Cosinus noch einigermassen klare inhaltliche Bedeutung haben, gilt das für die übliche Darstellung der Fouriertransformation durch komplexe Zahlen und Funktionen nicht mehr. In der nachfolgenden Formel ist die geläufige Formel der Fouriertransformation dargestellt.

(4.1.3)

$$x_t = \sum_{j=0}^{t} a_j e^{i\lambda_j t}$$

$$[\, \lambda = 2\pi f \,]$$

$$[\, i = \sqrt{-1} \,]$$

Es ist nachvollziehbar, dass Sozialwissenschaftler für solche Darstellungsweisen nur mehr wenig Verständnis und Motivation aufbringen. Zusammenfassend versucht die Zeitreihenanalyse im Zeitbereich, die stochastischen Eigenschaften eines zugrundeliegenden Prozesses durch eine bestimmte Abhängigkeit in der Zeit zu erfassen, wohingegen die Zeitreihenanalyse im Frequenzbereich die stochastischen Eigenschaften durch die Abhängigkeit in der Periodik bzw. der Frequenz zu erfassen sucht. Es kann allerdings gezeigt werden, dass beide Verfahren mathematisch vollständig ineinander überführbar sind, was gelegentlich von praktischer Relevanz ist. Dabei ist in beiden Darstellungen neben der Identifikation und Parameterschätzung des zugrundeliegenden stochastischen Modells die Beantwortung einer Reihe weiterer interessanter Fragestellungen, wie Vorhersagen des Prozesses, Überprüfen von Interventionseffekten und das Erfassen wechselseitiger dynamischer Beziehungen mehrerer Zeitreihen möglich.

4.2 Kurze Darstellung der Spektralanalyse.

Die Spektralanalyse ist das geläufigste Verfahren zur Darstellung einer Zeitreihe im Frequenzbereich. Hierbei wird eine Zeitreihe in ihre jeweiligen Frequenzkomponenten zerlegt. Eine wichtige Funktion ist dabei F (W), die sogenannte Spektralverteilungsfunktion oder auch Power Spektralverteilung genannt. Gewöhnlich wird diese Funktion normiert, indem sie durch die Varianz der Zeitreihe dividiert wird. Ein bildlicher Vergleich mit der Faktorenanalzse (mathematisch gibt es hierbei keine

Parallelen) soll das Hauptprinzip der Spektralanalyse klarmachen: Es werden n/2 "Faktoren" extrahiert. Die Faktoren entsprechen dabei in ihrer Reihenfolge 1/n, 2/n ... bis (n/2)/n den Frequenzen. Der Anteil in den Daten, der mit einem "Faktor" einer bestimmten Frequenz kovariiert, wird aus den Originaldaten eleminiert und aus diesen Residuen wird wieder der Anteil der mit der nächsten Frequenz kovariiert extrahiert, bis nur mehr ein Zufallsprozess übrigbleibt. Diese "Faktoren" entsprechen den sogenannten Spektren f (w). Auf die mathematischen Details der Berechnung F (w) und f (w) soll hier nicht näher eingegangen werden (s. dazu u.a. JENKINS und WATTS, 1968, LEINER, 1976). Im nächsten Abschnitt soll jedoch auf ein Verfahren eingegangen werden, das als Hilfsfunktion bei der diagnostischen Überprüfung der späteren Modelle eine gewisse Bedeutung hat.

4.2.1 Das Periodogramm.

Eine frühe Form der Berechnung der Spektren zu den verschiedenen Frequenzen geht auf SCHUSTER (1898) zurück, das Periodogramm genannt wird. Hierzu wird für jede Frequenz f(i/n) ,wobei i von 1 bis n/2 geht, die Spektrallinie, die beim Periodogramm gewönlich mit I(w) bezeichnet wird, was soviel wie "Intensität" bedeuten soll, berechnet:

(4.2.1)

$$I(\omega_j) = \frac{2}{n}\left[\left(\sum_{t=1}^{n} z_t \cos 2\pi\omega_j t\right)^2 + \left(\sum_{t=1}^{n} z_t \sin 2\pi\omega_j t\right)^2\right]$$

$$[\ \omega = j/n\ ]$$

Wenn das Periodogramm, bei bestimmten I(w) hohe Werte aufzeigt, so bedeutet das, dass in der Zeitreihe eine Periodik der entsprechenden Frequenz enthalten ist. Die Signifikanz jeder Spektrallinie kann varianzanalytisch auf ihre Signifikanz überprüft werden (siehe BOX & JENKINS (1970), S.38-39). BARTLETT (1955) und JENKINS und WATTS (1968) empfahlen zur Überprüfung, ob ein periodischer Prozess sich signifikant von einem Zufallsprozess ("white noise") unterscheidet, den "Periodogramm-Test". Dieser Test benutzt die Linearitätseigenschaft des integrierten Spektrums eines white-noise Prozesses, bei dem alle Frequenzen gleich sind, d.h., alle Spektrallinien besitzen die selbe Höhe. Kummuliert man nun diese Spektrallinien, die vorher noch standardisiert werden, gegen die jeweilige Frequenz i/n, so ergibt sich im Falle von "white noise" eine gerade Diagonale. Rechentechnisch werden hierzu zuerst für jede Frequenz i/n die Fourierkoeffizienten a. und b. berechnet:

(4.2.2)

$$a_j = \sum_{t=1}^{n} z_t \cos 2\pi\omega_j t$$

$$b_j = \sum_{t=1}^{n} z_t \sin 2\pi\omega_j t$$

Zur Normierung wird jede Spektrallinie I(w) durch ihre mit n gewichtete Varianz:

(4.2.3)

$$ns^2 = \sum_{j=1}^{q} I(\omega_j)$$

[n gerade: $q = \frac{1}{2}(n-2)$ n ungerade: $q = \frac{1}{2}\frac{(n-1)}{2}$]

dividiert. Das kummulierte standardisierte Periodogramm ergibt sich dann als einfache Summation der standardisierten Spektrallinien:

(4.2.4)

$$C(\omega_j) = \sum_{i=1}^{j} \frac{I(\omega_i)}{ns^2}$$

Zur Signifikanzprüfung, ob ein Zufallsprozess vorliegt, legt man um diese Diagonale Vertrauensintervalle des jeweils gewünschten Signifikanzniveaus . Die Konstruktion dieser Vertrauensintervalle beruht dabei auf dem KOLMOGOROV - SMIRNOV - Test und wird folgendermassen gebildet: zuerst berechnet man den Ausdruck Q:

(4.2.5)

$$Q = \frac{\pm K_\alpha}{\sqrt{q}}$$

[n gerade: $q = \frac{(n-2)}{2}$ n ungerade: $q = \frac{(n-1)}{2}$]

K ist dabei der kritische Wert des KOLMOGOROV-SMIRNOV-Tests, wie er für verschiedene Alpha-Risiken in Tab. 4.1 zu sehen ist:

Tab. 4.1: KOLMOGOROFF-SMIRNOV Koeffizienten zur Konstruktion der Vertrauensintervalle für das kumulierte und standardisierte Periodogramm.

Alpha	0.001	0.05	0.10	0.25
K	1.63	1.36	1.22	1.02

Die Vertrauensintervalle ergeben sich dann, indem man jeweils zu der Diagonale für den theoretischen white noise Prozess, den Wert Q addiert bzw. abzieht. Tab. 4.2 und 4.3

und Abb. 4.1 und abb. 4.2 zeigen als Beispiel für das Periodogramm und das kumulierte Periodogramm eine Zeitreihe mit ausgeprägter Wochenperiodik (Periode 7) und eine Zeitreihe, wie sie mit dem Zufallsgenerator "GAUSS" der IBM Unterprogrammbibliothek SSP mit einem Mittelwert von 0.0 und einer Standardabweichung von 1.0 erzeugt wurde.

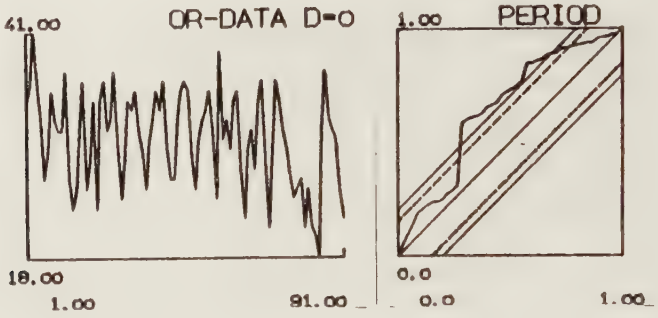


Abb. 4.1: (a) Zeitreihe mit einer Periodik der Länge sieben und (b) kumuliertes Periodogramm (Person 312).

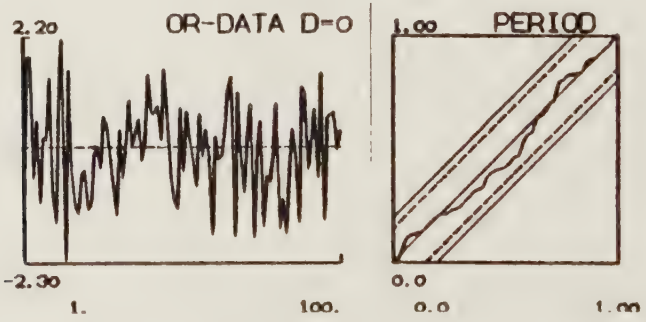


Abb. 4.2: (a) "GAUSS'scher" Prozess und (b) kumuliertes Periodogramm.

Wie man in Tab. 4.2 deutlich sieht, ist das eindeutige Maximum des Periodogramms bei der Periode 7. An der entsprechenden Stelle des standardisierten und kumulierten Periodogramm kann man einen deutlichen Sprung feststellen. Mit eingetragen in Tab. 4.2 und 4.3 sind die Fourierkoeffizienten a(i) und b(i) und das standardisierte und kumulierte Periodogramm.

Tab. 4.2: Periodogramm der Zeitreihe mit wöchentlicher Periodik aus Abb.4.1 (a).

i	a(i)	b(i)	FREQUENZ f(w)	PERIODE 1/f(w)	PERIODO-GRAMM I	STAND. &KUMUL.
1	-1.178	1.076	0.011	91.000	114.524	0.054
2	0.446	1.266	0.022	45.500	81.036	0.092
3	0.985	1.010	0.033	30.333	89.586	0.135
4	1.133	1.098	0.044	22.750	111.990	0.188
5	0.900	0.397	0.055	18.200	43.577	0.208
6	-0.164	-0.870	0.066	15.167	35.293	0.225
7	-0.550	-0.606	0.077	13.000	30.150	0.239
8	-0.123	-0.038	0.088	11.375	0.750	0.240
9	-0.696	0.160	0.099	10.111	22.935	0.250
10	-0.674	0.906	0.110	9.100	57.376	0.278
11	-0.596	0.239	0.121	8.273	18.548	0.286
12	-0.017	1.046	0.132	7.583	49.266	0.310
13	-3.528	0.773	0.143	7.000	586.845	0.587
14	0.028	0.809	0.154	6.500	29.522	0.601
15	-0.162	0.704	0.165	6.067	23.510	0.612
16	0.430	-0.260	0.176	5.688	11.335	0.618
17	-0.745	-0.016	0.187	5.353	24.959	0.629
18	0.050	1.088	0.198	5.056	53.389	0.655
19	-0.588	-0.336	0.209	4.789	20.626	0.664
20	-0.022	-0.762	0.220	4.550	26.141	0.677
21	0.533	-1.125	0.231	4.333	69.726	0.710
22	-0.425	-0.740	0.242	4.136	32.747	0.725
23	0.113	0.651	0.253	3.957	19.669	0.734
24	0.895	-0.081	0.264	3.792	36.355	0.752
25	-0.905	0.145	0.275	3.640	37.842	0.769
26	-1.806	0.674	0.286	3.500	167.212	0.849
27	0.194	-0.195	0.297	3.370	3.404	0.850
28	0.373	0.601	0.308	3.250	22.530	0.861
29	-0.089	0.408	0.319	3.138	7.860	0.865
30	-0.954	0.166	0.330	3.033	42.241	0.884
31	0.514	-0.217	0.341	2.935	14.029	0.891
32	0.283	-0.210	0.352	2.844	5.589	0.894
33	0.003	0.982	0.363	2.758	43.372	0.914
34	0.022	0.163	0.374	2.676	1.218	0.915
35	-0.615	-0.098	0.385	2.600	17.449	0.923
36	0.343	-0.152	0.396	2.528	6.329	0.926
37	0.500	-0.205	0.407	2.459	13.169	0.932
38	-0.015	0.449	0.418	2.395	9.088	0.937
39	-0.062	0.196	0.429	2.333	1.907	0.938
40	-0.892	-0.188	0.440	2.275	37.393	0.955
41	-0.264	0.566	0.451	2.220	17.535	0.963
42	-0.285	-0.212	0.462	2.167	5.686	0.966
43	-0.546	0.310	0.473	2.116	17.722	0.975
44	-0.143	0.331	0.484	2.068	5.861	0.977
45	0.211	-0.710	0.495	2.022	24.719	0.989

Tab. 4.3: Periodogramm des GAUSS'schen Prozess aus Abb. 4.2 (a).

i	a(i)	b(i)	FREQUENZ f(w)	PERIODE 1/f(w)	PERIODO-GRAMM I	STAND. &KUMUL.
1	-0.029	0.069	0.010	100.000	0.280	0.003
2	0.317	-0.096	0.020	50.000	5.491	0.064
3	0.260	0.100	0.030	33.333	3.868	0.107
4	-0.130	-0.123	0.040	25.000	1.599	0.124
5	-0.055	0.056	0.050	20.000	0.304	0.128
6	-0.098	0.013	0.060	16.667	0.488	0.133
7	0.083	-0.099	0.070	14.286	0.837	0.142
8	0.111	0.200	0.080	12.500	2.616	0.171
9	0.174	0.044	0.090	11.111	1.612	0.189
10	-0.153	0.081	0.100	10.000	1.490	0.206
11	0.011	-0.124	0.110	9.091	0.776	0.214
12	-0.016	0.019	0.120	8.333	0.030	0.214
13	-0.159	0.068	0.130	7.692	1.501	0.231
14	0.084	0.056	0.140	7.143	0.504	0.237
15	0.042	-0.121	0.150	6.667	0.823	0.246
16	-0.098	0.193	0.160	6.250	2.348	0.272
17	-0.178	-0.050	0.170	5.882	1.714	0.291
18	-0.156	0.138	0.180	5.556	2.165	0.315
19	-0.116	-0.074	0.190	5.263	0.949	0.325
20	-0.007	-0.056	0.200	5.000	0.158	0.327
21	-0.164	-0.257	0.210	4.762	4.647	0.378
22	-0.153	-0.114	0.220	4.545	1.824	0.398
23	-0.120	0.086	0.230	4.348	1.090	0.410
24	0.033	-0.038	0.240	4.167	0.125	0.412
25	0.124	0.085	0.250	4.000	1.130	0.424
26	0.157	0.033	0.260	3.846	1.289	0.439
27	-0.124	0.180	0.270	3.704	2.380	0.465
28	-0.100	0.023	0.280	3.571	0.531	0.471
29	-0.131	-0.302	0.290	3.448	5.415	0.531
30	-0.178	-0.185	0.300	3.333	3.297	0.567
31	0.055	0.076	0.310	3.226	0.437	0.572
32	0.265	-0.219	0.320	3.125	5.910	0.637
33	0.066	0.097	0.330	3.030	0.686	0.645
34	0.136	0.148	0.340	2.941	2.024	0.667
35	0.232	-0.068	0.350	2.857	2.924	0.700
36	0.013	-0.149	0.360	2.778	1.120	0.712
37	-0.269	-0.283	0.370	2.703	7.632	0.796
38	0.124	-0.091	0.380	2.632	1.186	0.810
39	0.097	-0.157	0.390	2.564	1.698	0.828
40	0.086	0.007	0.400	2.500	0.370	0.832
41	0.046	-0.007	0.410	2.439	0.110	0.834
42	-0.040	0.058	0.420	2.381	0.250	0.836
43	-0.090	0.283	0.430	2.326	4.412	0.885
44	0.128	-0.095	0.440	2.273	1.266	0.899
45	-0.014	0.006	0.450	2.222	0.012	0.899
46	0.152	0.120	0.460	2.174	1.869	0.920
47	0.076	0.169	0.470	2.128	1.708	0.939
48	0.062	0.173	0.480	2.083	1.682	0.957
49	-0.045	0.260	0.490	2.041	3.481	0.996
50	0.060	-0.000	0.500	2.000	0.363	1.000

Das Periodogramm hat zwei Nachteile. Zum einen sind die Schätzungen von $I(\omega)$ nicht erwartungstreu (JENKINS & WATTS, 1968; LEINER, 1978). Andererseits lassen sich mit ihm nur Periodizitäten aufdecken, soweit sie sich aus N/i ergeben, wobei N die Gesamtlänge der Zeitreihe ist und i von 1 bis N/2 geht. Hätte die Zeitreihe aus Abb. 4.1 z.B. eine Periodik der Länge 35 gehabt, wäre diese durch das Periodogramm aus Tab. 4.2 nicht erfasst worden, da hier in dem Bereich nur ein Periode der Länge 45 (Integerteil von N/2) und 30.333 (Integerteil von N/3) erfasst wird.

4.3 Die Darstellung von stochastischen Prozessen durch das Filtermodell.

Zweck des folgenden Abschnittes ist es, einen globalen, optisch nachvollziehbaren Eindruck über die zugrundeliegende Philosophie von stochastischen Zeitreihen zu vermitteln, der als Einstieg und Vorbereitung der nachfolgenden Kapitel dienen soll.

Der Grundprozess aller stochastischen Prozesse ist der GAUSS'sche Zufallsprozess, der so definiert ist, dass er unabhängig und normalverteilt mit Mittelwert 0 und fixer Varianz ist, was gewöhnlich folgendermassen ausgedrückt wird:

(4.3.1)

$$a_t = u.n.v(0, \sigma_a^2)$$

(4.3.1) bedeutet dabei unabhängig normal verteilt mit Mittelwert Null und fixer Varianz. Ein solcher Zufallsprozess zeichnet sich dadurch aus, dass er informationstheoretisch gesprochen, keine Information besitzt. Daher werden solche Prozesse nicht nur im nachrichtentechnischen Bereich oft mit "white noise" (weissem Rauschen) bezeichnet. Der Begriff "white" leitet sich dabei vermutlich aus der Ähnlichkeit von GAUSS'schen Zufallsprozessen mit den physikalischen Eigenschaften von weissem Licht her: Spektralanalytisch sind in beiden Fällen die Spektrallinien über alle Frequenzen hinweg gleich lang. Der "white noise" Prozess hat bei Zeitreihenanalysen statistisch eine grosse Bedeutung, da nur bei Vorliegen eines solchen Prozess statistisch korrekte Aussagen über eventuelle Veränderungen einer Zeitreihe getroffen werden können. Bildlich ausgedrückt, könnte man sagen, die Umgebung, in die ein Effekt eingebettet ist, muss dunkel sein bzw. schweigen, damit ein Effekt richtig zum Vorschein kommen kann. Liegt kein white noise Prozess vor, kann u.U. die "Buntheit" eines Prozesses statistisch interessierende Effekte überschatten oder auch stärker hervortreten lassen als sie es eigentlich verdienen. Vergleichbar etwa den Interferenzphänomenen bei den bekannten optischen Täuschungen in der Wahrnehmungspsychologie. Gestalt=

psychologisch gesprochen, stellt also der Prozess den Hintergrund dar und bestimmte Interventionseffekte den Vordergrund. So wie nun Farbigkeit im optischen Bereich durch prismatische Brechung von weissem Licht entsteht, kann man sich im Grunde genommen alle stochastischen Prozesse durch "Brechung" (bzw. Filterung) von "white noise" Prozessen vorstellen. Die Wirkung des Filters ist dabei ganz analog zu dem Mechanismus in der Physik, wobei jeder Outputwert das Ergebnis einer simultanen Gewichtung eines oder meherer Inputwerte ist. Ein Beispiel dafür ist in Abb. 4.3 zu sehen: Links ist der GAUSS'sche Zufallsprozess aus Abb.4.2 (a) zu sehen. Der mittlere Teil stellt den Filter (die Bezeichnung Verstärker wäre vielleicht besser) dar, der jeden Wert des unabhängigen GAUSS'schen Zufallsprozess links in einen abhängigen stochastischen Prozess rechts verwandelt, der in der Fachterminologie moving average Prozess genannt wird.

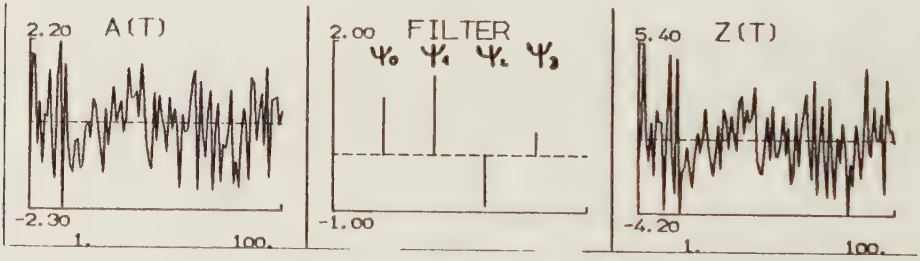


Abb. 4.3: (a) Input - Zeitreihe ("GAUSS'scher Prozess "), (b) Filter und (c) Output - Zeitreihe.

Um den ganzen Vorgang etwas verständlicher werden zu lassen, sollen die einzelnen Schritte aus Abb. 4.3 in Form eines Flussdiagramms einzeln aufgeschlüsselt werden, wie es in Abb. 4.4 zu sehen ist.

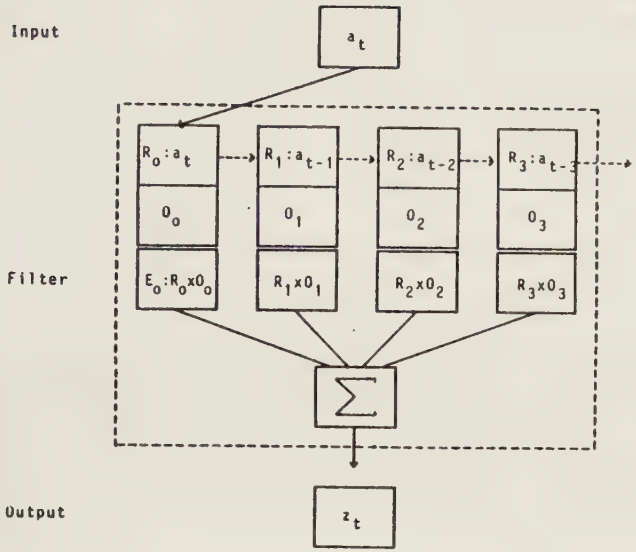


Abb. 4.4: Schematische Darstellung des Psi - Gewicht Filter.

Abb. 4.4 ist dabei folgendermassen zu verstehen: Jeder Wert des GAUSS'schen Zufallsprozesses (a(t) wandert zunächst immer in das Speicherregister R(0). Parallel zu jedem Speicherregister R(0) bis (in unserem Fall) R(3) ist ein Operatorregister O(0) bis O(4) und ein weiteres Register E(0) bis E(4) geschaltet. In den Operatorregistern O(0) bis O(4) sind dabei die Werte gespeichert, die der Grösse der Balken des Filters aus Abb. 4.3 entsprechen. Die Werte aller Speicherregister R(0) bis R(3) werden simultan mit den Werten der Operatorregister multipliziert und in den Ergebnisregistern E(0) bis E(4) abgespeichert. Die Ergebnisregister E(0) bis E(4) werden daraufhin im Summenregister aufsummiert. Diese Summe stellt nun jeweils den Wert z(t) in der rechten Seite von Abb. 4.3 dar. Bevor ein neues (a(t) in das Register R(0) eintreten kann, wird zwischen den Registern R(0) bis R(3) eine Umspeicherung vorgenommen, die durch die gestrichelten Pfeile angedeutet wird. Die Umspeicherung geschieht dabei nach folgender Regel: Der Inhalt von Register R(0) wird nach Register R(1) kopiert, der alte Inhalt von R(1) nach Register R(2) etc. Der alte Inhalt des letzten Register R(3) wird im nächsten Schritt nicht mehr benötigt. Darauf hinzuweisen ist noch, dass bei der Darstellung von Abb. 4.3 alle Register R(0) bis R(3) erst bei a(4) vollständig besetzt sind.

Wie in den späteren Kapiteln noch im Einzelnen gezeigt

werden wird, kann theoretisch jeder stochastische Prozess durch die schematische Filterdarstellung von Abb. 4.4 erklärt werden. Der Nachteil dieser Darstellung ist jedoch, dass die Anzahl der einzelnen Filtergewichte (O(0) bis O(n)) bei vielen Prozessen sehr gross wird, was die ganze Sache schnell unübersehbar und unökonomisch werden lässt. Ohne hier schon auf die mathematischen Details einzugehen, die in den anschliessenden Kapiteln ausführlich behandelt werden, stellt die Darstellung von Abb. 4.3 z(t) als Polynom von a(t) dar. Ist dieses Polynom in a(t) nun sehr gross (mathematisch exakt: unendlich), so kann mathematisch gezeigt werden, dass es ökonomischer ist dieses Polynom auf die andere Seite der Gleichung in den Nenner zu bringen, wobei ein unendliches Polynom im Nenner durch ein Polynom niedriger Ordnung im Zähler dargestellt werden kann. D.h. also in dem Fall dass in die Register R(0) bis R(n) nicht mehr, wie in Abb. 4.3 die einzelnen a(t) des GAUSS'schen Prozesses abgespeichert werden, sondern die z(t), und dass sich die Operatoren O(0) bis O(n) aus der mathematischen Umformung des ursprünglich unendlichen Operatorpolynoms, das auf die a(t) wirkt, ergibt. Damit ergibt sich die folgende Darstellung, wie sie in Abb. 4.4 zu ersehen ist. z(1) ist in dem Fall identisch mit a(1), da die Register R noch leer sind. Eine Kopie von z(1) wird nun in R(1) abgespeichert, mit O(1) multipliziert und im Ergebnisregister E(1) abgespeichert etc.

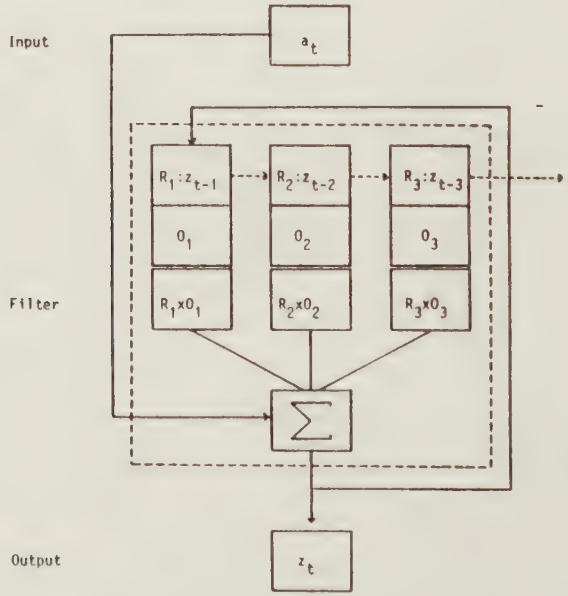


Abb. 4.5: Schematische Darstellung des Pi - Gewicht Filter.

Ein wichtiger Spezialfall liegt vor wenn alle Operatoren O(i) den Wert 1.0 besizt. In diesem Fall ist das jeweilige z(t) im Fall von Abb. 4.4 die Summe aller vorausgehnder a(t) bzw. im Falle von Abb. 4.5 die Summe aller vorausgehnder z(t).
Kehren wir den Prozess um, indem wir nicht von einem white noise Prozess, sondern von dem Zeitreihenprozess auf der rechten Seite der Abb. 4.3 ausgehen, und die Zeitreihe in umgedrehter Richtung durch dieselben Filter schicken, wobei dessen Wirkung dann invers ist, können wir aus jedem "farbigen" Zeitreihenprozess wieder einen "farblosen" white noise Prozess herstellen.

4.3.1 Diskrete lineare stochastische Prozesse

Diskrete Prozesse sind dadurch gekennzeichnet, dass die Werte z(t) Messungen zu diskreten äquidistanten Intervallen darstellen. Beispiele dafür sind tägliche Temperatur= messungen zu einer bestimmten Tageszeit, aber auch kumulierte Aufzeichnungen wie etwa die Anzahl der gerauchten Zigaretten an einem Tag etc. Unter einem diskreten linearen stochastischen Prozess versteht man allgemein eine Zeitreihe, bei der jeder Wert innerhalb der Reihe folgendermassen ausgedrückt werden kann (BOX & JENKINS; NELSON, 1973; O.D. ANDERSON, 1976):

(4.3.2)

$$z_t = \mu + a_t + \psi_1 a_{t-1} + \psi_2 a_{t-2} + \ldots + \psi_\infty a_{t-\infty}$$

$$= \mu + \sum_{i=0}^{\infty} \psi_i a_{t-i}$$

Diese allgemeine Formulierung eines stochastischen Prozesses wird in der Literatur auch mit "Psi - Gewicht - Form" bezeichnet (BOX & JENKINS; NELSON, 1973; O.D. ANDERSON, 1975) und entspricht der grafischen Darstellung von Abb. 4.3. Linear heisst der Prozess, da man z(t) als lineare Kombination des Ausgangslevels und aller vergangenen und der gegenwärtigen Störung betrachtet. Bei Klinikern stösst eine solche Formel auf den ersten Blick oft auf Schwierigkeiten, da diese es sich nur schwer vorstellen können, die gegenwärtige Befindlichkeit eines Patienten (gemessen z. B. mit dem BS Fragebogen von v.ZERSSEN (1975)) als gewichtete Summe von "Zufallsstörungen", "Fehlern" oder "white noise" anzusehen. Was ihnen bei einem solchen Modell abgeht, ist das Spezifische, Nichtzufällige. Hierzu einige Bemerkungen. Wenn man Verhalten mehr vom systemtheoretischen und evolutionären Aspekt her betrachtet, so ist es einleuchtend, dass jedes System eine fixe Voreinstellung ("Sollwert") hat, um den es mehr oder weniger stark schwankt, wobei das System im Zustand des Sollwertes praktisch nie verharrt. In diese Vorstellung passt ebenfalls, dass sich fixe Voreinstellungen des Systems verändern können, beispielsweise durch Reifung, Lernen,

Krankheit oder sonstige bedeutsame Ereignisse ("Interventionen"). Ebenso plausibel erscheint es, dass es Schwankungen um diese Voreinstellung geben muss, damit das System möglichst flexibel ist. So hat jeder Organismus Voreinstellungen für alle biochemischen und physiologischen Prozesse, die meist genetisch determiniert sind. Diese Voreinstellungen sind jedoch nur Richtgrössen, die nie starr eingehalten werden, was aus ökonomischen Gründen auch sinnvoll ist. Eine zu starre Einstellung würde ununterbrochen Gegensteuerungsprozesse erforderlich machen und damit jedes System unnötig verschleissen. Vor so einem Hintergrund sieht die allgemeine Formulierung eines stochastischen Prozesses schon viel sinnvoller und weniger abstrakt aus. Das Verhalten z(t) ist dann nichts anderes, als die lineare Kombination eines Sollwertes und der gewichteten Abweichungen von diesem Sollwert zu allen Zeitpunkten vorher plus der augenblicklichen Abweichung. Die Gewichte bedeuten dabei soviel wie das Ausmass der nötigen Gegensteuerung. Mit Formel (2.3) kann theoretisch jeder Wert z(t) einer Zeitreihe ausgedrückt werden und zwar sowohl von stationären als auch von nichtstationären Zeitreihen.
Ob nun eine Zeitreihe stationär ist, hängt von den jeweiligen Werten von Psi ab. Nehmen wir z.B. an alle Psi(i) wären 1.0 und a(t) sei gleich und unabhängig verteilt mit Varianz =1.0 und Mittelwert 0. Eine solche Zeitreihe der Länge 100 ist in der Abb. 4.6 zu sehen. Offensichtlich ist die Reihe nicht stationär, vielmehr haben wir hier den Sonderfall eines Prozesses, der in der Literatur als "random walk" bezeichnet wird.

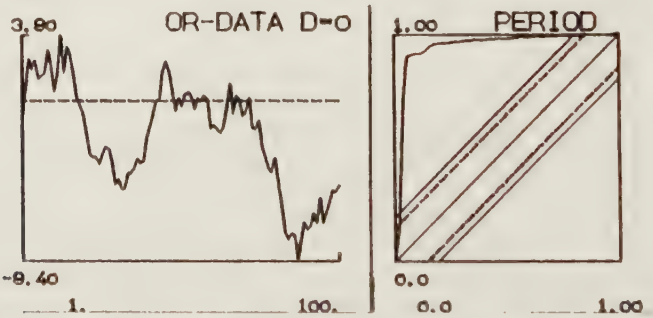


Abb. 4.6: (a) "Random walk" Prozess (b) mit kumuliertem Periodogramm.

Der Name "random walk" kommt daher, dass man bei der Darstellung eines solchen Prozesses in der Literatur häufig das Beispiel eines Betrunkenen findet, der an einem bestimmten Punkt seine "Heimreise" beginnt und dessen Schritte , aufgrund seiner Trunkenheit, quasi von einem Zufallsgenerator gelenkt werden. Sein Standpunkt zum Zeitpunkt z(4) ist nun genau definiert durch

(4.3.3)

$$z_t = \mu + a_1 + a_2 + a_3 + a_4$$

Dieses Modell entspricht dabei dem Spezialfall der grafischen Darstellung von Abb. 4.3 wenn alle Operatorregister O(i) den Wert 1.0 besitzen. "Random walk" Modelle werden in der mathematischen Psychologie u.a. zur Beschreibung von Wahlreaktionsverhalten (ATKINSON, BOWER & CROTHERS, 1965) herangezogen. Nach DAHME (1976) eignet sich dieses Modell auch zur Beschreibung des Therapeutenverhaltens in einer Therapiesitzung.

Neben der "Psi - Gewicht - Form" lässt sich jeder diskrete lineare stochastische Prozess auch in einer analogen "Pi - Gewicht - Form" darstellen:

(4.3.4)

$$z_t = \mu + \pi_1 z_{t-1} + \pi_2 z_{t-2} + \ldots + \pi_\infty z_{t-\infty} + a_t$$

$$= \mu + \sum_{j=1}^{\infty} \pi_j z_{t-j} + a_t$$

In der "Pi - Gewicht - Form" wird jeder Wert z(t) als gewichtete Summe aller vorangegangenen z(t) Werte plus eines Fehlers a(t) betrachtet. Beide Formen der Darstellung sind ineinander überführbar . Bevor dies gezeigt wird, sollen jedoch zwei wichtige Operatoren eingeführt werden, welche die Formulierung von stochastischen Zeitreihen und das Rechnen mit ihnen wesentlich vereinfachen. Da es inhaltlich wie formal bei beiden Darstellungsformen keine Rolle spielt, ob wir mit den Original z(t), oder mit den Abweichungswerten vom Mittelwert

(4.3.5)

$$\tilde{z}_t = z_t - \mu$$

rechnen, werden wir diese im folgenden immer dann verwenden, wenn die mathematische Darstellung sich dadurch vereinfacht. Ein stochastischer Zeitreihenprozess in der Psi - Gewicht - Form schreibt sich dann folgendermassen:

(4.3.6)

$$\tilde{z}_t = a_t + \psi_1 a_{t-1} + \psi_2 a_{t-2} + \ldots + \psi_\infty a_{t-\infty}$$

und ein Prozess in der Pi - Gewicht - Form:

(4.3.7) $$\tilde{z}_t = a_t + \pi_1 \tilde{z}_{t-1} + \pi_2 \tilde{z}_{t-2} + \ldots + \pi_\infty \tilde{z}_{t-\infty}$$

4.4 Einführung des "Backshift" - (Versetzungs-) und des Differenzen Operators.

Der Backshift Operator B verschiebt jeden Wert innerhalb einer Zeitreihe um soviele Zeitpunkte nach rückwärts ("in die "Vergangenheit") wie es dem Wert seines Exponenten entspricht. Die Exponenten können dabei nur ganze positive Zahlen sein +.

(4.4.1)

$$Bz_t = z_{t-1}$$

$$B^2 z_t = z_{t-2}$$

$$B^n z_t = z_{t-n}$$

Der Differenzen Operator ∇ ist wie folgt definiert:

(4.4.2)

$$\nabla z_t = z_t - z_{t-1}$$

$$\nabla^2 z_t = (z_t - z_{t-1}) - (z_{t-1} - z_{t-2})$$

$$= z_t - 2z_{t-1} + z_{t-2}$$

wobei ∇ z(t) sich auch durch (1-B) z(t) schreiben lässt, was unmittelbar einleuchtend ist, da sich z(t-1) in der Operatorschreibweise mit Bz(t) ausdrücken lässt:

(4.4.3)

$$\nabla z_t = z_t - z_{t-1} = (1-B) z_t$$

$$\nabla^2 z_t = (1-B)^2 z_t$$

+ Ganze negative Zahlen im Exponenten sind zwar auch möglich, in diesem Fall handelt es sich um den inversen Backshiftoperator, der statt in die Vergangenheit zu wirken, in die Zukunft operiert, und mit dem "Forwardshift" Operator F identisch ist. Da wir diesen Operator in der vorliegenden Arbeit nicht benötigen gilt hier, dass der Wertevorrat des Backshift Operators B auf ganzzahlige positive Werte beschränkt ist.

Die Darstellung eines stochastischen Prozesses in die Psi - Gewicht Form

(4.3.6)

$$\tilde{z}_t = a_t + \psi_1 a_{t-1} + \psi_2 a_{t-2} + \ldots + \psi_\infty a_{t-\infty}$$

lässt sich in der Backshift Operatorschreibweise folgender= massen ausdrücken:

(4.4.4)

$$\tilde{z}_t = a_t + \psi_1 B a_t + \psi_2 B^2 a_t + \ldots + \psi_\infty B^\infty a_t$$

oder vereinfacht als

(4.4.5)

$$\tilde{z}_t = \psi(B) a_t$$

wobei Psi(B) als unendliches Polynom

(4.4.6)

$$\psi(B) = 1 + \psi_1 B + \psi_2 B^2 + \ldots + \psi_\infty B^\infty$$

definiert ist. Analog dazu ist die Schreibweise in der Pi - Gewicht - Form in der Operatorschreibweise :

(4.4.7)

$$\tilde{z}_t = a_t + \pi_1 B \tilde{z}_t + \pi_2 B^2 \tilde{z}_t + \ldots + \pi_\infty$$

Um (4.4.7) vergleichbar mit (4.4.5) auszudrücken, bringen wir alle z(t) auf die linke Seite der Gleichung:

(4.4.8)

$$\tilde{z}_t - \pi_1 B \tilde{z}_t - \pi_2 B^2 \tilde{z}_t - \ldots - \pi_\infty B^\infty \tilde{z}_t = a_t$$

Damit ergibt sich die bequeme kompakte Schreibweise für die Pi - Gewicht - Form:

(4.4.9)

$$\pi(B) \tilde{z}_t = a_t$$

wobei Pi(B) wie Psi(B) ebenfalls als unendliches Polynom definiert ist:

(4.4.10)

$$\pi(B)=1-\pi_1 B-\pi_2 B^2-\ldots-\pi_\infty B^\infty$$

Mit dem Backshift- Operator B rechnet man wie mit einem gewöhnlichen algebraischen Symbol. Hierzu einige Beispiele:

(4.4.11)

$$(1-B)(1-B)^2=$$

$$=(1-B)(1-2B+B^2)$$

$$=1-3B+3B^2-B^3$$

Viele stochastische Modelle der späteren Kapitel bestehen aus einer Mischung von Polynomen auf beiden Seiten des Gleichheitszeichens. Z.B.:

(4.4.12)

$$(1-\phi_1 B-\ldots-\phi_p B^p)(1+\psi_1 B+\psi_2 B^2+..)=$$

$$=(1-\theta_1 B-..\theta_q B^q)$$

für p=q=1:

$$(1-\phi_1 B)(1+\psi_1 B+\psi_2 B^2+\psi_3 B^3\ldots)=(1-\theta B)$$

Dieses auf den ersten Blick kompliziert erscheinende Gleichungssystem kann recht einfach durch rekursiven Koeffizientenvergleich nach Psi aufgelöst werden (HEINHOLD, 1973). Dazu multipliziert man zuerst die Polynome links vom Gleichheitszeichen und erhält:

(4.4.13)

$$1+\psi_1 B+\psi_2 B^2\ldots-\phi_1 B-\phi_1\psi_1 B^2-\phi_1\psi_2 B^3-\phi_1\psi^3 B^4-$$

$$-\phi_1\psi_4 B^5-\ldots=1-\theta_1 B$$

Um nun nach Psi aufzulösen, bleiben links und rechts nur die Terme stehen, die den entsprechenden Exponenten im Backshift- Operator B haben. Also:

(4.4.14)

$$\Psi_1=\Phi_1-\Theta$$

$$\Psi_2=\Phi_1\Psi_1=\Phi_1^2-\Phi_1\Theta_1$$

$$\Psi_3=\Phi_1^3-\Phi_1^2\Theta_1$$

$$\vdots$$

$$\Psi_n=\Phi_1^n-\Phi_1^{n-1}\Theta_1$$

B lässt sich nun wegkürzen und übrig bleibt nach Psi aufgelöst

(4.4.15)

$$\Psi_1B-\Phi_1B=-\Theta B$$

$$\Psi_2B^2-\Phi_1\Psi_1B^2=0$$

$$\Psi_3B^3-\Phi_1\Psi_2B^3=0$$

$$\vdots$$

$$\Psi_nB^n-\Phi_1\Psi_{n-1}B^n=0$$

4.4.1 Verhältnis von "Pi-Gewicht - Form" zur "Psi-Gewicht Form."

In Abschnitt 4.3 und 4.3.1 erwähnten wir schon, dass sich diskrete lineare stochastische Prozesse sowohl in der Psi - Gewicht Form, als auch in der äquivalenten Pi - Gewicht Form schreiben lassen. Nachdem wir im letzten Abschnitt den Backshift Operator B eingeführt haben, sind wir damit in der Lage die Äquivalenz beider Schreibweisen mathematisch herzuleiten.

Nach Formel (4.4.5) ist die allgemeine "Psi - Gewichts - Form" für einen stationären stochastischen Prozess in der kompakten Operatorschreibweise:

(4.4.5)

$$\tilde{z}_t = \psi(B)a_t$$

und die "Pi - Gewichts - Form" nach Formel (4.4.9)

(4.4.9)

$$\pi(B)\tilde{z}_t = a_t$$

Ersetzen wir a(t) in Formel (4.4.5) durch den Ausdruck links vom Gleichheitszeichen von Formel (4.4.9) ergibt sich:

(4.4.16)

$$\tilde{z}_t = \psi(B)\pi(B)\tilde{z}_t$$

z(t) auf beiden Seiten gekürzt gibt:

(4.4.17)

$$1 = \psi(B)\pi(B)$$

nach Pi(B) aufgelöst gibt:

(4.4.18)

$$\pi(B) = \frac{1}{\psi(B)} = \psi^{-1}(B)$$

und analog nach Psi(B) aufgelöst gibt:

(4.4.19)

$$\psi(B) = \frac{1}{\pi(B)} = \pi^{-1}(B)$$

D.h. die "Psi - Gewicht - Form" ist die Inverse der "Pi - Gewicht - Form" und vice versa.

4.5 Stochastische Prozesse und Stationarität.

Im Abschnitt 4.3.1 tauchte der Begriff der Stationarität zum ersten Mal auf. Wir sahen dort, dass für den Fall, dass die Psi Gewichte alle den Wert 1.0 haben, die Zeitreihe einen deutlichen linearen Trend aufweist. Im folgenden beschäftigen wir uns etwas eingehender mit den wahrscheinlichkeitstheoretischen Notwendigkeiten der Stationaritäts=

annahme, um dann im anschliessenden Kapitel zu zeigen, wie viele nichtstationäre Prozesse durch Anwendung des Differenzenoperators stationär gemacht werden können. Das wesentliche Kennzeichen der Zeitreihenanalyse ist die stochastische Funktion jedes einzelnen z(t) innerhalb einer Zeitreihe auf die gesamte Zeitreihe zu übertragen. Gesucht wird dabei nach einer gemeinsamen Wahrscheinlich= keitsfunktion P(Z) für die Einzelwahrscheinlichkeiten p(z(t))

(4.5.1)

$$\ldots p(z_{-1}), p(z_0), p(z_1), p(z_2) \ldots$$

(4.5.2)

$$P(Z)=p(z_1 z_2, \ldots z_N)$$

Inhaltlich entspricht diese unbekannte Wahrscheinlich= keitsfunktion dem zugrundeliegenden datengenerierenden Prozess einer Zeitreihe. Die ersten beiden Momente dieser Wahrscheinlichkeitsfunktion sind der Vektor der Erwartungswerte:

(4.5.3)

$$\left[\mathcal{E}(z_1),\ \mathcal{E}(z_2) \ \ldots\ \mathcal{E}(z_n)\right]$$

und die symmetrische Varianz - Kovarianzmatrix.

(4.5.4)

$$\begin{bmatrix} Var(z_1) & Cov(z_1 z_2) & \ldots\ldots & Cov(z_1 z_N) \\ Cov(z_2 z_1) & Var(z_2) & \ldots\ldots & Cov(z_2 z_N) \\ . & . & & . \\ . & . & . & . \\ . & & & . \\ Cov(z_N z_1) & \ldots\ldots\ldots\ldots & & Var(z_N) \end{bmatrix}$$

In der Situation einer Zeitreihenanalyse mit konkreten Daten gäbe es demnach N + 1/2 (N**2 + N)+ Unbekannte mit N Bekannten (nämlich den Beobachtungen z(t) zu den n Zeitpunkten) zu schätzen.Dies ist mathematisch unmöglich.

Gesucht wird also nach Bedingungen, die diese Anzahl von zu schätzenden Unbekannten reduzieren. Eine deutliche Reduktion wird mit der Einführung der Stationaritätsbedingung erzielt. Stationarität ist dabei operational wie folgt definiert:

(4.5.5)

$$\mu = E(z_t) = E(z_{t+m}) = E(z_{t+j}) = E(z_{t+m+j})$$

$$\gamma_0 = Var(z_t) = Var(z_{t+m})$$

$$\gamma_j = Cov(z_t z_{t+j}) = Cov(z_{t+m} z_{t+m+j})$$

D.h. ein stationärer Prozess besitzt nur einen Erwartungswert und eine Varianz. Des weiteren hängt die Kovarianz zweier Zeitpunkte nur von dem Verschiebungsfaktor ("Lag") j und nicht von der Stellung m innerhalb der Reihe ab. Durch diese Bedingungen reduzieren sich die N+1/2(N**2+N)+ unbekannten Parameter auf N + 1,nämlich den Erwartungswert μ die Varianz $\gamma(0)$ und die N-1 Kovarianzen $\gamma(1).....\gamma(N-1)$

(4.5.6)

$$[\mu, \ldots\ldots\ldots\ldots \mu]$$

$$\begin{bmatrix} \gamma_0 & \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3 & \gamma_4 & \cdots & \gamma_{n-1} \\ \gamma_1 & \gamma_0 & \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3 & \cdots & \gamma_{n-2} \\ \gamma_2 & \gamma_1 & \gamma_0 & \gamma_1 & \gamma_2 & \cdots & \gamma_{n-3} \\ \gamma_3 & \gamma_2 & \gamma_1 & \gamma_0 & \gamma_1 & \cdots & \gamma_{n-4} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \gamma_{n-1} & \gamma_{n-2} & \gamma_{n-3} & \gamma_{n-4} & \gamma_{n-5} & \cdots & \gamma_0 \end{bmatrix}$$

Die N +1 Unbekannten sind zwar noch immer zuviel, doch reduzieren sie sich durch weitere Randbedingungen, auf die bei der Behandlung der einzelnen Zeitreihenmodelle näher eingegangen wird.

+ Wegen der Symmetrie der Varianz - Kovarianzmatrix gibt es statt N**2 nur 1/2(N**2+N) Unbekannte.

4.5.1 Der RAO - TINTNER Test.

Die strenge Einschränkung auf stationäre Zeitreihen würde die Zeitreihenanalyse für die klinische Forschung disqualifizieren, da Zeitreihen hier wünschenswerterweise nichtstationäre Veränderungswerte sind, die auf- bzw. absteigende Trends zeigen. YAGLOM (1955) zeigte in einer theoretischen Arbeit, dass die stochastischen Eigenschaften von nichtstationären Daten nicht verändert werden, wenn die Zeitreihe durch Anwendung des Differenzenfilters stationär gemacht wird. Das soll mit dem Beispiel des "Random Walk" Modells gezeigt werden.

(4.5.7)

$$\tilde{z}_1 = a_1$$

$$\tilde{z}_2 = \tilde{z}_1 + a_2 = a_1 + a_2$$

$$\tilde{z}_3 = \tilde{z}_2 + a_3 = a_1 + a_2 + a_3$$

$$\vdots$$

$$\tilde{z}_n = \tilde{z}_{n-1} + a_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$$

Mit einfacher Differenzenbildung kann man eine solche Zeitreihe durch ein stationäres stochastisches Modell (in diesem Fall "white noise") beschreiben. Dadurch steht die Zufallsvariable a(t) rechts alleine und links stehen die Differenzen z(t) - z(t-1)

(4.5.8)

$$\tilde{z}_1 = a_1$$

$$\tilde{z}_2 - \tilde{z}_1 = a_2$$

$$\tilde{z}_3 - \tilde{z}_2 = a_3$$

$$\vdots$$

$$\tilde{z}_t - \tilde{z}_{t-1} = a_t$$

In Backshift- Operator- Schreibweise lässt sich der Prozess vereinfacht mit

(4.5.9)

$$(1-B)\tilde{z}_t=a_t$$

schreiben. Analog dazu gibt es Prozesse, die höhere Trends aufweisen, prinzipiell jedoch einem stochastischen Prozess gehorchen. Allerdings kommen höhere als quadratische Trends in der Praxis nur selten vor. Ein Bespiel für einen "white noise" - Prozess mit überlagertem quadratischen Trend ("random walk**2") wäre:

(4.5.10)

$$(1-B)(1-B)\tilde{z}_t=a_t$$

$$(1-B)^2\tilde{z}_t=a_t$$

$$(1-2B+B^2)\tilde{z}_t=a_t$$

$$\tilde{z}_t-2\tilde{z}_{t-1}+\tilde{z}_{t-2}=a_t$$

Tab. 4.4 gibt ein numerisches Beispiel für die Vorgehensweise beim Differenzenbilden. Die erste Spalte von Tab. 4.4 ist der Zufallsprozess aus Abb. 4.1. Daneben ist der Random Walk Prozess wie er sich analog zu (4.5.7) ergibt. In Spalte 3 von Tab. 4.4 ist der "random walk**2" Prozess, der sich in der analogen Aufsummierung der einzelnen Elemente des Random Walk Prozesses ergibt. In Spalte 4 ist die Differenzenbildung dieses Prozesses mit d=1 und ganz rechts die Differenzenbildung mit d=2 zu sehen. Die Differenzen ergeben sich dabei jeweils aus den Werten z(t+1) - z(t) der unmittelbar links stehenden Spalte. Dadurch gehen bei d=1 jeweils der erste und letzte Wert verloren und entsprechend bei d=2 die beiden ersten und die beiden letzten Werte. Wie man sieht erhält man durch einmalige Differenzenbildung wieder den Random Walk Prozess und durch zweimalige Differenzenbildung den Ausgangsprozess a(t).

Tab. 4.4: "GAUSS'scher Prozess", "Random Walk", "Random Walk**2" mit entsprechenden Differenzenbildungen.

t	a(t)	Random Walk	Random Walk**2	d=1	d=2
(1)	-1.12	-1.12	-1.12		
				0.68	
					1.80
(2)	1.80	0.68	-0.44		
				2.48	
					-0.62
(3)	1.80	2.48	2.04		
				1.86	
					0.54
(4)	-0.62	1.86	3.91		
				2.40	
					-1.11
(5)	0.54	2.40	6.30		
				1.29	
					0.20
(6)	-1.11	1.29	7.59		
				1.49	
					0.14
(7)	0.20	1.49	9.09		
				1.64	
					1.39
(8)	0.14	1.64	10.72		
				3.02	
					-0.93
(9)	1.39	3.02	13.75		
				2.10	
(10)	-0.93	2.10	15.85		

Eine grafische Darstellung derselben Zeitreihen, mit entsprechenden Differenzenbildungen ist in Abb. 4.7 und Abb. 4.8 zu sehen.

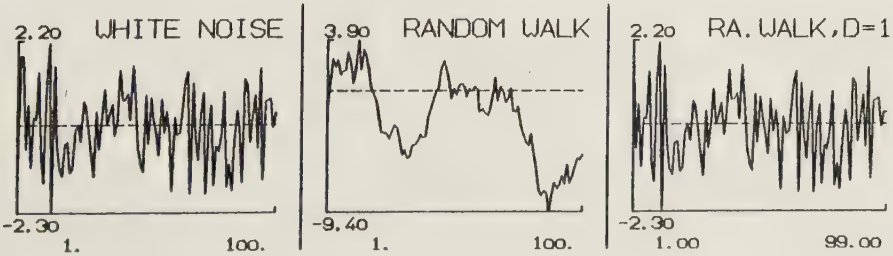


Abb. 4.7: (a) "white noise" Prozess (b) Zeitreihe mit linearem Trend ("Random walk") und (c) einfacher Differenzenbildung.

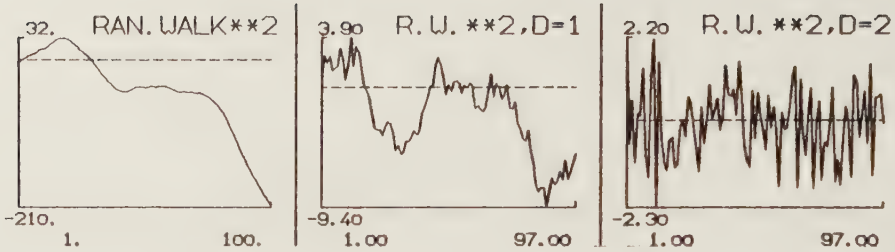


Abb. 4.8: (a) Zeitreihe mit quadratischem Trend ("Random Walk**2") und (b) einfacher und (c) zweifacher Differenzenbildung.

In der Praxis ergibt sich damit das Problem zu entscheiden, ob eine Zeitreihe stationär ist bzw. wie hoch die Differenzenbildung der Daten angesetzt werden muss, um Stationarität zu erzielen. Nach unserer Ansicht ist hierzu der Hinweis, wie er von BOX & JENKINS (1970), GLASS, WILLSON & GOTTMAN (1975) und NELSON (1973) gegeben wird sehr unbefriedigend. All diese Autoren geben als Kriterium für Nichtstationarität an, dass die Autokorrelationsfunktion (siehe Kap.4.6.1) in diesem Fall nicht rasch gegen Null ausschwingt. Doch was ist eigentlich mit rasch gemeint? Eigene Erfahrung bestätigte, dass die Übereinstimmung über den notwendigen Grad der Differenzenbildungen oft erheblich zwischen verschiedenen Beurteilern schwankt. Durch das Fehlen eines statistischen Kriteriums kommt damit eine subjektive Komponente ins Spiel, die alle anschliessenden Analysen determiniert, vergleichbar etwa bei der Faktorenanalyse, bei der die Anzahl der extrahierten Faktoren weitgehend deren Ladungsstruktur bestimmt. O.D.ANDERSON (1975) schlägt vor denjenigen Differenzenbildungsgrad d zu nehmen, bei dem das Minimum der Varianz der Daten liegt. Obwohl der Grundgedanke von O.D.ANDERSON (1975) richtig ist, ist es ärgerlich, dass der Autor in mehreren Fällen der Beispiele in seinem Buch dabei nicht konsistent ist. Das zugrundeliegende statistisch mathematische Rationale der Differenzenbildung ist die sogenannte "variate difference" - Methode (TINTNER, 1940; T.W. ANDERSON, 1971; KENDALL, 1976; TINTNER & RAO, 1963). Im wesentlichen besagt dieses Verfahren, dass sich eine Zeitreihe, die sich als ein Polynom k-ter Ordnung und einer Zufallsvariable a(t) darstellen lässt, mittels Differenzenbildung als ein Polynom k-1 ter Ordnung darstellen lässt. Es erlaubt daher durch die sukzessive Bildung von Varianzbrüchen

(4.5.11)

$$\frac{\sigma^2_{(1-B)^2 z_t}}{\sigma^2_{(1-B)^3 z_t}} \leq \lambda_{5\%} \quad \text{[Polynom 3.Grades]}$$

$$\frac{\sigma^2_{(1-B) z_t}}{\sigma^2_{(1-B)^2 z_t}} \leq \lambda_{5\%} \quad \text{[Polynom 2.Grades]}$$

$$\frac{\sigma^2_{z_t}}{\sigma^2_{(1-B) z_t}} \leq \lambda_{5\%} \quad \text{[Polynom 1.Grades]}$$

die Bestimmung des Grades des Polynoms, das eine Zeitreihe besitzt. TINTNER & RAO (1963) konnten die statistischen Probleme der Verteilung dieser sukzessiven Varianzbrüche lösen und lieferten tabellierte Wahrscheinlichkeiten, die einen statistischen Signifikanztest für den notwendigen Differenzenbildungsgrad zur Erreichung von Stationarität erlauben.
KENDALL (1976) wies in diesem Zusammenhang auf eine andere interessante Beziehung zwischen den Varianzen der Reihe nach Differenzenbildung und der Autokorrelationsfunktion hin:

(4.5.12)

$$\sigma^2_{(1-B) z_t} = 2\sigma^2_{z_t}(1-\varrho_1)$$

$$\sigma^2_{(1-B)^2 z_t} = \sigma^2_{z_t}(6-8\varrho_1+2\varrho_2)$$

$$\sigma^2_{(1-B)^n z_t} = \sigma^2_{z_t}[\binom{2r}{r} - 2\varrho_1\binom{2\varrho}{\varrho-1} + 2\varrho_2\binom{2\varrho}{\varrho-1}..]$$

Da der RAO - TINTNER Test unseres Wissens bisher noch nicht zur Bestimmung des notwendigen Differenzenbildungsgradse d bei Zeitreihendaten verwendet wurde, überprüften wir mit ihm alle Zeitreihen aus den Büchern von BOX & JENKINS (1970) und von O.D.ANDERSON (1975). Für alle dortigen Beispiele fanden wir völlige Übereinstimmung des durch den RAO - TINTNER Test angezeigten Differenzenbildungsgrades und demjenigen der Autoren. Da es sich bei den Autoren jedoch um Experten handelt, was von den meisten Klinikern und Psycholgen nicht

erwartet werden kann, halten wir den Einsatz des RAO - TINTNER Tests als Routineinstrument neben der Autokorrelationsfunktion und der partiellen Autokorrelationsfunktion, die in den nächsten Abschnitten behandelt werden, bei der Modellidentifikation für sinnvoll. Übrigens stimmte bei den Beispielen von O.D.ANDERSON in mehreren Fällen der Differenzenbildungsgrad d, wie er vom Autor gewählt wurde, nicht mit dem von ihm selbst vorgeschlagenen Kriterium des Minimums der Varianz überein, wohl aber mit dem Ergebnis des RAO - TINTNER Tests. In Tab. 4.5 sind die Ergenisse des RAO - TINTNER Tests der Zeitreihen aus Abb. 4.7 zu sehen.

Tab. 4.5: RAO - TINTNER Test eines (a) Zufallsprozesses, eines (b) "Random walk" Prozesses und (c) einer Zeitreihe mit qudratischem Trend.

	Reihe a	Prob.	Reihe b	Prob.	Reihe c	Prob.
d=2/d=3	3.279	> 5%	3.071	> 5%	2.159	> 5%
d=1/d=2	2.978	> 5%	2.076	> 5%	0.087	< 1%
d=0/d=1	2.145	> 5%	0.090	< 1%	0.003	< 1%

Praktisch geht man beim RAO - TINTNER Test folgendermassen vor: Man prüft die Varianzverhältnisse in absteigender Reihenfolge, bis ein signifikantes Varianzverhältnis gefunden wird. Der notwendige Differenzenbildungsgrad d entspricht dann jeweils dem Differenzenbildungsgrad des Nenners, wie er in Tab. 4.5 unterstrichen ist. Ist kein Varianzbruch signifikant, so liegt Stationarität im Level vor. Tab.4.5 ist von daher folgendermassen zu interpretieren: Bei Reihe a ist kein Varianzbruch signifikant, also wird Stationarität angenommen. Bei Reihe b ist das Varianzverhältnis d=1/d=0 auf dem 1% Niveau signifikant, weswegen einmalige Differenzenbildung notwendig ist. Bei Reihe c schliesslich verlangt das auf dem 1% Niveau signifikante Varianzverhältnis d=2/d=1 zweimalige Differenzenbildung, damit die Zeitreihe stationär wird.

Die Folgen falscher Differenzenbildung sind kritisch. Zu niedrige Differenzenbildung belässt die Zeitreihe nichtstationär mit allen negativen Konsequenzen. Überdifferenzierung beseitigt zwar nicht eine einmal erreichte Stationarität, bringt jedoch neue Abhängigkeit in den Prozess. Der "white - noise" - Prozess

(4.5.13)

$$\tilde{z}_t = a_t$$

ist stationär. Falsche Differenzenbildung

(4.5.14)
$$\tilde{z}_t - \tilde{z}_{t-1} = w_t$$
$$w_t = a_t - a_{t-1}$$

macht aus diesem Prozess jedoch einen moving - average - Prozess erster Ordnung mit einem θ Parameter von 1.0. GLASS (1968) machte ziemlich sicher genau diesen Fehler einer Überdifferenzierung. Abb.4.9 zeigt die von GLASS untersuchten Zeitreihen, die die monatlichen Unfallsziffern verschiedener amerikanischer Bundesstaaten wiedergeben. Die optische Inspektion der Zeitreihen aus Abb. 4.9 macht die Annahme von stationären Prozessen recht wahrscheinlich. Wie (4.5.14) analytisch zeigt, gibt einmalige Differenzenbildung eines stationären "white noise" Prozess einen MA(1) Prozess mit einem theoretischen θ nahe 1.0. Die ACF für einen solchen Prozess hat dabei einen signifikanten Koeffizienten in der Grössenordnung $r(1)=+.5$. Vergleichen wir die von GLASS berechneten $r(1)$ der fünf Zeitreihen aus Tab.4.6 damit, so sehen wir, dass in drei der fünf Fällen die Originalzeitreihen mit Sicherheit stationäre "white noise" Prozesse, sind und die beiden restlichen mit hoher Wahrscheinlichkeit. Das heisst also, dass wegen der falschen Differenzenebildung durch GLASS ein artifizieller IMA(1,1) Prozess identifiziert und geschätzt wurde.

Tab. 4.6: $r(1)$, γ und θ der Zeitreihen aus Abb.4.3 (nach GLASS, 1968)

Bundesstaat	r(1)	γ	$\theta=1-\gamma$
Connecticut	-.555	.01	.99
Massachusetts	-.500	.01	.99
Rhode Island	-.395	.01	.99
New York	-.551	.16	.84
New Jersey	-.612	.11	.89

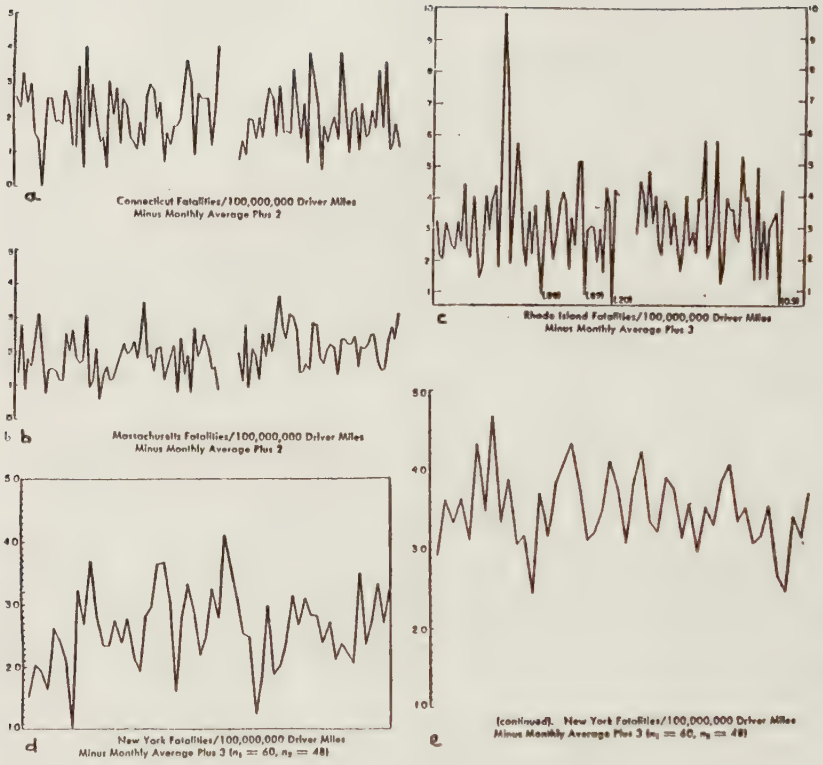


Abb. 4.9: Zeitreihe der monatlichen Verkehrunfälle im amerikanischen Bundesstaat (a) Connecticut (b) Massachusetts (c) Rhode Island (d) New York (e) New Jersey (aus GLASS, 1968, S.61-63).

4.6 Die Autokovarianzfunktion (AKF) und die Autokorrelationsfunktion (ACF).

Nachdem die Fragen des notwendigen Differenzenbildungsgrades d geklärt sind, ist die Überprüfung, ob eine beobachtete Zeitreihe eine Realisation von unabhängigen Zufallsvariablen ist ("white noise"), oder ob zwischen den Beobachtungen irgendeine serielle Abhängigkeit besteht, das nächste Problem bei Zeitreihenanalysen. Diese Frage hilft, die Autokovarianz- (AKF) und die Autokorrelations - Funktion (ACF) zu beantworten. Die Autokovarianz einer Zeitreihe ist

(4.6.1)

$$\gamma_k = Cov(z_t z_{t+k}) = (z_t - \mu)(z_{t+k} - \mu)$$

k ist dabei ein zeitlicher Verschiebungsfaktor ("Lag"). Ist der zeitliche Verschiebungsfaktor k=0, entspricht dies der Varianz der Zeitreihe.

(4.6.2)

$$\gamma_0 = Var_{z_t} = Cov(z_t z_t) = (z_t - \mu)(z_t - \mu)$$

Die Grösse der Autokovarianz ist wie bei gewöhnlicher Kovarianz abhängig von der Masseinheit der Beobachtungen. Deswegen sind Kovarianzen unterschiedlicher Zeitreihen, soweit ihnen unterschiedliche Masseinheiten zugrundeliegen, nicht ohne weiteres vergleichbar. Vergleichbarkeit kann aber durch Normierung der AKF erreicht werden, indem die AKF durch ihre Varianz dividiert wird.

(4.6.3)

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}$$

Diese normierte Funktion, die Werte zwischen -1.0 und 1.0 annehmen kann, heisst Autokorrelationsfunktion.

Die Autokorrelationsfunktion ist damit ein entscheidender Ausgangspunkt für alle weiteren Analyseschritte. Darüber hinaus ist sie ein wichtiges Hilfsmittel beim Überprüfen der Adäquatheit eines bestimmten stochastischen Modells. Die Begriffe Autokorrelation und serielle Korrelation werden in der Literatur synonym gebraucht (T.W.ANDERSON, 1971).
Wie der Name sagt, ist die Autokorrelation eine Korrelation (Produktmomentkorrelation) der Zeitreihe mit sich selbst. Das entsprechende Schema der Anordnung der Wertepaare für die Autokorrelations - Koeffizienten ist in Tab. 4.6 zu sehen.

Tab. 4.7: Annordnung der Wertepaare von Zeitreihen zur Berechnung der ACF.

r(1)	r(2)	r(3)
z(1),z(2)	z(1),z(3)	z(1),z(4)
z(2),z(3)	z(2),z(4)	z(2),z(5)
. .	. .	. .
. .	. .	. .
z(n-1),z(n)	z(n-2),z(n)	z(n-3),z(n)

Ein Datenvektor bleibt dabei zeitkonsistent, d.h. sein erstes Element entspricht dem ersten Zeitpunkt t(1), wohingegen der zweite Vektor jeweils um k Zeitpunkte ("Lags") verschoben ist (wobei k maximal n-1 sein kann). r(1) ist dann die Korrelation der unverschobenen Reihe mit der um einen Zeitpunkt verschobenen Reihe, r(2) mit der um zwei Zeitpunkte verschobenen Reihe etc. Als Folge der Verschiebungen wird dabei die Anzahl der entsprechenden Datenpaare jeweils um die Grösse der zeitlichen Verschiebung kürzer. + Aus dem Grunde empfiehlt es sich, nicht mehr als n/2 Autokorrelationen zu berechnen. BOX & JENKINS sehen die Berechnung von 20 Autokorrelationskoeffizienten in den meisten Fällen als ausreichend an.++
Die allgemeine Formel für die Autokorrelationsfunktion ist:

(4.6.4)

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (z_t - \bar{z})(z_{t+k} - \bar{z})}{\sum_{t=1}^{n} (z_t - \bar{z})^2}$$

KENDALL (1976) und einige Autoren benutzen eine etwas andere Formel

---

+ Es gibt einen sogenannten "zirkulären" Autokorrelations= koeffizienten (YAMANE, 1976; R.L.ANDERSON, 1942), der dieses Problem umgeht, indem er als t(n+1) Zeitpunkt wieder t(1) etc. annimmt.

++Das gilt jedoch nur für nichtperiodische Zeitreihen.Bei periodischen Zeitreihen sollten mindestens 5 x soviele Autokorrelationskoeffizienten berechnet werden, als die Periode lang ist.

(4.6.5)

$$r_k = \frac{\frac{1}{n-k}\sum_{t=1}^{n-k}(z_t-\bar{z})(z_{t+k}-\bar{z})}{\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(z_t-\bar{z})^2}$$

Formel (4.6.5) hat zwar den Vorteil von grösserer Schätzkonsistenz ("less biased estimate", O.D.ANDERSON (1975), besitzt jedoch den Nachteil, dass gewisse mathematische Restriktionen weniger leicht erfüllt sind (siehe dazu O.D.ANDERSON, 1975). JENKINS & WATTS (1968) zeigten daneben, dass der mittlere quadratische Fehler der Schätzungen gewöhnlich kleiner ist, wenn man n statt n-k im Zähler verwendet.

Die Autokorrelationsfunktion ermöglicht erste Hypothesen über den statistischen Prozess, der einer Zeitreihe zugrunde liegt, vorausgesetzt die Zeitreihe ist stationär. Bei nichtstationären Zeitreihen ist die ACF keine Funktion des zugrundeliegenden stochastischen Prozesses mehr, sondern eine artifizielle Funktion mit linearem Abfall, da bei nichtstationären Zeitreihen der Mittelwert der Zeitreihe (und damit natürlich aller Funktionen, die sich auf ihn beziehen), nicht eindeutig ist, sondern mit t zunimmt bzw. abnimmt. Insofern ist eine solche ACF ein guter Hinweis auf Nichtstationarität der Zeitreihe. In Abb.4.10 sind einige Beispiele für Zeitreihen mit ihren zugehörigen empirischen und theoretischen Autokorrelationfunktionen zu sehen. Die vier Zeitreihen wurden dabei folgendermassen generiert:

(4.6.6)

a) $z_t = a_t$

b) $z_t = .8Bz_t + a_t$

c) $z_t = -.8Bz_t + a_t$

d) $z_t = .5Bz_t + .3B^2z_t + a_t$

[a_t=u.n.v.(0,1.0)]

[$z_1 = a_1$]

Abb.4.10a zeigt dabei den "white noise" Prozess von Abb.4.2. Ein Vergleich einer solchen Zeitreihe mit anderen Zeitreihen, die eine Abhängigkeitsstruktur zeigen, ist optisch oft nicht auszumachen. Die Berechnung der empirischen ACF wurde nach Formel (4.6.4) berechnet. Die

Berechnung der theoretischen ACF erfolgte über ein Verfahren, das im nächsten Abschnitt behandelt wird.

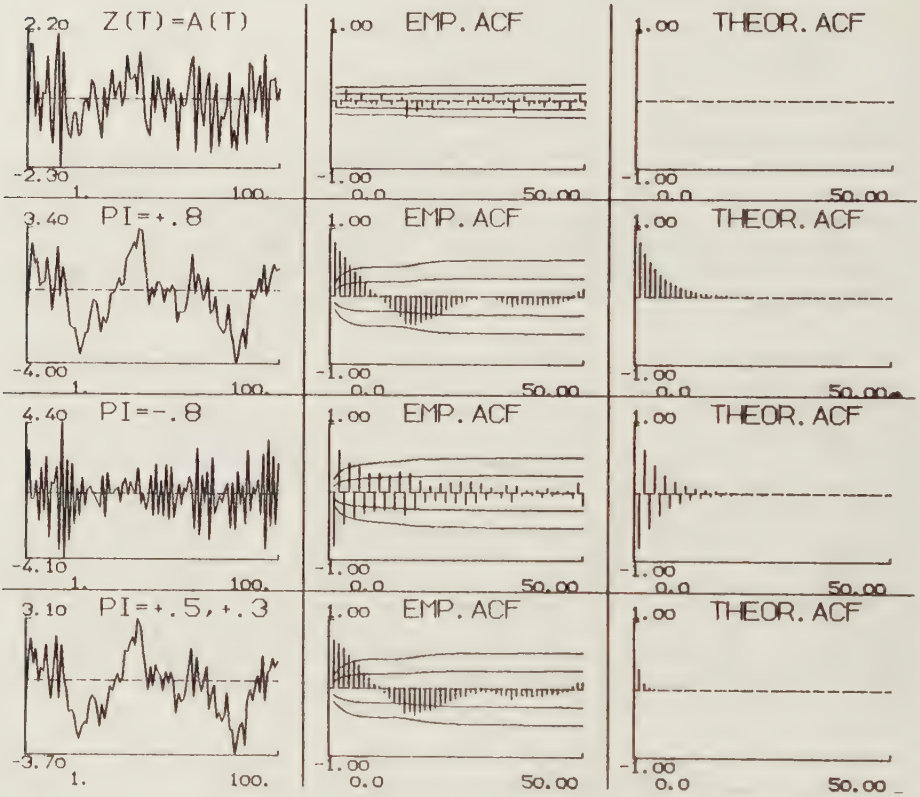


Abb. 4.10a-d: Empirische und theoretische ACF für die nach (4.6.6) simulierten Zeitreihenprozesse.

Wie man sehen kann, sind die Verläufe der theoretischen und empirischen Funktionen zwar im Prinzip ähnlich, weisen jedoch teilweise beachtliche Unterschiede auf. Der Grund dafür ist, dass die empirische ACF eine fehlerbehaftete Schätzung der wahren theoretischen Funktion ist. Als weiteres Problem kommt hinzu, dass die meisten Zeitreihen eine einmalige, nicht wiederholbare Zufallsstichprobe eines zugrunde liegenden statistischen Prozesses sind. Es gilt also, von einer einmaligen Stichprobe auf die zugrundeliegende Funktion zu schliessen. Dabei ist es notwendig, einen Hinweis auf die statistisch möglichen Abweichungen der empirischen ACF von der zugrundeliegenden theoretischen ACF zu haben, insbesonders wenn diese gleich Null ist. Einen solchen Hinweis geben die Verteilungen der

Autokorrelations - Koeffizienten. R.L.ANDERSON (1942) zeigte, dass diese bei genügend grossem N normalverteilt sind, wobei die Parameter der Verteilung jeweils von dem zugrundeliegenden statistischen Prozess abhängen. Auf die Verteilungsprobleme geht T.W.ANDERSON (1971) ausführlich ein. R.L.ANDERSON (1942) zeigte z.B., dass die Autokorrelationen für einen Zufallsprozess normalverteilt mit Mittelwert 0 und der Varianz 1/n sind. Eine Näherungsformel der Varianz der Autokorrelationen für allgemeine stationäre stochastische Prozesse stammt von BARTLETT (1946):

(4.6.7)

$$\sigma_{r_t}=\sqrt{\frac{1}{n}\left(1+2\sum_{j=1}^{t-1} r_j^2\right)}$$

Ist r(k) nun kleiner als 2 Standardabweichungen von (4.6.7) ist diese Korrelation auf dem 5% Niveau nicht mehr signifikant von Null verschieden. Die 5% Und 10% Vertrauensintervalle sind in Abb.4.10 miteingezeichnet.
Wie man aus Abb.4.10c erkennen kann, verändern manche ACF's von Zeitreihen alternierend das Vorzeichen. Inhaltlich bedeutet das, dass auf einen überdurchschnittlichen Wert immer ein unterdurchschnittlicher Wert folgt und vice versa. Dies ist ein häufiges Muster bei Abhängigkeiten: exzessiver Alkoholkonsum oder exzessive Nahrungsaufnahme bedingen meistens am nächsten Tag eine Reduktion des Verhaltens, was daraufhin wieder als Folge des Defizits einen neuerlichen Exzess auslöst. Die Prozesse der Zeitreihen aus Abb.4.10b-d entsprechen der Pi - Gewichtsform von (4.3.4) mit einem bzw. zwei Pi - Gewichten:

(4.6.8)

$$z_t=\mu+\pi_1 z_{t-1}+a_t$$

$$z_t=\mu+\pi_1 z_{t-1}+\pi_2 z_{t-2}+a_t$$

$$[\ \mu=0\ ]$$

Solche Prozesse werden autoregressive Prozesse genannt und in Abschnitt 4 ausführlich behandelt. Auffallend ist, dass die theoretische ACF der Prozesse b-d noch bei einem hohen "Lag" von Null verschieden ist und ferner, dass sich die empirischen ACF's von Abb.4.10b und 4.10d praktisch nicht unterscheiden. In der Praxis ist aber, anders als bei den simulierten Beispielen, der zugrundeliegende Prozess unbekannt. Damit ist aber zur Identifikation von Zeitreihenprozessen insbesondere wieviel Pi-Gewichte zur Charakterisierung des Prozesses notwendig sind, die ACF allein nicht ausreichend. Gesucht wird deswegen nach einer weiteren Funktion, die Auskunft über Anzahl der notwendigen

Pi -Gewichte eines stochastischen Prozesses gibt.

4.6.1 Die Autokorrelationsfunktion (ACF) in der Pi-Gewicht Form.

Eine wichtige alternative Darstellungsform der ACF geht über die z(t) in der Pi-Gewicht Form:

(4.6.9)

$$\tilde{z}_t=\pi_1\tilde{z}_{t-1}+\pi_2\tilde{z}_{t-2}+\ldots+a_t$$

$$\pi(B)\tilde{z}_t=a_t$$

$$[\pi(B)=1-\pi_1B-\pi_2B^2-\pi_3B^3-\ldots\ldots]$$

Die Kovarianz erhält man analog zu (4.6.1), indem (4.6.9) mit z(t-k) multipliziert wird:

(4.6.10)

$$\gamma_k=\tilde{z}_t\tilde{z}_{t-k}=\pi_1\tilde{z}_{t-1}\tilde{z}_{t-1-k}+\ldots+\pi_m\tilde{z}_{t-m}\tilde{z}_{t-m-k}+a_t\tilde{z}_{t-k}$$

Nach (4.3.1) sind die a(t) unabhängig verteilt. Deswegen ist

(4.6.11)

$$a_t\tilde{z}_{t-k}=0 \quad [\text{ für } k\neq 0\ ]$$

Damit ergibt sich allgemein für die Kovarianz, ausgedrückt in der Pi-Gewicht Form

(4.6.12)

$$\gamma_k=\pi_1\gamma_{k-1}+\pi_2\gamma_{k-2}+\ldots+\pi_m\gamma_{k-m} \quad k>0$$

Bzw. in der "Back-Shift" Operatorschreibweise:

(4.6.13)

$$\gamma_k=\pi_1B\gamma_k+\pi_2B^2\gamma_k+\ldots+\pi_mB^m\gamma_k \quad k>0$$

Alle Ausdrücke nach links gebracht erlaubt (4.6.13) als Differenzengleichung+ darzustellen:

+ Eine gute Einführung in die Thematik der Differenzengleichung mit verschiedenen Anwendungsbeispielen für die Sozialwissenschaften stammt von GOLDBERG (1968)

(4.6.14)

$$\gamma_k - \pi_1 B\gamma_k - \pi_2 B^2\gamma_k - \ldots - \pi_m B^m \gamma_k = 0 \quad k>0$$

Ausdruck (4.6.14) in der kompakten Back-Shift Operatorschreibweise gibt:

(4.6.15)

$$\pi(B)\gamma_k = 0$$

$$[\pi(B) = 1 - \pi_1 B - \pi_2 B^2 - \ldots - \pi_m B^m]$$

Die ACF erhält man, indem (4.6.12) durch die Varianz $\gamma(0)$ dividiert wird.

(4.6.16)

$$\varrho_k = \pi_1 \varrho_{k-1} + \pi_2 \varrho_{k-2} + \ldots + \pi_m \varrho_{k-m} \quad k>0$$

Die ACF in der kompakten Back-Shift Operatorschreibweise als Differenzengleichung ausgedrückt gibt:

(4.6.17)

$$\pi(B)\varrho_k = 0$$

$$[\pi(B) = 1 - \pi_1 B - \pi_2 B^2 - \ldots - \pi_m B^m]$$

4.7 Die partielle Autokorrelationsfunktion (PACF).

Um allgemein die Korrelation zweier Variablen unter Ausschluss etwaiger anderer gleichzeitiger Einflussgrössen zu bestimmen, bedient man sich der partiellen Korrelationsfunktion. Diese "filtert" zuerst alle rivalisierenden Variablen aus, entsprechend ihrer Korrelation mit den beiden interessierenden Variablen, um dann den darüber hinaus noch bestehenden Zusammenhang zu berechnen. Vollkommen analog verfährt die partielle Autokorrelation, nur dass hier die "rivalisierenden" Variablen dieselbe Zeitreihe, versetzt um jeweils einen weiteren "Lag" ist
Mit r(1 3) sei die Autokorrelation von z(t) mit z(t+2) bezeichnet, was einem r(2) in der gewohnten Schreibweise entspricht. Analog dazu ist r(1 2) die Autokorrelation von z(t) mit z(t+1) und r(2 3) die Autokorrelation von z(t+1) mit z(t+2). Als Formel für die partielle Autokorrelationsfunktion r(1 3.2) ergibt sich:

(4.7.1)

$$\varrho_{13.2}=\frac{\varrho_{13}-\varrho_{12}\varrho_{32}}{\sqrt{(1-\varrho_{12}^2)(1-\varrho_{32}^2)}}$$

Unter Voraussetzung der Stationarität ist nach (4.5.5)

(4.7.2)

$$\varrho_j=\varrho(z_t z_{t+j})=\varrho(z_{t+m} z_{t+m+j})$$

Daraus folgt, dass

(4.7.3)

$$\varrho_{12}=\varrho_{32}$$

Demnach ergibt sich :

(4.7.4)

$$\varrho_{13.2}=\frac{\varrho_2-\varrho_1^2}{1-\varrho_1^2}$$

Für Partialkoeffizienten höherer Ordnung wird diese Formel sehr umständlich. Ein anderer Ansatz geht über die ACF in der Pi - Gewicht Form:

(4.7.5)

$$\begin{aligned}
\varrho_1 &= \pi_1\varrho_0 + \pi_2\varrho_{-1} + \pi_3\varrho_{-2} + \pi_4\varrho_{-3} \cdots\cdots \\
\varrho_2 &= \pi_1\varrho_1 + \pi_2\varrho_0 + \pi_3\varrho_{-1} + \pi_4\varrho_{-2} \cdots\cdots \\
\varrho_3 &= \pi_1\varrho_2 + \pi_2\varrho_1 + \pi_3\varrho_0 + \pi_4\varrho_{-1} \cdots\cdots \\
&\cdots\cdots \\
&\cdots\cdots \\
\varrho_{n-1} &= \pi_1\varrho_{n-2} + \pi_2\varrho_{n-3} + \pi_3\varrho_{n-4} + \pi_4\varrho_{n-5} \cdots\cdots
\end{aligned}$$

$$[\varrho_0 = 1]$$

Die Pi - Gewichte mit Lag k entsprechen mathematisch den partiellen Autokorrelationskoeffizienten $\phi(kk)$ (BARNDORFF -

NIELSON & SCHOU, 1973; GOTTMAN & GLASS, 1976). Zur Lösung von Pi wird das folgende Gleichungssystem nach Pi aufgelöst:

(4.7.6)

$$\begin{bmatrix} \varrho_1 \\ \varrho_2 \\ \varrho_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \varrho_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \varrho_1 & \varrho_2 & \cdots & \varrho_{n-2} \\ \varrho_1 & 1 & \varrho_1 & \cdots & \varrho_{n-3} \\ \varrho_2 & \varrho_1 & 1 & \cdots & \varrho_{n-4} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \varrho_{n-2} & \varrho_{n-3} & \varrho_{n-4} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \pi_1 \\ \pi_2 \\ \pi_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \pi_{n-1} \end{bmatrix}$$

In Matrixschreibweise ausgedrückt:

(4.7.7)

$$P_p \pi_p = \varrho_p$$

Nennen wir die Pi - Gewichte ϕ, und bezeichnen wir die Zahl der notwendigen ϕ - Gewichte mit p, so ergeben sich p Gleichungssysteme, die in der Literatur YULE - WALKER Gleichungen genannt werden (BOX & JENKINS; NELSON, 1973; T.W.ANDERSON, 1971; O.D.ANDERSON, 1976).

(4.7.8)

p=1 :

$$[1] \quad [\varphi_{11}] = \varrho_1$$

p=2 :

$$\begin{bmatrix} 1 & \varrho_1 \\ \varrho_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{11} \\ \varphi_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varrho_1 \\ \varrho_1 \end{bmatrix}$$

p=3 :

$$\begin{bmatrix} 1 & \varrho_1 & \varrho_2 \\ \varrho_1 & 1 & \varrho_1 \\ \varrho_2 & \varrho_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{31} \\ \varphi_{32} \\ \varphi_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varrho_1 \\ \varrho_2 \\ \varrho_3 \end{bmatrix}$$

p=4 :

$$\begin{bmatrix} 1 & \varrho_1 & \varrho_2 & \varrho_3 \\ \varrho_1 & 1 & \varrho_1 & \varrho_2 \\ \varrho_2 & \varrho_1 & 1 & \varrho_1 \\ \varrho_3 & \varrho_2 & \varrho_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{41} \\ \varphi_{42} \\ \varphi_{43} \\ \varphi_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varrho_1 \\ \varrho_2 \\ \varrho_3 \\ \varrho_4 \end{bmatrix}$$

p=n-1 :

$$\begin{bmatrix} 1 & \varrho_1 & \cdot & \cdot & \varrho_{n-2} \\ \varrho_1 & 1 & \cdot & \cdot & \varrho_{n-2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \varrho_{n-2} & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{n-1,1} \\ \varphi_{n-1,2} \\ \cdot \\ \cdot \\ \varphi_{n-1,n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varrho_1 \\ \varrho_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \varrho_{n-1} \end{bmatrix}$$

Die partielle Autokorrelation $\phi(k)$ entspricht dabei jeweils dem letzten Element des Spaltenvektors $\phi(kk)$. Die Lösung dieser Gleichungssysteme mit p Unbekannten erfolgt nach einem geläufigen Verfahren der Matrixalgebra:

(4.7.9)

$$\varphi_p = P_p^{-1} \varrho_p$$

Eine anderes Verfahren benutzt die CRAMER'sche Regel der Determinantenquotienten zur Lösung simultaner Gleichungssysteme.

(4.7.10)

$$\varphi_{kk} = \frac{|P_p^*|}{|P_p|}$$

Bei diesem Verfahren steht für die Lösung jedes $\phi(k)$ im Nenner die Determinante der Autokorrelationsmatrix P und im Zähler die Determinante derselben Matrix, deren k-ter Spaltenvektor durch den Spaltenvektor der Autokorrelationen r(1)...r(k) ersetzt worden ist.

(4.7.11)

$$\varphi_{kk} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \varrho_1 & \varrho_2 & \cdot & \cdot & \cdot & \varrho_1 \\ \varrho_1 & 1 & \varrho_1 & \cdot & \cdot & \cdot & \varrho_2 \\ \varrho_2 & \varrho_1 & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \varrho_3 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \varrho_{k-1} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \varrho_k \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \varrho_1 & \varrho_2 & \cdot & \cdot & \cdot & \varrho_{k-1} \\ \varrho_1 & 1 & \varrho_1 & \cdot & \cdot & \cdot & \varrho_{k-2} \\ \varrho_2 & \varrho_1 & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \varrho_{k-3} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \varrho_{k-1} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \end{vmatrix}}$$

Für Matrizen mit Rang >3 wird dieses Verfahren numerisch jedoch äusserst aufwendig.
Formel (4.7.9) ist übrigens mit der Formel für die Multiple Regression identisch (HOPE, 1969). Die Autokorrelations= Matrix P entspricht dabei der Korrelationsmatrix der Prädiktoren, der Vektor ϕ dem Vektor der Beta - Gewichte, und der Vektor rho der Autokorrelationen dem Vektor der Kriteriumsvariable Y.
Funktion und Bedeutung der PACF stellt man sich deshalb am besten als einen Spezialfall einer schrittweisen multiplen Regression vor, wobei der partielle Autokorrelations= koeffizient jeweils dem letzten Gewicht der Regressionsgleichung entspricht. Ist dieser Koeffizient Null, ist der Grad der multiplen Regression zu hoch angesetzt. Noch allgemeiner ausgedrückt gibt die PACF die Anzahl der notwendigen Pi - Gewichte für die Darstellung eines stochastischen Prozesses in der Pi - Gewicht Form an. Wie die Autokorrelationsfunktion ist auch die partielle Autokorrelationsfunktion nur ein Schätzwert für die wahre Funktion. Eine Formel zur Überprüfung der Signifikanz der partiellen Autokorrelation stammt von QUENOUILLE (1949):

(4.7.12)

$$\sigma_{\phi_{kk}} \approx \frac{1}{\sqrt{N}}$$

4.8 Autoregressive Prozesse.

Nach Formel (4.3.7) kann ein linearer stationärer stochastischer Prozess als unendliche Reihe dargestellt werden:

(4.3.7)

$$\tilde{z}_t = \pi_1 \tilde{z}_{t-1} + \pi_2 \tilde{z}_{t-2} + \ldots + \pi_\infty \tilde{z}_{t-\infty} + a_t$$

ist dieser Prozess endlich mit p Koeffizienten,

(4.8.1)

$$\tilde{z}_t = \pi_1 \tilde{z}_{t-1} + \ldots + \pi_p \tilde{z}_{t-p} + a_t$$

spricht man von einem autoregressiven Prozess p-ter Ordnung und bezeichnet die Koeffizienten zur Unterscheidung von der allgemeinen unendlichen Form mit ϕ.

(4.8.2)

$$\tilde{z}_t = \phi_1 \tilde{z}_{t-1} - \ldots - \phi_p \tilde{z}_{t-p} + a_t$$

Um (4.8.2) in der kompakten Backshift Operatorschreibweise zu schreiben bringen wir wieder alle z(t) auf die linke Seite der Gleichung:

(4.8.3)

$$\tilde{z}_t-\varphi_1\tilde{z}_{t-1}-\ldots-\varphi_p\tilde{z}_{t-p}=a_t$$

$$\varphi(B)\tilde{z}_t=a_t$$

$$[\varphi(B)=1-\varphi_1B-\ldots-\varphi_pB^p]$$

4.8.1. Die ACF bei AR(p) - Prozessen.

Die ACF von AR(p) Prozessen stellt man am besten in der Pi - Gewicht Form von (4.6.16) dar. Schreiben wir (4.6.16) für k > 0 aus und bezeichnen die Pi - Gewichte mit ϕ, ergibt sich:

(4.8.4)

$$\varrho_1=\varphi_1\varrho_0+\varphi_2\varrho_1+\varphi_3\varrho_2+\ldots+\varphi_p\varrho_{p-1}$$

$$\varrho_2=\varphi_1\varrho_1+\varphi_2\varrho_0+\varphi_3\varrho_1+\ldots+\varphi_p\varrho_{p-2}$$

$$\varrho_3=\varphi_1\varrho_2+\varphi_2\varrho_1+\varphi_3\varrho_0+\ldots+\varphi_p\varrho_{p-3}$$

$$\vdots$$

$$\varrho_p=\varphi_1\varrho_{p-1}+\varphi_2\varrho_{p-2}+\varphi_3\varrho_{p-3}+\ldots+\varphi_p\varrho_0$$

$$\vdots$$

$$\varrho_{n-1}=\varphi_1\varrho_{n-2}+\varphi_2\varrho_{n-3}+\varphi_3\varrho_{n-4}+\ldots\varphi_p\varrho_{n-p-1}$$

$$[\ \varrho_0=1\ ]$$

Mit (4.8.4) lassen sich die theoretischen ACF Koeffizienten eines beliebigen AR(p) Prozesses rekursiv als Funktion der autoregressiven Parameter ϕ berechnen. Diese rekursive Berechnung soll für einen AR(1) Prozess exemplarisch dargestellt werden. (4.8.4) hat in diesem Fall folgende einfache Form:

(4.8.5)

$$\varrho_1 = \varphi_1 \varrho_0$$

$$\varrho_2 = \varphi_1 \varrho_1 = \varphi_1^2 = \varrho_1^2$$

$$\varrho_3 = \varphi_1 \varrho_2 = \varphi_1^3 = \varrho_1^3$$

.

.

$$\varrho_{n-1} = \varphi_1 \varrho_{n-2} = \varphi_1^{n-1} = \varrho_1^{n-1}$$

Bei positivem ϕ hat die theoretische ACF also einen exponentiellen Abfall, bzw. bei negativem ϕ ein gedämpftes sinosidales Ausschwingen, wie wir es in Abb.4.9b,c für die theoretische ACF bereits sahen.
Damit ist nun eines der grössten Probleme aus Abschnitt 4.5 für autoregressive Prozessen gelöst: statt n+1 unbekannte Parameter haben wir hier nur mehr p+2 unbekannte Parameter (Mittelwert, Varianz und die p autoregressiven Parameter ϕ) zu schätzen.

4.8.2. Die PACF eines AR(p) - Prozesses.

Wie wir im Abschnitt 4.7 erläuterten, lässt sich die PACF am besten damit erklären, dass man eine schrittweise multiple Regression der jeweils versetzten Zeitreihen auf die ursprüngliche Zeitreihe durchführt. Das letzte Regressionsgewicht jeden Schrittes k entspricht dann dem partiellen Autokorrelationskoeffizienten $\phi(kk)$. Die PACF gibt also den Ordnungsgrad p an der notwendig ist um ein autoregressives Schema den Daten anzupassen. Zur Berechnung der PACF werden die YULE-WALKER Gleichungen für k = 1, ... n/2 gelöst wie es im Abschnitt 4.7 beschrieben wurde. Der letzte Koeffizient von jedem Schritt k ergibt dann den entsprechenden partiellen Autokorrelationskoeffizienten $\phi(kk)$.

4.8.3.Die Varianz von AR(p) - Prozessen.

Da die Varianz von Zeitreihen bekanntlich identisch mit der Kovarianz zum Lag k=0 ist, verwenden wir zu ihrer Berechnung Formel (4.6.10). Das Produkt in (4.6.10):

(4.8.6)

$$a_t z_t = \sigma_a^2$$

ist bei der Varianz, anders als bei Kovarianz $\gamma(k)$ ungleich Null, was damit zusammenhängt, dass z(t) ja unter anderem a(t) enthält, a(t) aber anderseits unabhängig verteilt ist und daher mit den anderen Anteilen von z(t) nicht kovariieren kann. Von daher ergibt sich für die Varianz eines AR(p) Prozesses:

(4.8.7)

$$\sigma_{z_t}^2 = \gamma_0 = \varphi_1 \gamma_1 + \ldots + \varphi_p \gamma_p + \sigma_a^2$$

Um die Varianz durch die ACF - Koeffizienten auszudrücken, dividieren wir (4.8.7) durch $\gamma(0)$ und erhalten:

(4.8.8)

$$1 = \varphi_1 \rho_1 + \ldots + \varphi_p \rho_p + \frac{\sigma_a^2}{\sigma_{z_t}^2}$$

Umformung von (4.8.8) ergibt

(4.8.9)

$$\sigma_{z_t}^2 = \frac{\sigma_a^2}{1 - \varphi_1 \rho_1 - \ldots - \varphi_p \rho_p}$$

4.8.4.Parameterschätzung bei AR(p) Prozesse.

Anfangsschätzungen für die p ϕ Parameter liefern die YULE - WALKER Gleichungen für das simultane Gleichungssystem vom Rang p aus Gleichung (4.7.8). Ein Nachteil dieser Schätzmethode ist aber, dass sie keine statistischen Aussagen über die Parameterschätzungen, wie Signifikanz, Varianz und Interkorrelation der Schätzungen erlaubt. Aus dem Grunde werden allgemein zur Schätzung der AR - Parameter entweder die MAXIMUM LIKELIHOOD Methode oder das OLS - Verfahren eingesetzt, wobei unter der Annahme der Normalverteilung der Residuen a(t) beide Schätzverfahren praktisch identisch sind. Allerdings entsteht hierbei das Problem, dass man bei der Schätzung p Werte verliert, was vor allem bei periodischen AR Prozessen und/oder kurzen Zeitreihen von Nachteil sein kann. Der Grund hierfür soll anhand eines AR(2) Prozesses verdeutlicht werden: Schreiben

wir diesen Prozess in der üblichen Regressionsgleichung:

(4.8.10)

$$\begin{bmatrix} z_3 \\ z_4 \\ z_5 \\ z_6 \\ \cdot \\ \cdot \\ z_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & z_2 & z_1 \\ 1 & z_3 & z_2 \\ 1 & z_4 & z_3 \\ 1 & z_5 & z_4 \\ \cdot & \cdot & \\ \cdot & \cdot & \\ 1 & z_{n-1} & z_{n-2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{z} \\ \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ \cdot \\ \cdot \\ a_n \end{bmatrix}$$

So sieht man, dass man bei einem AR(2) Prozess zwei Werte verliert. Als einen Ausweg schlagen BOX & JENKINS einen technischen Trick vor, den sie "Back - Forecasting" nennen, auf den wir hier aber nicht eingehen wollen (siehe BOX & JENKINS, S.199). Als Schätzung für die autoregressiven Parameter ergibt sich beim OLS Verfahren (siehe hierzu auch Kapitel 6 der vorliegenden Arbeit) :

(4.8.11)

$$B=(X'X)^{-1}X'Y$$

$$[\ B'=\bar{z},\varphi_1,\varphi_2\ ]$$

Als Schätzungen der Varianzen der Parameter können die entsprechenden Diagonalelemente der Matrix:

(4.8.12)

$$(X'X)^{-1}\sigma_a^2$$

verwendet werden. Die Interkorrelation der Parameter ergibt sich dann indem (4.8.12) durch die entsprechenden Produkte aus den Quadratwurzeln der Spalten- und Zeilendiagonal=elemente dividiert wird. Zur Überprüfung der Signifikanz der AR Parameter kann man folgende statistische Prüfgrösse berechnen, die annähernd t-verteilt ist:

(4.8.13)

$$\frac{\beta_k - 0}{\sigma_a \sqrt{c^{kk}}} \propto t_{n-t}$$

[c^{kk} ist das kk Diagonalelement in $(X'X)^{-1}$]

[$\beta_k = \bar{z}, \varphi_1, \varphi_2$]

4.8.5. Stationaritätsbedingungen bei AR(p) - Prozessen

Mathematische Voraussetzung der Stationarität für einen AR(p) - Prozess ist, dass die Lösungen für B der Gleichung:

(4.8.14)

$$\varphi(B) = (1 - \varphi_1 B - \varphi_2 B^2 - \ldots - \varphi_p B^p) = 0$$

in ihrem Absolutbetrag grösser als 1.0 sind. Die generelle mathematische Begründung dafür ist recht kompliziert und wird bei BOX & JENKINS und bei T.W.ANDERSON (1971) ausführlich abgehandelt. Inhaltlich hängt es damit zusammen, dass, wie wir im Abschnitt 4.4.1 zeigten, ein Prozess in der Pi - Gewicht Form als inverser Psi - Gewicht Prozess geschrieben werden kann und vice versa. Das soll im folgenden für drei Werte von ϕ gezeigt werden:

(4.8.15)
a) $\phi = .5$
b) $\phi = 2.0$
c) $\phi = 1.0$

Lösen wir (4.8.14) nach B für diese Koeffizienten auf so erhalten wir folgende Lösungen:

(4.8.16)
a) $(1 - 0.5B) = 0$
$B = 2.0$

b) $(1 - 2.0B) = 0$
$B = 0.5$

c) $(1 - 1.0B) = 0$
$B = 1.0$

Demnach erfüllt also nur $\phi = .5$ die Voraussetzungen der Stationaritätsbedingung. Betrachten wir für diese drei Parameterwerte einmal das Verhalten der inversen Psi - Gewichte. Nach einem geläufigen Satz aus der Mathematik (siehe BRONSTEIN & SEMENDJAJEW, 1970) können wir:

(4.8.17)

$$\frac{1}{1-ax} = 1+ax+a^2x^2+a^3x^3+a^4x^4+\ldots+a^nx^n$$

unter bestimmten Bedingungen als unendliche Reihe darstellen. Da wie wir im Abschnitt 4.4.1 zeigten, die Psi - Gewicht Form die Inverse der Pi - Gewicht Form ist:

(4.4.19)

$$\psi(B) = \frac{1}{\pi(B)} = \pi^{-1}(B)$$

können wir die Psi - Gewichte eines AR(1) Prozess nach (4.8.17) auch folgendermassen schreiben:

(4.8.18)

$$\Psi(B) = 1+\phi_1B+\phi_1^2B^2+\phi_1^3B^3+\phi_1^4B^4+\ldots+\phi_1^{\infty}B^{\infty}$$

Setzen wir dementsprechend unsere drei Parameterwerte in (4.8.18) ein

(4.8.19)

a) $\Psi(B) = 1.0+0.5B+0.25B^2+0.125B^3+0.0625B^4+\ldots+0.5^{\infty}B^{\infty}$

b) $\Psi(B) = 1.0+2.0B+4.0B^2+8.0B^3+16.0B^4+\ldots+2.0^{\infty}B^{\infty}$

c) $\Psi(B) = 1.0+1.0B+1.0B^2+1.0B^3+1.0B^4+\ldots+1.0^{\infty}B^{\infty}$

so sehen wir dass nur a) konvergiert, b) kennzeichnet eine Gewichtsfolge, die eine explosive wachsende Folge generiert und c) entspricht der Gewichtsfolge für den bekannten "Random Walk" Prozess. Damit ergibt sich als unmittelbare Konsequenz dieser Restriktion die sogenannten Stationaritätsregionen für die autoregressiven Parameter ϕ bzw. die Autokorrelationskoeffizienten, da diese wie wir in (4.8.4) sahen eine direkte Funktion der ϕ Parameter sind. Je nach der Ordnung p des AR(p) Prozesses gelten dabei unterschiedliche Bedingungen.

4.9. Moving - average Prozesse.

Brechen die Psi - Gewichte in (4.3.6)

(4.3.6)

$$\tilde{z}_t=a_t+\psi_1 a_{t-1}+\psi_2 a_{t-2}+\ldots+\psi_\infty a_{t-\infty}$$

nach q Werten ab, wird ein solcher Prozess moving average (MA(q)) Prozess+ genannt. Die Gewichte werden zur Unterscheidung von der allgemeinen unendlichen Form mit θ bezeichnet.

(4.9.1)

$$\tilde{z}=a_t-\theta_1 a_{t-1}-\theta_2 a_{t-2}-\ldots-\theta_q a_{t-q}$$

$$=\theta(B)a_t$$

$$[\theta(B)=1-\theta_1 B-\theta_2 B^2-\ldots\theta_q B^q]$$

Das Minuszeichen in (4.9.1), worin sich (4.9.1) von (4.3.6) unterscheidet, ist willkürlich. Verschiedene Autoren (z.B. O.D.ANDERSON, 1975) verwenden das Pluszeichen. Die Prozesseigenschaften sind gegenüber einer Vorzeichenänderung invariant, was verständlich ist, da die a(t) unabhängig normalverteilt sind mit Mittelwert 0 und konstanter Varianz. Inhaltlich kann man sich den Moving average Prozess als homöostatischen Prozess vorstellen, wobei q vorangegangene "Störungen"

(4.9.2)

$$a(t-1),a(t-2),a(t-3),\ldots,a(t-q)$$

mit den "Korrekturen"

(4.9.3)

$$\theta(1),\theta(2),\theta(3),\ldots,\theta(q)$$

in z(t) absorbiert werden.

4.9.1. Die Varianz eines MA(q) Prozesses.

Die Varianz eines MA(q) Prozesses ergibt sich nach (4.6.2) bei Vorliegen von Abweichungswerten als:

+ Gewöhnlich spricht man von einem moving average bzw. Gleitmittelprozess nur, wenn die Gewichte der Reihe sich zu Eins summieren. Insofern ist die Bezeichnung unglücklich und irreführend gewählt.

(4.9.4)

$$\sigma^2_{z_t} = \gamma_0 = (a_t - \theta_1 a_{t-1} - \ldots \theta_q a_{t-q})(a_t - \theta_1 a_{t-1} - \ldots - \theta_q a_{t-q})$$

Da die a(t) unabhängig verteilt sind alle Produkte von a(t) mit a(t-k) gleich Null. Multiplizieren wir (4.9.4) aus bleibt daher nur

(4.9.5)

$$\sigma^2_{z_t} = \gamma_0 = a_t^2 + \theta_1 a_{t-1}^2 + \ldots + \theta_q a_{t-q}^2$$

Übrig. Wegen der Stationaritätsbedingung ist:

(4.9.6)

$$\mathcal{E}(a_t^2) = \mathcal{E}(a_{t-1}^2) = \ldots = \mathcal{E}(a_{t-q}^2) = \sigma_a^2$$

Damit ergibt sich als allgemeine Formel der Varianz eines MA(q) Prozesses.

(4.9.7)

$$\sigma^2_{z_t} = \gamma_0 = (1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \ldots \theta_q^2)\sigma_a^2$$

4.9.2. Autokovarianzfunktion bei MA(q) Prozessen.

Zur Berechnung der Kovarianz $\gamma(k)$ eines MA(q) gehen wir ganz genau wie bei der Berechnung der Varianz vor, nur mit dem Unterschied, dass a(t) und die a(t-i) aus dem zweiten Klammerausdruck von (4.9.4) jeweils um das Lag k versetzt sind:

(4.9.8)

$$\mathrm{Cov}(\tilde{z}_t \tilde{z}_{t-k}) = \gamma_k =$$

$$= (a_t - \theta_1 a_{t-1} - \ldots \theta_q a_{t-q})(a_{t-k} - \theta_1 a_{t-1-k} - \ldots - \theta_q a_{t-q-k})$$

(4.9.8) für einen MA(1) Prozess ausmultipliziert gibt für k=1:

(4.9.9)

$$Cov(\tilde{z}_t\tilde{z}_{t-1})=\gamma_1=(a_t-\theta_1 a_{t-1})(a_{t-1}-\theta_1 a_{t-2})=$$

$$=a_t a_{t-1}-\theta_1 a_{t-2}a_t-\theta_1 a_{t-1}a_{t-1}+\theta_1\theta_1 a_{t-1}a_{t-2}$$

Da die a(t) unabhängig verteilt sind fallen wieder alle Ausdrücke mit a(t) zu verschiedenen Zeitpunkten weg und übrigbleibt wegen (4.9.6):

(4.9.10)

$$\gamma_1=-\theta_1\sigma_a^2$$

Die Kovarianz eines MA(1) Prozesses mit einem Messwert, der zwei Zeitpunkte zurückliegt, ist:

(4.9.11)

$$Cov(\tilde{z}_t\tilde{z}_{t-2})=\gamma_2=(a_t-\theta_1 a_{t-1})(a_{t-2}-\theta_1 a_{t-3})$$

$$=a_t a_{t-2}-\theta_1 a_{t-3}a_t-\theta_1 a_{t-1}a_{t-2}+\theta_1\theta_1 a_{t-1}a_{t-3}$$

Da alle Ausdrücke Werte von a(t) zu verschiedenen Zeitpunkten enthalten wird der ganze Ausdruck gleich Null. Das heisst, ein moving average Prozess erster Ordnung erinnert sich nur einen Zeitpunkt zurück. Die allgemeine Herleitung der Autokovarianz γ (k) ergibt sich aus (4.9.8). Als erstes Produkt ergibt sich dabei immer das Produkt aus $\theta(i)a(t-i)$ der linken Klammer von (4.9.8) mit a(t-k) der rechten Klammer von (4.9.8) wobei i=k ist, da nur dann die a(t) im gleichen Lag sind. Als weitere Ausdrücke die gleichzeitige a(t) enthalten ergeben sich der Reihe nach die Produkte der $\theta(i)$ aus dem linken Klammerausdruck von (4.9.8) mit den θ der rechten Klammer jeweils im "Lag" k+i, wobei der Index i von 1 bis maximal q-k gehen kann und k maximal gleich q sein kann. Die allgemeine Formel für die Autokovarianz γ (k) eines MA(q) Prozesses ist damit:

(4.9.12)

$$Cov(\tilde{z}_t\tilde{z}_{t-k})=\gamma_k=-\theta_k+\theta_1\theta_{k+1}+\ldots\theta_q\theta_{q-k})\sigma_a^2 \quad [\text{für } k=1,2..q]$$

$$Cov(\tilde{z}_t\tilde{z}_{t-k})=\gamma_k=0 \quad [\text{für } k>q]$$

$$[\theta_0=1]$$

4.9.3. Die ACF eines MA(q) Prozesses.

Zur Berechnung der ACF dividieren wir die AKF aus (4.9.12) durch die entsprechende Varianz aus (4.9.7):

(4.9.13)

$$\varrho_k = \frac{-\theta_k+\theta_1\theta_{k+1}+\ldots+\theta_{q-k}\theta_q}{1+\theta_1^2+\ldots+\theta_q} \quad \text{für } k=1,2..q$$

$$\varrho_k = 0 \qquad [\text{für } k>q]$$

D.h. also auch bei den moving average Prozessen ist die ACF eine Funktion der q moving average Parameter. Damit ergibt sich eine identische Reduktion der zu schätzenden unbekannten Parameter, wie wir sie bei den AR Prozessen fanden. Allerdings ist diese Beziehung wegen der quadratischen Ausdrücke im Nenner von (4.9.13) anders als bei den autoregressiven Prozessen nichtlinearer Art.

4.9.4 Die PACF bei MA(q) Prozessen.

Die Berechnung der PACF eines MA(q) Prozesses erfolgt völlig identisch zu den AR(p) Prozessen über die Berechnung der YULE - WALKER Gleichungen.

4.9.5. Parameterschätzung bei MA(q) Prozessen.

Die Schätzung der Parameter von linearen Modellen erfolgt entweder über das OLS - Verfahren oder über die MAXIMUM LIKELIHOOD Methode. Linear ist ein Modell immer wenn die partielle Ableitung von a(t) bezüglich aller zu schätzenden Parameter nicht eine Funktion der anderen Modellparameter ist (MONTGOMERY et al., 1976, Seite....) AR(p) Modelle erfüllen diese Forderung, da die partielle Ableitung von

(4.8.3)

$$\tilde{z}_t-\varphi_1\tilde{z}_{t-1}-\ldots-\varphi_p\tilde{z}_{t-p}=a_t$$

$$\varphi(B)\tilde{z}_t=a_t$$

$$[\varphi(B)=1-\varphi_1B-\ldots-\varphi_pB^p]$$

gleich:

(4.9.14)

$$\frac{\partial a_t}{\partial \varphi_t} = -B^t \tilde{z}_t$$

ist. Probleme entstehen bei der Schätzung von MA(q) Modellen, da diese nicht linear in ihren Parametern sind. Betrachten wir beispielsweise den MA (1) Prozess.

(4.9.15)

$$\tilde{z}_t = a_t - \theta_1 a_{t-1}$$

$$\tilde{z}_t = (1-\theta_1 B) a_t$$

um nach a(t) ableiten zu können, müssen wir (4.9.15) nach a(t) auflösen:

(4.9.16)

$$a_t = \tilde{z}_t (1-\theta_1 B)^{-1}$$

Die partielle erste Ableitung von (4.9.16) nach $\theta(1)$ ist nun:

(4.9.17)

$$\frac{\partial a_t}{\partial \theta_1} = B(1-B\theta_1)^{-2}$$

welche, wie man sieht, eine nichtlineare Funktion des unbekannten Parameters $\theta(1)$ ist. Deswegen können die Parameter von MA(q) Modellen nicht über das OLS - Verfahren geschätzt werden, sondern müssen über das sogenannte NLS ("non linear least squares") Verfahren geschätzt werden. Eine gut verständliche Einführung in dieses Verfahren geben DRAPER & SMITH (1966). DURBIN (1959) und WHITTLE (1951,1953) schlugen als Alternative zur nichtlinearen Schätzung vor den MA Prozess in der Pi - Gewichtsform zu schreiben, wobei die Pi - Gewichte über das OLS - Verfahren geschätzt werden können.

4.9.6. Invertibilitätsbedingung bei MA(q) Prozessen.

Wie bei den AR(p) Prozessen die Stationaritätsbedingung Voraussetzung für die Anwendung des Modells ist, muss bei den MA(q) Prozessen die sogenannte Invertibilitätsbedingung erfüllt sein. Formal wie inhaltlich gilt dabei dabei dasselbe wie bei den AR Prozessen.

4.10. Gemischte Autoregressive Moving Average Prozesse

Die Prozesse, die bisher behandelt wurden, liessen sich sowohl in der Psi - Gewicht Form (4.3.6) als auch in der Pi - Gewicht Form (4.3.7) ausdrücken. Das Charakteristische an ihnen war jedoch, dass dabei jeweils eine Form immer endlich war mit selten mehr als zwei signifikanten Gewichten. So waren bei dem autoregressiven Prozess die Pi - Gewichte endlich und bei dem moving average Prozess die Psi - Gewichte.
Daneben gibt es aber Prozesse, bei denen sowohl die Pi - Gewichte als auch die Psi - Gewichte unendlich sind.

(4.10.1)

$$\tilde{z}_t = \sum_{\tau=0}^{\infty} \psi_\tau a_{t-\tau} = \sum_{\tau=1}^{\infty} \pi_\tau \tilde{z}_{t-\tau} + a_t$$

Damit besteht wieder das Ausgangsproblem, bei einem stationären Prozess n+1 Unbekannte+ mit n Bekannten++ Grössen zu schätzen, was ein hoffnungsloses Unterfangen ist. Lösbar wird dieses Problem durch die Tatsache, dass sich ein Prozess mit unendlichen Psi - Gewichten als ein endlicher Pi - Gewichts bzw. autoregressiver Prozess und ein unendlicher Pi - Gewichtsprozess als ein endlicher Psi-Gewichts bzw. moving average Prozess darstellen lässt. Wenn beide Darstellungen unendlich sind, so bedeutet das, dass dieser Prozess sowohl autoregressive Komponenten als auch moving average Komponenten besitzt. Da solche Prozesse sowohl aus einem autoregressiven als auch aus einem moving average Teil bestehen nennt man sie Autoregressive - moving average Prozesse, bzw. abgekürzt ARMA(p,q) Prozesse. P gibt dabei die Anzahl der autoregressiven Parameter an und q die Anzahl der moving average Parameter.

(4.10.2)

$$\tilde{z}_t - \varphi_1 \tilde{z}_{t-1} - \ldots - \varphi_p \tilde{z}_{t-p} = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \ldots - \theta_q a_{t-q}$$

$$\varphi(B)\tilde{z}_t = \theta(B) a_t$$

$$[\varphi(B) = 1 - \varphi_1 B - \varphi_2 B^2 - \ldots - \varphi_p B^p]$$

$$[\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \ldots - \theta_q B^q]$$

Formel (4.10.2) wird in der Literatur meist als Bruch der MA und der AR Polynome dargestellt:

+ Nämlich n-1 Kovarianzen, die Varianz und den Erwartungswert.
++ Den Realisationen des Prozesses.

(4.10.3)

$$\tilde{z}_t = \frac{\theta(B)}{\varphi(B)} a_t$$

$$[\varphi(B) = 1 - \varphi_1 B - \varphi_2 B^2 - \ldots - \varphi_p B^p]$$

$$[\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \ldots - \theta_q B^q]$$

Dass bei einem solchen Prozess beide Darstellungsformen unendlich sind soll an einem ARMA(1,1) Prozess mit einem autoregressiven und einem moving average Parameter gezeigt werden.

(4.10.4)

$$\tilde{z}_t - \varphi_1 \tilde{z}_{t-1} = a_t - \theta_1 a_{t-1}$$

$$(1 - \varphi_1 B)\tilde{z}_t = (1 - \theta_1 B) a_t$$

$$\tilde{z}_t = \frac{(1 - \theta_1 B)}{(1 - \varphi_1 B)} a_t$$

4.10.1. Darstellung in der Psi-Gewicht Form.

Nach (4.8.17) kann der AR Ausdruck im Nenner von (4.10.4) als unendliche geometrische Reihe dargestellt werden.Folglich kann man (4.10.4) als

(4.10.5)

$$\tilde{z}_t = (1 - \theta_1 B)(1 + \varphi_1 B + \varphi_1^2 B^2 + \varphi_1^3 B^3 \ldots \varphi_1^{\infty} B^{\infty}) a_t$$

schreiben. Dieser Ausdruck ausmultipliziert gibt:

(4.10.6)

$$\tilde{z}_t = a_t + \varphi_1 a_{t-1} + \varphi_1^2 a_{t-2} + \varphi_1^3 a_{t-3} + \ldots + \varphi_3^{\infty} a_{t-\infty} - \theta_1 a_{t-1} -$$

$$- \theta_1 \varphi_1 a_{t-2} - \theta_1^2 a_{t-3} - \theta_1^3 a_{t-4} - \ldots - \theta_1^{\infty} a_{t-\infty}$$

$$= a_t + (\varphi_1 - \theta_1) a_{t-1} + \varphi_1 (\varphi_1 - \theta_1) a_{t-2} + \varphi_1^2 (\varphi_1 - \theta_1) a_{t-3} + \ldots +$$

$$+ \varphi_1^{\infty - 1} (\varphi_1 - \theta_1) a_{t-\infty}$$

wobei den Psi - Gewichten die Ausdrücke jeweils vor den a(t-k) entsprechen:

(4.10.7)

$$\psi(B) = 1+(\varphi_1-\theta_1)B+\varphi_1(\varphi_1-\theta_1)B^2+\ldots+\varphi_1^{m-1}(\varphi_1-\theta_1)B^m$$

(siehe auch die analoge Herleitung durch (4.4.12) bis (4.4.15)).

4.10.2. Darstellung in der Pi-Gewicht Form.

für die Pi - Gewicht Form ist die Herleitung analog:

(4.10.8)

$$\tilde{z}_t-\varphi_1\tilde{z}_{t-1} = a_t-\theta_1 a_{t-1}$$

$$(1-\varphi_1 B)\tilde{z}_t = (1-\theta_1 B)a_t$$

$$a_t = \frac{(1-\varphi_1 B)}{(1-\theta_1 B)}\tilde{z}_t$$

$$= (\tilde{z}_t-\varphi_1\tilde{z}_{t-1})(1+\theta_1 B+\theta_1^2B^2+\theta_1^3B^3\ldots)$$

$$= \tilde{z}_t+\theta_1\tilde{z}_{t-1}+\theta_1^2\tilde{z}_{t-2}+\theta_1^3\tilde{z}_{t-3}-\ldots-\varphi_1\tilde{z}_{t-1}-\varphi_1\theta_1\tilde{z}_{t-2}-$$

$$-\varphi_1\theta_1^2\tilde{z}_{t-3}-\varphi_1\theta_1^3\tilde{z}_{t-4}-\ldots\ldots$$

$$= \tilde{z}_t+(\theta_1-\varphi_1)\tilde{z}_{t-1}+\theta_1(\theta_1-\varphi_1)\tilde{z}_{t-2}+\theta_1^2(\theta_1-\varphi_1)\tilde{z}_{t-3}+\ldots+$$

$$+\theta_1^{m-1}(\theta_1-\varphi_1)\tilde{z}_{t-m}$$

wobei hier die Pi - Gewichte gleich:

(4.10.9)

$$\pi(B) = 1+(\theta_1-\varphi_1)B+\theta_1(\theta_1-\varphi_1)B^2+\ldots+\theta_1^{m-1}(\theta_1-\varphi_1)B^m$$

sind.

4.10.3. Die AKF bei ARMA(p,q) Prozessen.

Die Kovarianz γ eines ARMA(p,q) Prozesses berechnet man genau so wie bei den AR bzw. den MA Prozessen, indem

(4.10.10)

$$\tilde{z}_t=\phi_1\tilde{z}_{t-1}+\ldots+\phi_p\tilde{z}_{t-p}+a_t-\theta_1 a_{t-1}-\ldots-\theta_q a_{t-q}$$

mit z(t-k) multipliziert wird:

(4.10.11)

$$\gamma_k=\tilde{z}_t\tilde{z}_{t-k}=\phi_1\tilde{z}_{t-1}\tilde{z}_{t-k}+\ldots+\phi_p\tilde{z}_{t-p}\tilde{z}_{t-k}+a_t\tilde{z}_{t-k}-$$

$$-\theta_1 a_{t-1}\tilde{z}_{t-k}-\ldots-\theta_q a_{t-q}\tilde{z}_{t-k}$$

Anders als bei den MA und den AR Prozessen können in (4.10.11) Kovarianzen zwischen z(t) und a(t-i) vorkommen die nicht Null sind. Auf den ersten Blick bereitet dies Schwierigkeiten, da dies im Widerspruch zu stehen scheint mit der Tatsache, dass die a(t) unbhängig verteilt sind. Dieser vermeintliche Widerspruch soll anhand eines AR(1) Prozesses geklärt werden.

(4.10.12)

$$\tilde{z}_t=\phi_1\tilde{z}_{t-1}+a_t$$

Bei diesem Prozess ist z(t) eine Funktion des vergangenen z(t-1) plus dem augenblicklichen Fehler a(t). Nun ist aber z(t-1) wiederum eine Funktion von z(t-2) + a(t-1). Das heisst der Fehler a(t-1) ist zu einem gewissen Anteil in z(t) enthalten. Aus diesem Grund ist die Kovariation zwischen z(t) und a(t-1) nicht Null. Verallgemeinert kovariieren die z(t) mit a(t-k), wobei k bei autoregressiven Prozessen gleich dem Ordnungsgrad p und bei moving average Prozessen gleich q ist. Diese Kovarianzen seien folgendermassen definiert:

(4.10.13)

$$\gamma_{\tilde{z}a}(k)=\tilde{z}_{t-k}a_t=\tilde{z}_t a_{t+k}$$

Aus dem oben Gesagten ergibt sich, dass (4.10.12) für alle k>0 Null ist und nur für negative k, wobei k maximal gleich q ist von Null verschieden ist. Somit ergibt sich für (4.10.10):

(4.10.14)

$$\gamma_k=\phi_1\gamma_{k-1}+\ldots+\phi_p\gamma_{k-p}+\gamma_{\tilde{z}a}(k)-\theta_1\gamma_{\tilde{z}a}(k-1)-\ldots-\theta_q\gamma_{\tilde{z}a}(k-q)$$

Um die Kovarianz zwischen z(t) und a(t-k) zu erhalten multipliziert man analog zu (4.10.10) den Ausdruck (4.10.9) mit a(t-k):

(4.10.15)

$$\gamma(-k)=\tilde{z}_t a_{t-k}=\varphi_1\tilde{z}_{t-1}a_{t-k}+\ldots+\varphi_p\tilde{z}_{t-p}a_{t-k}+a_t a_{t-k}-$$

$$-\theta_1 a_{t-1}a_{t-k}-\ldots-\theta_q a_{t-q}a_{t-k}$$

Für k=0 ist nach (4.8.6) die Kovarianz zwischen z(t) und a(t) gleich der Varianz von a(t). Für k=-1 soll (4.10.14) beispielshalber berechnet werden:

(4.10.16)

$$\gamma_{\tilde{z}a}(-1)=\tilde{z}_t a_{t-1}=\varphi_1\tilde{z}_{t-1}a_{t-1}+\ldots+\varphi_1\tilde{z}_{t-k}a_{t-1}+a_t a_{t-1}-$$

$$-\theta_1 a_{t-1}a_{t-1}-\ldots-\theta_q a_{t-q}a_{t-1}$$

$$\gamma_{\tilde{z}a}(-1)=(\varphi_1-\theta_1)\sigma_a^2$$

(4.10.16) lässt sich leicht für ein beliebiges k (k<q) generalisieren:

(4.10.17)

$$\gamma_{\tilde{z}a}(-k)=(\varphi_k-\theta_k)\sigma_a^2 \qquad [\text{for } k\leq q]$$

Da nach k>q die möglichen Kovarianzen von z(t-k) und a(t-i) Null werden, verschwinden alle entsprechenden Ausdrücke in (4.10.14) und zurückbleibt für k>q die Form der AKF von reinen AR(p) Prozessen.

(4.10.18)

$$\gamma_k=\varphi_1\gamma_{k-1}+\varphi_2\gamma_{k-2}+\ldots+\varphi_p\gamma_{k-p} \qquad [\text{for } k>q]$$

Damit stellt die AKF bei ARMA Prozessen eine Kombination aus q anfänglichen komplexeren Koeffizienten dar. Nach diesen q Koeffizienten jedoch unterscheidet sie sich nicht mehr von einem analogen AR(p) Prozess. Das Verhalten der ersten q Koeffizienten ist eine Mischung aus der AKF des AR(p) Prozesses und der Produkte

(4.10.19)

$$\theta_1\sigma_a^2 \qquad [\text{for } l=1]$$

$$\theta_1(\varphi_{l-1}-\theta_{l-1})\sigma_a^2 \qquad [\text{for } l>1]$$

Wobei diese Koeffizienten von dem Prozess dominiert werden, der einen höheren Ordnungsgrad hat, also von dem AR Prozess wenn p > q und vom MA Prozess wenn q > p ist. Durch die

zusätzliche Berechnung der Kovarianzen von z(t) mit a(t-k) wird der notwendige Rechenaufwand zur Berechnung der theoretischen AKF zugegebenermassen erheblich grösser. Eine einfachere Näherungsformel ergibt sich aus der Tatsache, dass wir den ARMA(p,q) Prozess in der Psi - Gewicht Form schreiben können. Da die Psi - Gewichte identisch mit den θ Parametern sind können wir alternativ, indem wir numerisch kleine Psi - Gewichte vernachlässigen, die AKF nach (4.9.12) folgendermassen darstellen:

(4.10.20)

$$\gamma_k \propto (-\psi_k+\psi_1\psi_{k+1}+\ldots+\psi_m\psi_{m-k})\sigma_a^2$$

[m ist letztes numerisch relevantes Ψ Gewicht]

4.10.4. Die Varianz eines ARMA(p,q) Prozesses.

Als Näherungsformel können wir hier wieder die Formel des moving average Prozess (4.9.7) verwenden:

(4.10.21)
$$\sigma_{z_t}^2 = \gamma_0 \propto (1+\psi_1^2+\psi_2^2+\ldots+\psi_m^2)\sigma_a^2$$

[m ist letztes numerisch relevantes Ψ Gewicht]

Die genau Formel ergibt sich aus der Formel (4.10.14) mit k=0:

(4.10.22)

$$\sigma_{z_t}^2=\gamma_0=\varphi_1\gamma_{-1}+\ldots+\varphi_p\gamma_{-p}+\gamma_{\tilde{z}a}(0)-\theta_1\gamma_{\tilde{z}a}(-1)-\ldots-\theta_q\gamma_{\tilde{z}a}(-q)$$

wobei wegen der Stationaritätsannahme $\gamma(-i)$ bekanntlich gleich $\gamma(+i)$ ist.

4.10.5.Die ACF eines ARMA(p,q) Prozesses.

Die theoretische ACF ergibt erhalten wir wieder, indem wir die AKF aus (4.10.14) durch die Varianz aus (4.10.22) dividieren.

(4.10.23)

$$\rho_k=\frac{\varphi_1\gamma_{k-1}+\ldots+\varphi_p\gamma_{k-p}-\theta_1\gamma_{\tilde{z}a}(k-1)-\ldots-\theta_q\gamma_{\tilde{z}a}(k-q)}{\varphi_1\gamma_{-1}+\ldots+\varphi_p\gamma_{-p}+\gamma_{\tilde{z}a}(0)-\theta_1\gamma_{\tilde{z}a}(-1)-\ldots-\theta_q\gamma_{\tilde{z}a}(-q)}$$

Da, wie wir im letzten Abschnitt zeigten die AKF für k>q identisch mit der AKF eines AR (p) Prozesses ist ist die Form der ACF auch dadurch festgelegt. Allerdings ist die ACF

für k>q numerisch nicht identisch mit der ACF des entsprechenden AR(p) Prozesses, da die Varianz (4.10.22) sich beträchtlich von der des entsprechenden AR(p) Prozesses unterscheiden kann.

4.10.6 Parameterschätzung bei ARMA(p,q) Prozessen.

Bei der Parameterschätzung von ARMA(p,q) Prozessen müssen simultan lineare und nichtlineare Parameter geschätzt werden. Da das OLS Verfahren jedoch als Spezialfall des NLS Verfahrens betrachtet werden kann, können die ϕ und θ Parameter simultan mit dem NLS Verfahren geschätzt werden.

4.10.7 Die PACF eines ARMA(p,q) Prozesses.

Die partiellen Autokorrelationen erhält man wie bei den AR(p) und den MA(q) Prozessen über die Lösung der YULE WALKER Gleichungen für p=1,...,n-1.

4.10.8 Stationaritäts- Invertibilitätsbedingungen eines ARMA(p,q) Prozesses.

Damit ein ARMA(p,q) Prozess stationär und invertibel ist müssen für das AR(p) Polynom die Stationaritätsbedingungen eines AR(p) Prozesses und für das MA(q) Polynom die entsprechenden Invertibilitätsbedingungen eines MA(q) Prozesses erfüllt sein.

4.11 Das Periodische ARIMA(p,d,q) Modell.

Sowohl bei ökonomischen Zeitreihen, als auch bei Zeitreihen aus dem sozialwissenschaftlichen Bereich besteht häufig eine ausgeprägte Abhängigkeit nicht nur innerhalb der einzelnen Messzeitpunkte, sondern darüber hinaus zwischen spezifischen Perioden, bzw. Zyklen. Im Verhaltensbereich ist hierbei vor allem an die zeitliche Strukturierung von Arbeitswoche und Wochenende zu denken, die bei vielen Zeitreihendaten eine deutliche wöchentliche Periodik erkennen lässt. Inwieweit bei bestimmten psychiatrischen Störungen und bestimmten Süchten ("Quartalsäufer") ebenfalls ein "endogener" datengenerierender periodischer Prozess zugrundeliegt, ist u.E. noch viel zu wenig empirisch untersucht. Methoden der Zeitreihenanalyse könnten hier zweifellos an Bedeutung gewinnen. Die periodische Abhängigkeit kann dabei eine beliebige ARIMA(p,d,q) - Form haben. Manche Autoren (z.B. O.D.ANDERSON, 1975) schlagen zur Kennzeichnung eines periodischen stochastischen Modells den Begriff SARIMA ("seasonal autoregressive integrated moving average") Modell

vor. Im Prinzip liegt der einzige Unterschied zu gewöhnlichen ARIMA - Modellen nur darin, dass der Backshift - Operator B hierbei eine Potenz der Länge der Periodik besitzt; d.h.

(4.11.1)

$$B^{s}=z_{t-s}$$

Das jeweilige ARIMA-Modell (bzw. SARIMA) eines nomogenen stationären periodischen Prozesses erkennt man nun daran, dass das Verhalten der ACF und der PACF bei demjenigen LAG, das der Länge der Periodik entspricht und dem jeweils Vielfachen dieses LAGS signifikant von Null verschiedene Koeffizienten aufweisen, wobei diese "periodischen" Autokorrelationskoeffizienten in ihrem Verhalten völlig dem der gewöhnlichen nichtperiodischen ARIMA - Modellen entsprechen. So erkennt man beispielsweise den stationären autoregressiven periodischen AR(1) Prozess der Länge 7 daran, dass die Autokorrelationskoeffizienten zum LAG 7, 14, 21, 28, etc. signifikant sind und hierin den für einen AR(1) Prozess typischen experimentellen Abfall (bei positivem Phi), bzw. die sinosidale gedämpfte Schwingung (bei negativem Phi) zeigen. Die einzig signifikante partielle Autokorrelation ist dann dementsprechend bei LAG 7. Zur Feststellung, ob ein nichtstationärer periodischer Prozess vorliegt, erfährt hierzu der "variate - difference" - Test eine Modifikation, indem nunmehr die Varianzen der verschiedenen Differenzenbildungsgrade nach Anwendung des sogenannten "sesonalen Differenzenoperators" berechnet werden:

(4.11.2)

$$\frac{\sigma^2_{(1-B^s)^2 z_t}}{\sigma^2_{(1-B^s)^3 z_t}} < \lambda_{5\%} \quad \text{[Polynom 3.Grades]}$$

$$\frac{\sigma^2_{(1-B^s) z_t}}{\sigma^2_{(1-B^s)^2 z_t}} < \lambda_{5\%} \quad \text{[Polynom 2.Grades]}$$

$$\frac{\sigma^2_{z_t}}{\sigma^2_{(1-B^s) z_t}} < \lambda_{5\%} \quad \text{[Polynom 1.Grades]}$$

Die Länge der Periodik s kann dabei entweder aus dem Verhalten ACF oder aus dem Periodogramm (mit den im Abschnitt 4.2.1 genannten Einschränkungen) festgestellt werden. Andererseits kann man jedoch bestehende periodische Nichtstationarität auch am flachen linearen Abfall der ACF zu den LAGS s, 2s, 3s, etc. erkennen, wie es in Abb.4.11 zu

sehen ist.

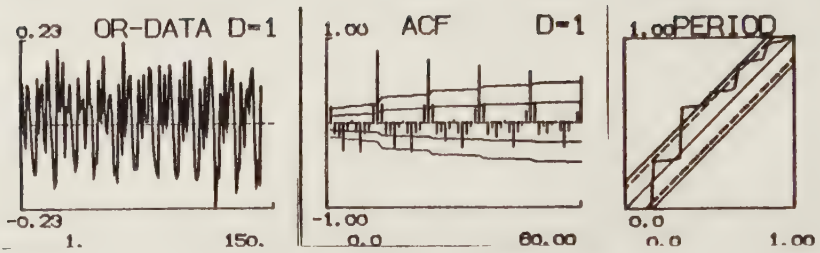


Abb. 4.11: (a) Zeitreihe mit nichtstationärer 12 monatiger Periodik mit (b) ACF Funktion und (c) kumuliertem Periodogramm.+

Damit ergibt sich als allgemeine Formel für ein periodisches ARIMA (p,d,q) Modell:

(4.11.3)

$$\Phi(B^s)(1-B^s)^D \tilde{z}_t = \Theta(B^s)e_t$$

$$[\varphi(B^s) = 1-\varphi_1 B^{s\,1} - \Phi_2 B^{s\,2} - \ldots - \varphi_p B^{s\,p}]$$

$$[\Theta(B^s) = 1-\Theta_1 B^{s\,1} - \Theta_2 B^{s\,2} - \ldots - \Theta_q B^{s\,q}]$$

Die Backshift Operatoren der $\Phi(B)$ und der $\Theta(B)$ Polynome können dabei verschiedene Perioden s(1), .. , s(p) bzw. (s1) .. s(q) im Exponenten stehen haben, wobei die Perioden des ϕ Polynom nicht mit den Perioden des θ Polynom übereinstimmen brauchen.

4.12 Das multiplikative ARIMA(p,d,q) Modell.

BOX und JENKINS (1970) sehen richtig, dass es bei den meisten periodischen ARIMA-Modellen unrealistisch ist, anzunehmen, dass eine Abhängigkeit nur zwischen den Perioden bestene, nicht jedoch zwischen unmittelbar benachbarten Werten. Unabhängigkeit zwischen benachbarten Werten wäre in dem Fall gleichbedeutend damit, dass e(t) aus Formel (4.11.3) einen "white noise" Prozess darstellt. Abhängigkeit zwischen benachbarten Zeitpunkten bedeutet dementsprechend,

---

+Die Daten stellt die Anzahl der monatlichen Fluggäste einer internationalen Fluggesellschaft dar (Reihe G aus BOX & JENKINS, (1970), die logarithmiert wurde. Ein linearer Trend in den Daten wurde durch vorherige einmalige Differenzenbildung beseitigt.

dass e(t) einem beliebigen ARIMA(p,d,q) Abhängigkeitsmodell gehorcht.

(4.12.1)

$$\varphi(B)e_t = \theta(B)a_t$$

Damit ergibt sich das sog. multiplikative Modell.

(4.12.2)

$$\varphi_p(B)\Phi_P(B)(1-B)^d(1-B^s)^D\tilde{z}_t = \theta_q\Theta_Q(B)a_t$$

Varianzanalytisch kann man sich ein solches Modell aus zwei Faktoren und deren Interaktion bestehend vorstellen. Faktor A wäre dabei das ARIMA - Modell zwischen den einzelnen Messzeitpunkten, Faktor B das periodische ARIMA-Modell. Das Modell aus (4.12.2) ist theoretisch um beliebig viele periodische Faktoren erweiterbar. Doch liegen selbst mit einfachen zweifaktoriellen multiplikativen Modellen noch kaum empirische Erfahrungen vor (MONTGOMERY et al., 1976). Das Verhalten der ACF und der PACF ist wegen der Interaktion von A x B ausgesprochen schwierig. Eine Zusammenstellung des Verhaltens von ACF und PACF für einige wichtige zweifaktorielle multiplikative Modelle geben BOX und JENKINS (1970, S. 329-333).

4.13 Das generelle ARIMA (p,d,q) Modell.

Nachdem wir in den vorangegangenen Kapiteln ausführlich verschiedene Einzelaspekte stationärer, nichtstationärer, periodischer und nichtperiodischer, einfacher und multiplikativer AR(p), MA(q), und ARMA(P,Q) Modelle getrennt behandelt haben, soll in diesem Abschnitt gezeigt werden, wie sich all diese Einzelaspekte zu einem generellen Modell zusammenfassen lassen. Wie schon eingangs erwähnt wurde, waren AR und MA Prozesse schon lange bekannt. Die Zusammenfassung der verschiedenen Aspekte zu einem gemeinsamen Modell kann als die eigentliche Leistung von BOX & JENKINS gelten. Die generelle Schreibweise eines ARIMA Modells ist:

(4.12.1)

$$\prod_{i=1}^{NAR} \varphi_i(B) \prod_{j=1}^{NDIFAC} (1-B^{s_j})^{d_j} \tilde{z}_t = \theta_0 + \prod_{k=1}^{NMA} \theta_k(B)a_t$$

$$[\ \Phi_i(B) = (1-\varphi_{i1}B-\varphi_{i2}B^2-\ldots-\varphi_{ip_i}B^{p_i})$$

$$[\ \theta_k(B) = (1-\theta_{k1}B-\theta_{k2}B^2-\ldots-\theta_{kq_k}B^{q_k})$$

NAR gibt dabei die Anzahl der autoregressiven Faktoren an. Beim einfachsten multiplikativen autorgressiven Modell ist beispielsweise NAR gleich zwei, wobei jeder Faktor p autoregressive Parameter enthält. Hierbei ist es nicht notwendig, dass beispielsweise bei einem AR(4) Modell die Potenz der Backshiftoperator B gleich 1,2,3,4 ist, sondern die Potenz von B kann beliebige Werte aufweisen. NDIFAC gibt die Anzahl der Differenzenbildungsfaktoren an, wobei s(j) für jeden Faktor die Länge der Periode angibt, und d wie oft eine Differenzenbildung mit dieser Periode vorgenommen werden soll. NMA gibt die analog zu NAR, die Anzahl der moving average Faktoren an. θ(0) schliesslich gibt einen deterministischen Trendparameter an. Bei den meisten Zeitreihen ist NAR und NMA gleich eins. NDIFAC ist in der Praxis ebenfalls selten groesser als eins, mit Ausnahme von Zeitreihen, die sowohl einen periodischen, als auch einen generellen Trend aufweisen, wie es bei wirtschaftlichen Daten bisweilen der Fall. Bei reinen autorgressiven Prozessen fällt das MA Ploynom weg und bei reinen MA Prozessen entsprechend das AR Ploynom.

4.14. Modellidentifikation Parameterschätzung und Modell-Diagnostik.

Im vorliegenden Abschnitt soll eine zusammenfassende pragmatische Darstellung der einzelnen Schritte bei Modellidentifikation, Parameterschätzung und Modelldiagnostik gegeben werden.
Nach BOX und JENKINS (1970) ist der Vorgang der Identifikation, Parameterschätzung und der Überprüfung des Modells ein interaktiver Prozess, wie er in der folgenden Abb. schematisch dargestellt ist.

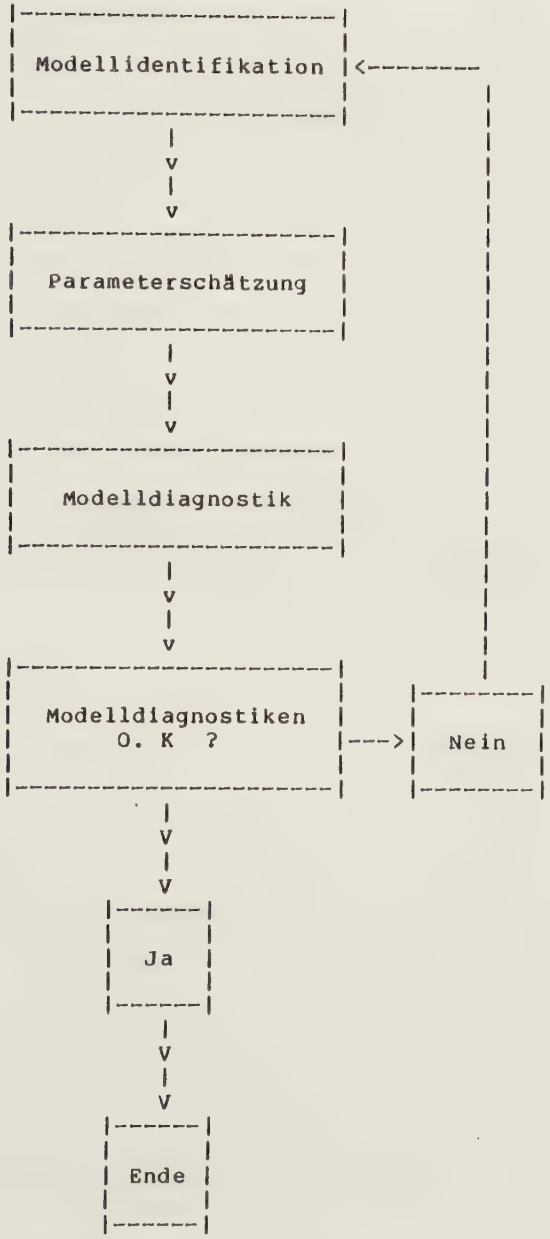


Abb. 4.12: Iterative Feedbackschleife der ARIMA Modell= identifikation, Parameterschätzung und Modelldiagnostik.

Je nach Komplexität des stochastischen Prozesses, der einer empirischen Zeitreihe zugrundeliegt, und der Erfahrung des "Zeitreihenanalytikers" erfordert das Durchlaufen der Schleife, aus Abb.4.12 einen oder mehrere Durchgänge.
In allerjüngster Zeit wurden verschiedene Computer Algorithmen entwickelt, die iterativ, und indem sie bestimmten Entscheidungskriterien gehorchen, eine automatische Modellidentifikation mit anschliessender Parameterschätzung und Modelldiagnostik durchführen (z.B. AUTOBJ von REILLY(1978); AUTOARMA von AKAIKE et al. (1975);SIFT von HILL & WOODWORTH (1978). Ob und inwieweit letzteres überhaupt wünschenswert ist, ist augenblicklich noch Gegenstand heftiger Diskussion. Nach Ansicht von BOX etwa stellt gerade der iterative Ansatz einen Fortschritt in der Behandlung statistischer Daten dar, insofern man die Daten quasi in einem fragenden Dialog antworten lässt und nicht, wie es viel zu häufig geschieht, inadäquate Modelle den Daten aufzwingt. Andererseits argumentieren die Befürworter einer Automatisierung mit Recht, dass alle neuen Verfahren zuerst den "Experten" vorbehalten gewesen seien. Ein Festhalten daran sei zwar psychologisch verständlich, blockiere aber jeden Fortschritt. Da jedoch bis auf das Programm von AKAIKE et al. alle bisherigen diesbezüglichen Programme nur kommerziell zu einem Preis angeboten werden, der eine wissenschaftliche Benutzung verbietet, kann beim augenblicklichen Stand der Dinge die Bedeutung solcher Verfahren speziell im Hinblick auf die klinische Forschung noch nicht abgesehen werden.

4.14.1. Modellidentifikation.

Unter Identifikation ist bei ARIMA-Modellen qualitativ grundsätzlich etwas anderes gemeint, als etwa in der Ökonometrie oder bei der Identifikation von Strukturgleichungsmodellen innerhalb der Sozial= wissenschaften (FISHER, 1970). Bei letzteren Ansätzen ist Modellidentifikation immer theoriegeleitet, bei der BOX-JENKINS-Methodologie jedoch praktisch nie. HIBBS (1977) meint hierzu: "BOX-JENKINS- methods are essentially models for 'ignorance', that are not based on theory..." (S. 172). BOX et al. (1967) verstehen unter Identifikation "by identification we mean the use of the data in the light of the information on how the series was generated to suggest a subclass of parsimonious models, worthy to be entertained". Ist die Voraussetzung eines homogenen stationären stochastischen Prozesses gegeben, liefert der Vergleich der empirischen ACF und PACF mit den entsprechenden theoretischen ACF und PACF die notwendigen Hinweise "how the serie was generated" und von daher "suggests a subclass of parsimonious models".

Die praktische Vorgehensweise bei der Modellidentifikation kann grob in zwei Phasen aufgeteilt werden. In der ersten Phase werden im allgemeinen von einem Computerprogramm (siehe Anhang) der RAO - TINTER Test, die ACF und PACF und deren 5% und 10% Vertrauenintervalle, das Periodogramm, der

"PORTMANTEAUTEST", auf den wir weiter unter noch speziell eingehen, berechnet und zwar im allgemeinen für die Originaldaten und die differenzierten Daten, wobei ein $\underline{d}=2$ üblich ist. Sehr hilfreich ist es in dieser Phase ACF und PACF einschliesslich der Vertrauenintervalle zu plotten. Weiterhin sollten die Periodogramme und die Invertibilitäts - Stationaritätsregionen der ersten beiden Autokorrelationskoeffizienten für den AR(2), den MA(2) und den ARMA(1,1) Prozess geplottet werden. Ein Beispiel für diese geplotteten Funktionen gibt Abb. 4.13. Anhand dieser Berechnungen und Plots erfolgt dann die eigentliche entscheidende vorläufige Modellidentifikation.

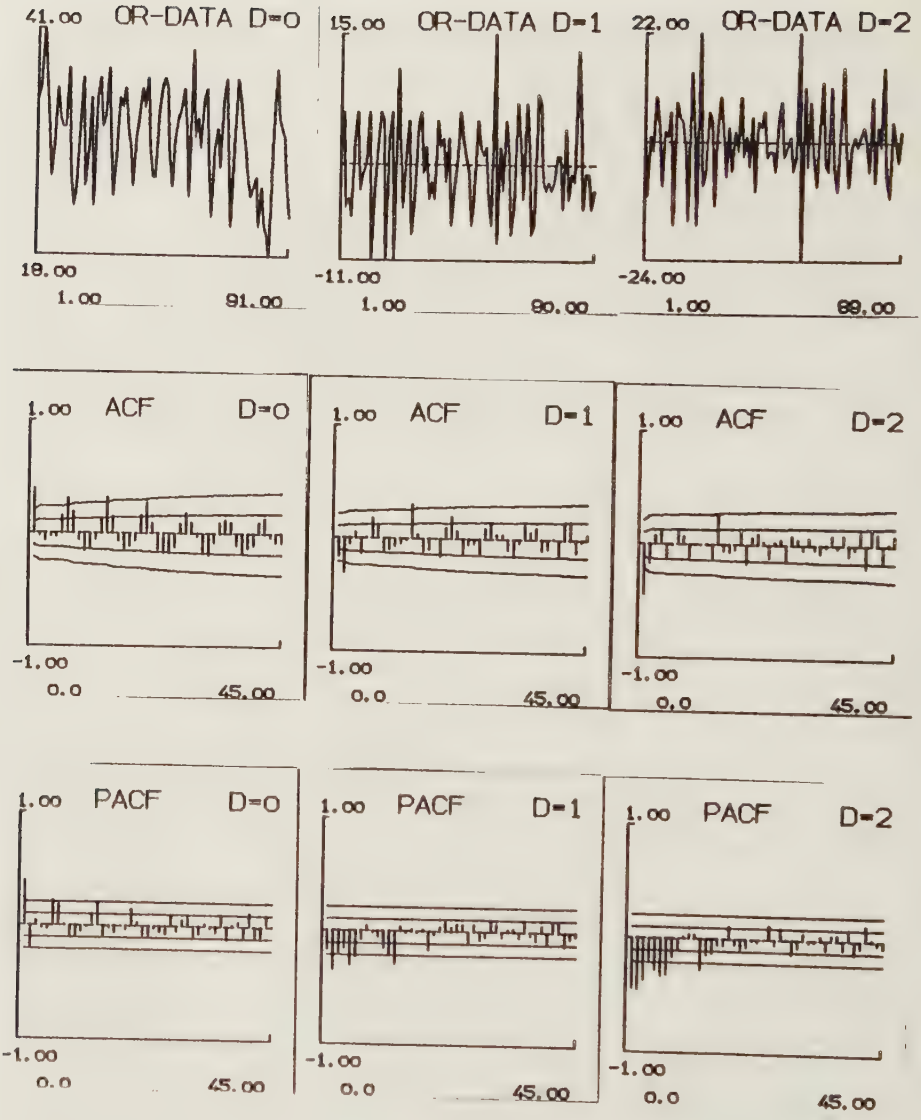


Abb.4.13: (a) Originalzeitreihe und diesselbe Zeitreihe nach einmaliger und zweimaliger Differenzenbildung (b) entsprechende ACF (c) PACF

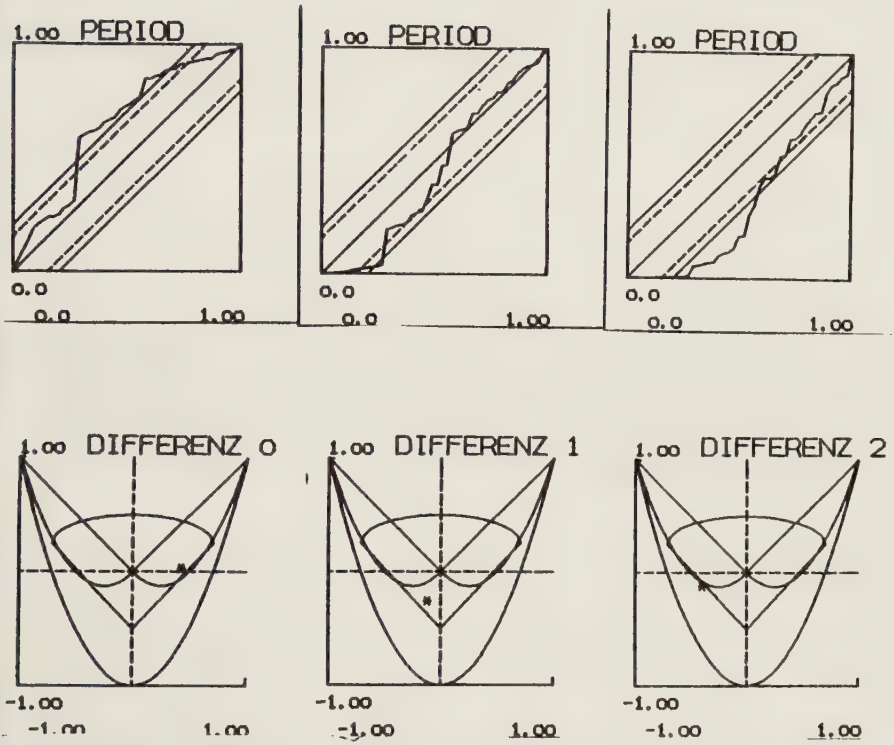


Abb.4.13 (Fortsetzung): (d) kumuliertes Periodogramm und (e) Stationaritäts - Invertibilitätsregionen eines AR(2) Prozesses (grosse U - Förmige Fläche), eines MA(2) Prozesses (innere diamentenförmige Fläche) und eines ARMA(1,1) Prozeses (innere doppelflügige Fläche).

I) Identifiktion des Differenzenbildungsgrades d.

Anhand des RAO - TINTER Test (siehe Kap. 4.5.1) wird der notwendige Differenzenbildungsgrad d bestimmt. Man geht dabei wie beim "step down F-Test" (siehe BOCK, 1975) vor, indem die Signifikanz der sukzessiven Varianzbrüche vom höchsten bis zum niedrigsten Differenzenbildungsgrad geprüft wird. Der erste so gefundene signifikante Wert gibt dann den statistisch notwendigen Differenzenbildungsgrad an.

II) Identifikation von $\theta(0)$ (Trendparameter).

Ist $d > 0$ muss geprüft werden, ob ein deterministischer Trendparameter $\theta(0)$ zur Modellidentifikation notwendig ist. Dies ist im allgemeinen immer der Fall, wenn der Mittelwert der Zeitreihe bei dem mit dem RAO - TINTER Test ermittelten d (wobei $d > 0$ sein muss) signifikant von Null verschieden ist. Hierzu wird der Standardfehler des Mittelwert berechnet und das 95% Konfidenzintervall des Mittelwertes ermittelt. Beinhaltet das Konfidenzintervall nicht den Wert Null, so ist der Mittelwert signifikant von Null verschieden und es ist deswegen die Einbeziehung eines Trendparameters in das Modell notwendig.

III) Identifikation eines "white noise" Prozesses.

Einen unabhängigen white noise Prozess erkennt man daran, dass nach entsprechendem Differenzenbildungsgrad d folgende Bedingungen erfüllt sind (der Bedeutung nach geordnet).

1. Alle Autokorrelationen und partiellen Autokorrelationen sind Innerhalb des 5% Vertrauensintervalles.

2. Das kummulierte Periodogramm liegt innerhalb des 75% Intervalles.

3. Der "PORTMANTEAUTEST" (siehe Abschnitt 4.15) auf einen "white noise" Prozess ist nicht signifikant.

IV) Identifikation von AR- UND MA-Modellen.

Liegt kein white noise Prozess vor, so werden die empirischen ACF und PACF mit den entsprechenden theoretischen ACF und PACF Funktionen verglichen, um versuchsweise ein ARIMA (p,d,q) - Modell zu identifizieren. Beispiele für das Verhalten der theroretischen ACF und PACF einiger AR(1), MA(1), AR(2), MA(2) und ARMA(1,1) Prozesse sind jeweils bei der Behandlung der einzelnen modelle abgebildet. diese Plots sind dabei folgendermassen zu verstehen: rechts oben steht (stehen) in jeder Abbildung die ϕ und/oder θ Parameterwerte. Bei AR(2) und MA(2) Modellen in der Reihenfolge ihres Lags. Bei ARMA(1,1) Modellen steht zuerst der ϕ Koeffizient. In der linken Hälfte jeder Abbildung steht die ACF und in der rechten Hälfte die PACF. Die Schrittweite zur Generierung der einparametrigen Modelle war .2, der zweiparametrigen AR und MA Modelle für den ersten Koeffizienten .4 und für den zweiten Koeffizienten .2. Bei ARMA(1,1) Modellen war die Schrittweite für den ϕ und den θ Koeffizienten jeweils .25. Die theoretischen Funktionen wurden nach den entsprechenden Formeln der vorangegangenen Abschnitte berechnet. Diese theoretischen ACF und PACF machen darüber hinaus recht deutlich, warum das n der Zeitreihen im allgemeinen recht gross sein muss, um den richtigen zugrundeliegenden Prozess zu identifizieren, da bei vielen Prozessen die entsprechenden Auto- und/oder partiellen Autokorrelationen sehr klein ausfallen. Damit die empirischen Autokorrelationskoeffizienten aber auf dem 5% Prozent Niveau signifikant sind muss das entsprechende n zumindest so gross sein, dass $r(1) > 1/\sqrt{n}$ ist. Dieser Vergleich ist allerdings häufig nicht eindeutig, da die entsprechenden empirischen ACF und PACF oft erheblich von ihren theoretischen Funktionen abweichen können, wie wir schon bei Abb.4.9 sahen. Im folgenden werden einige charakteristische Kennzeichen für die Identifikation von wichtigen AR und MA Prozessen gegeben:

AR(1) Modell:

Das charakteristische bei einem AR(1) Modell ist, dass die ACF exponentiell (positives ϕ) bzw. sinosidal gegen Null ausschwingt und nur ein PACF Koeffizient signifikant ist.

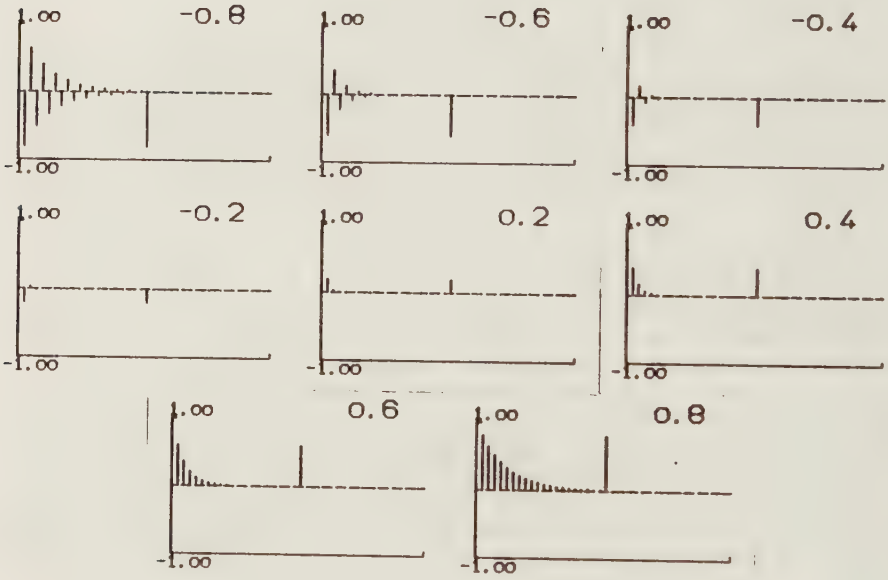


Abb.4.14: Theoretische ACF und PACF für verschiedene AR(1) Prozesse.

MA(1) Modell:

Bei einem MA(1) Modell verhalten sich ACF und PACF genau umgekehrt, wie bei einem AR(1) Prozess. Eine wichtige weitere Voraussetzung für einen MA(1) Prozess, ist dass die der einzige signifikante Autokorrelationskoeffizient < |.5| ist. (Für die mathematische Begründung und Herleitung siehe O.D.ANDERSON, 1975).

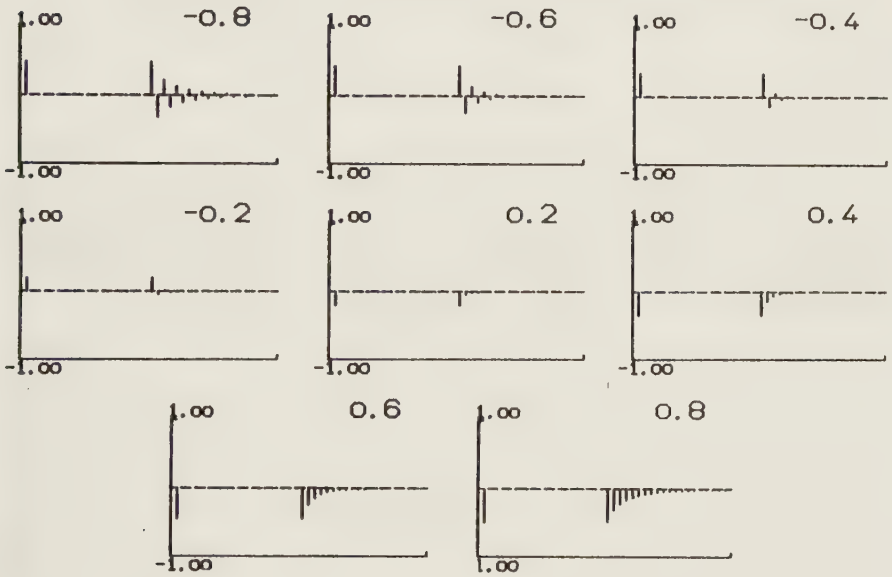


Abb.4.15: Theoretische ACF und PACF für verschiedene MA(1) Prozesse.

AR(2) Modell:

Bei AR(2) Modellen sind zwei Koeffizienten der PACF signifikant Die ACF kann drei unterschiedliche Pattern zeigen:
(a) sie schwingt in etwa exponentiell aus (z.B. bei den AR Koeffizienten $\phi(1)$ und $\phi(2)$ in Abb.4.14)
(b) sie schwingt in etwa sinosidall aus (z.B. bei den AR Koeffizienten $\phi(1)$ und $\phi(2)$ in Abb.4.14)
(c) sie zeigt pseudoperiodisches Verhalten (z.B. bei den AR Koeffizienten $\phi(1)$ und $\phi(2)$ in Abb.4.14). Die Erklärung für das pseudoperiodische Verhalten einiger ACF liegt in der Tatsache, dass bei bestimmten Parameterwerten die Lösungen für B von (4.14.1)

(4.14.1)

$$(1-\phi_1 B-\phi_2 B^2)=0$$

komplex sind und sich deswegen durch trigonometrische Funktionen darstellen lassen (siehe BOX & JENKINS, 1970, Seite 59 ff) Die Stationaritätsregionen des $\phi(1)$ und des $\phi(2)$ Parameters beim AR(2) Prozess sind:

(4.14.2)

$$\begin{aligned} \phi(1) + \phi(2) &< 1.0 \\ \phi(1) - \phi(2) &< 1.0 \\ -1.0 < \phi(2) &< 1.0 \end{aligned}$$

die entsprechenden Stationaritätsregionen der ersten beiden Autokorrelationskoeffizienten sind daher:

(4.14.3)

$$\begin{aligned} -1 < \rho_1 &< 1 \\ -1 < \rho_2 &< 1 \\ \rho_1^2 &< \frac{1}{2}(\rho_2+1) \end{aligned}$$

Bei unserer Arbeit hat es sich sehr bewährt, die entsprechenden Koordinaten aus diesen beiden Koeffizienten direkt von einem Computerprogramm in einen Stationaritäts - Invertibilitätsplot, in dem die Regionen für den AR(2), den MA(2) und den ARMA(1,1) Prozess markiert sind, einzeichnen zu lassen, wie es in Abb. 4.13(e) zu sehen ist.

Abb.4.16: Theoretische ACF und PACF für verschiedene AR(2) Prozesse innerhalb der Stationaritätsregion. Die Funktionen sind matrixartig angeordnet. Leere Felder bedeuten, dass für diese Parameterkombination der Prozess nicht stationär ist.

MA(2) Modell: Hier ist das Verhältnis wie schon beim MA(1) Modell genau umgekehrt wie beim AR(2) Modell. Die Invertibilitätsregion ist hierbei durch folgende Restriktionen der beiden ersten Autokorrelationskoeffizienten definiert:

(4.14.4)

$$|\varrho_2| < |\varrho_1|$$

$$\varrho_2 > \varrho_1(2\varrho_1+1) \quad [\text{for } \varrho_1 < 0]$$

$$\varrho_2 > \varrho_1(2\varrho_1-1) \quad [\text{for } \varrho_1 > 0]$$

Für die Identifikation von höheren AR(p) bzw. MA(q) Modellen gilt im Prinzip dasselbe wie für die die ein- und zweiparametrigen Modelle, also dass für einen AR(p) Prozess p Partielle Autokorrelationskoeffizienten und für einen MA(q) Prozess q Autokorrelationskoeffizienten signifikant sind. Die Bestimmung der jeweiligen Stationaritäts-Invertibilitätsregionen wird jedoch wesentlich komplexer. Als Hilfe für die Identifikation von höheren MA (q) Modellen können die von O.D.ANDERSON (1976) berechneten theoretischen oberen Schranken der Autokorrelationskoeffizienten aus Tab.4.8 herangezogen werden.

Tab.4.8: Obere Schranken der ACF für verschiede MA(q) Prozesse (nach O.D.ANDERSON, 1976, S.75)

q	r(1)	r(2)	r(3)	r(4)	r(5)	r(6)	r(7)	r(8)	r(9)	r(10)
1	±.5									
2	±.707	.25								
3	±.809	.447	±.138							
4	±.866	.583	±.289	.083						
5	±.901	.677	±.416	.194	±.054					
6	±.924	.744	±.518	.302	±.135	.37				
7	±.940	.792	±.598	.397	±.223	.098	±.026			
8	±.951	.828	±.660	.478	±.308	.169	±.073	.019		
9	±.960	.855	±.710	.546	±.384	.242	±.131	.056	±.014	
10	±.966	.877	±.750	.603	±.451	.311	±.193	.103	±.043	0.11

Abb.4.17: Theoretische ACF und PACF für verschiedene MA(2) Prozesse innerhalb der Invertibilitätsregion. Zur Anordnung siehe Legende von Abb.4.16.

V) Identifikation von gemischten ARMA(p,q) Modellen.

Bei gemischten Modellen sind drei spezielle Situationen möglich:

1. $q > p$
2. $q < p$
3. $q = p$

Zu Fall 1: Ist $q > p$, so folgen in diesem Fall $q - p$ Autokorrelationen einem völlig unsystematischen Pattern. Nach $q - p$ Autokorrelationen fallen die restlichen Köffizienten exponentiell bzw. gedämpft sinosidal ab.

Zu Fall 2: Bei $q<p$ haben alle Autokorrelationen einen exponentiellen bzw. sinosidal gedämpften Abfall.

Zu Fall 3: Nur r(1) zeigt ein anormales Verhalten. Der Rest ist wie bei Fall 2.

Da gemischte Modelle wesentlich höhere Anforderungen bei der Identifikation stellen, empfehlen BOX und JENKINS als Ausweg, versuchsweise zuerst ein sparsames AR(p) Modell zu bestimmen, um evtl. MA(q) Komponenten bei der Diagnostik der Residuen zu ermitteln (siehe hierzu das Kapitel Modelldiagnostik).

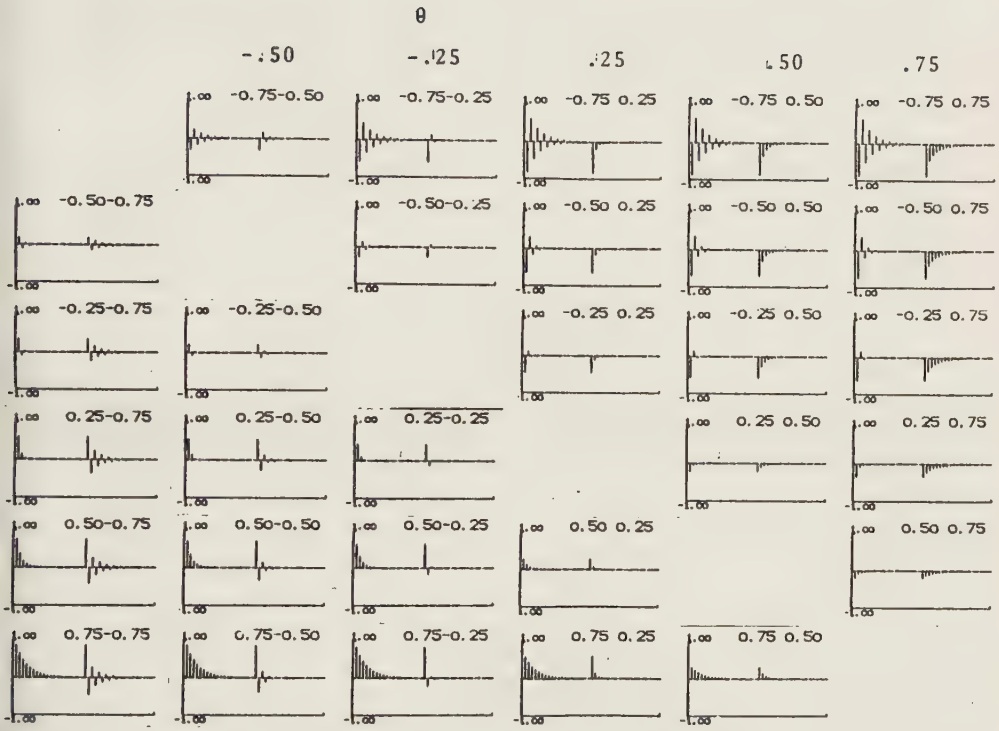


Abb.4.18: Theoretische ACF und PACF für verschiedene ARMA(1,1) Prozesse innerhalb der Stationaritäts - Invertibilitätsregion. Die Prozesse in der Diagonale sind "white noise" Prozesse, da sich gleiche ϕ und θ Werte wegkürzen.

4.14.2 Parameterschätzung.

Die Parameterschätzung erfolgt in zwei Stufen. Zuerst werden Anfangsschätzungen für die AR (p) und/bzw. MA (q) Parameter sowie bei d = 0 für den Mittelwert bestimmt. Diese Anfangsschätzungen erfolgen für AR(p) Prozesse über die Lösung der YULE WALKER Gleichung mit Rang p (siehe (4.7.8) und 4.7.9)). Die Lösung dieser Gleichung ist für einen AR(1) und AR(2) Prozess besonders einfach: bei einem AR(1) Prozess ist $\phi(1)$ identisch mit dem ersten Autokorrelationskoeffizienten. Bei einem AR(2) Prozess ist $\phi(2)$ gleich dem zweiten signifikanten partiellen Autokorrelationskoeffizienten und $\phi(1)$ lässt sich leicht nach:

(4.14.5)

$$\varphi_2 = \frac{\varrho_1(1-\varrho_2)}{1-\varrho_1^2}$$

berechnen. Statt einer Berechnung kann man jedoch auch die Grafik B aus dem Anhang des Buches von BOX & JENKINS verwenden ,die in Abb. 4.19 wiedergegeben ist.

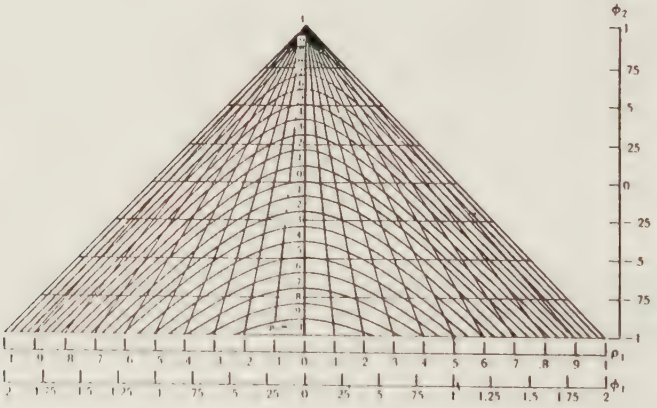


Abb.4.19: Grafik für grobe Schätzungen (Anfangsschätzungen) von $\phi(1)$ und $\phi(2)$ eines AR(2) Prozesses bei gegebenem r(1) und r(2) (aus BOX & JENKINS, 1970; S.518).

Die Anfangsschätzungen für MA(q) und ARMA(p,q) Prozesse sind wegen ihrer nichtlinearen Natur und der damit zusammenhängenden multiplen Lösungen, von denen nur eine jeweils die Invertibilitätsbedingung erfüllt, wesentlich schwieriger. Prinzipiell lassen sich die Anfangsschätzungen über Auflösung von (4.9.13) nach $\theta(1)$ ... $\theta(q)$ gewinnen. Eine Alternative zu der numerischen Berechnung der Anfangsschätzungen von MA(1), MA(2) und ARMA(1,1) Prozessen bieten Tab. a und die Grafik c aus dem Anhang des Buches von

BOX & JENKINS (1970) die in Tab.4.9 und in Abb.4.20 und Abb.4.21 übernommen wurden.

Tab.4.9: Grobe Schätzungen von θ eines MA(1) Prozesses bei gebenem r(1) (aus BOX & JENKINS, 1970, S.517).

θ	r(1)	θ	r(1)
0.05	-0.050	-0.05	0.050
0.10	-0.099	-0.10	0.099
0.15	-0.147	-0.10	0.147
0.20	-0.192	-0.20	0.192
0.25	-0.235	-0.25	0.235
0.30	-0.275	-0.30	0.275
0.35	-0.315	-0.35	0.315
0.40	-0.349	-0.40	0.349
0.45	-0.374	-0.45	0.374
0.50	-0.400	-0.50	0.400
0.55	-0.422	-0.55	0.422
0.60	-0.441	-0.60	0.441
0.65	-0.457	-0.65	0.457
0.70	-0.468	-0.70	0.468
0.75	-0.480	-0.75	0.480
0.80	-0.488	-0.80	0.488
0.85	-0.493	-0.85	0.493
0.90	-0.497	-0.90	0.497
0.95	-0.499	-0.95	0.499
1.00	-0.500	-1.00	0.500

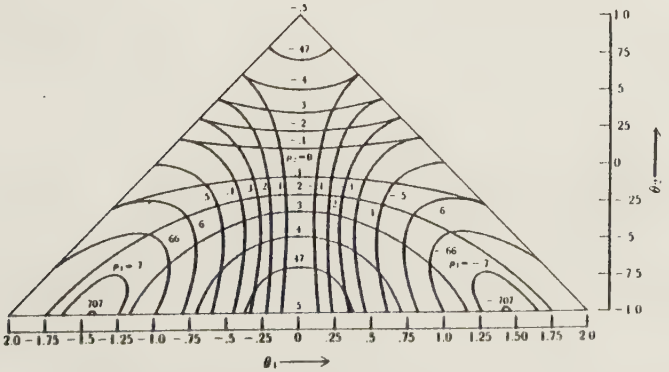


Abb.4.20: Grafik für grobe Schätzungen (Anfangsschätzungen) von θ(1) und θ(2) eines MA(2) Prozesses bei gegebenem r(1) und r(2) (aus BOX & JENKINS, 1970; S.519).

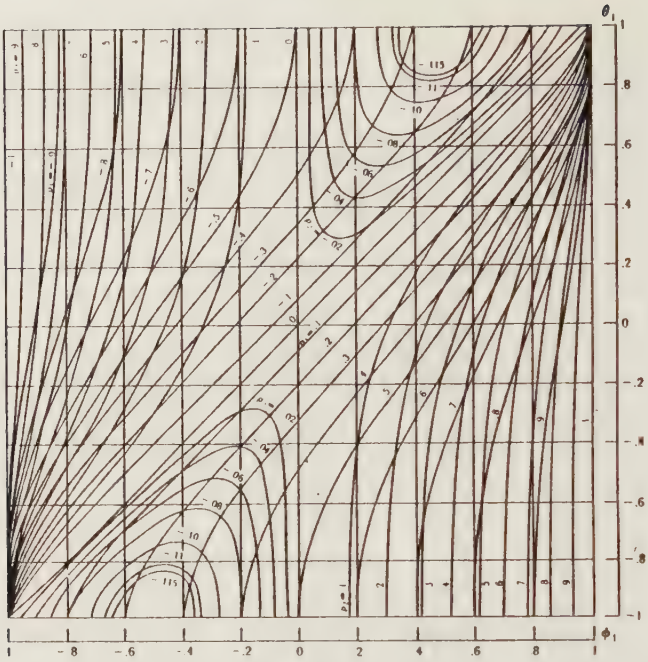


Abb.4.21: Grafik für grobe Schätzungen (Anfangsschätzungen) von $\phi(1)$ und $\theta(1)$ eines ARMA(1,1) Prozesses bei gegebenem r(1) und r(2) (aus BOX & JENKINS, 1970; S.519).

Diese Anfangsschätzungen sind die Startwerte für die nun folgende Berechnung der MAXIMUM LIKELIHOOD Schätzungen.
Als Nachteil der Verfahren zur Berechnung der Anfangsschätzungen erwähnten wir im Abschnitt 4.8.4 dass sie keine statistischen Aussagen, wie z.B. Effizienz etc. erlauben. Im Abschnitt 4.9.4 wurde gezeigt, dass eine statistische Schätzung von MA Parametern nicht mit einem linearen Verfahren wie OLS möglich ist, sondern dass man hierzu das NLS ("nonlinear least squares") Verfahren anwenden muss. Da OLS jedoch als ein Spezialfall des NLS betrachtet werden kann, und da es andererseits ökonomischer ist, diesselbe Computerroutine zur Schätzung von AR wie von MA Parametern zu verwenden, benutzen die meisten Computerprogramme inzwischen den nichtlinearen MARQUARD Algorithmus (MARQUARD, 1963) zur Berechnung der MAXIMUM LIKELIHOOD Koeffizienten von ARMA(p,q) Modellen (sowie der Transfermodelle von Kapitel 5). Die technischen Details des Verfahrens sind dabei für den Kliniker verhältnismässig bedeutungslos. Neben den Anfangsschätzungen benötigt dieser Algorithmus noch ein Kriterium für den Abbruch des Iterationsverfahren zum Auffinden des Minimums der Fehlervarianz ("least squares Kriterium"). Das von uns benutzte Programm (siehe Anhang) hat dafür drei Kriterien:

a) Reduktion der Fehlervarianz < epsilon1
b) mögliche Veränderung eines Parameters < epsilon2
c) Anzahl der Iterationen > maxit

Ein vernünftiger Parameterwert für epsilon1 und epsilon2 ist 0.001 und für maxit ist 999. Die Konvergenzeigenschaften des MARQUARD Algorithmus sind soweit die Daten nicht sehr schlecht konditioniert sind bzw. ein völlig abwegiges Modell identifiziert wurde, so gut, dass er selbst für den Fall, dass die Anfangsschätzungen sehr weit von den MAXIMUM LIKELIHOOD Schätzungen entfernt liegen, meist sehr rasch konvergiert (oft in weniger als 10 Iterationen). Aus dem Grunde kann man sich oft die Anfangsschätzungen sparen. Beim Fehlen von Anfangsschätzungen setzt das von uns verwendete Pragramm alle Startwerte einfach auf .10. Gewisse Skepsis ist allerdings bei Schätzungen, die mehr als ca. 200 Iterationen benötigen angebracht. Meist liegen dann Datenfehler oder grobe Modellidentifikationsfehler vor. Mit den MAXIMUM LIKELIHOOD Schätzungen liefert das Verfahren auch den Standardfehler der Schätzungen, mit dem die Vertrauensintervalle gebildet werden können und die Signifikanz der Parameterschätzungen berechnet werden kann. Für weitere Einzelheiten siehe BOX und JENKINS (1970, S. 227 ff) und NELSON (1973, S. 97-99).

4.14.3 Modelldiagnostik.

Anders als bei den meisten statistischen Verfahren hört die BOX & JENKINS Methodologie nicht nach den Parameterschätzungen auf, sondern testet darüber hinaus die Adäquatheit des stochastischen Modells. Für die Richtigkeit eines Modells sprechen dabei vor allem drei Faktoren:

(a) die Residuen a(t) des Modells sind ein "white noise" Prozess
(b) die geschätzten ARMA Parameter sind signifikant
(c) die geschätzten ARMA Parameter einschliesslich ihrer 95% Konfidenzintervalle liegen innerhalb der Invertibilitäts - Stationaritätsregion

Als weiterere , allerdings weniger wichtige Bedingung sollten die Residuen a(t) normalverteilt sein. Zur Überprüfung ob die Residuen a(t) eines ARIMA(p,d,q) Modells einen "white noise" Prozess darstellen, entwickelten BOX und PIERCE (1970) einen globalen Modellanpassungstest, den sie PORTMANTEAUTEST nennen. Dieser Test ist Chi**2 verteilt, mit m - p - q Freiheitsgraden. m ist dabei die Anzahl der aufsummierten quadrierten Autokorrelationskoeffizienten, p die Anzahl der autoregressiven Parameter, q die Anzahl der moving average Parameter und n=N-d, wobei N die Länge der Zeitreihe ist.

(4.14.6)
$$Q = n \sum_{k=1}^{m} r_k^2$$

LJUNG und BOX (1978) konnten in umfangreichen Simultationen zeigen, dass (4.14.6) beträchtlich von einer Chi**2

Verteilung mit m - p - q Freiheitsgraden abweicht. Als modifizierte Form schlagen LJUNG und BOX die folgende Berechnung vor:

(4.14.7)

$$\tilde{Q} = n(n+2) \sum_{k=1}^{m} (n-k)^{-1} r_k^2$$

Zur Unterscheidung wird im weiteren Verlauf der Arbeit (4.14.6) PORTMANTEAUTEST I und (4.14.7) PORTMANTEAUTEST II genannt. Es empfiehlt sich allerdings bei der Modelldiagnostik auf "white noise" sich nicht nur auf den PORTMANTEAUTEST zu verlassen, sondern auch die weiteren Bedingungen, wie sie unter 4.14.1 zur Identifikation eines "white noise" Prozesses genannt wurden , zu prüfen. Sind die Bedingungen (a) - (c) erfüllt so wird das Modell akzeptiert. Andernfalls muss das Modell modifiziert werden. Hierzu kommen, je nachdem welche der Bedingungen signifikante Abweichungen aufweist, unterschiedliche Strategien in Frage.

I) Weicht nur (b) ab, so wird in einem zweiten Durchlauf der Schleife von Abb. 4.12 ein Modell ohne den (die) nichtsignifikanten Parameter geschätzt und erneut hinsichtlich etwaiger Modellabweichungen diagnostiziert.

II) Zeigt nur (a) signifikante Abweichungen, so wird aufgrund des Verhaltens der ACF und PACF der Residuen, das ursprüngliche Modell um die Modellanteile, die sich hieraus ergeben erweitert, erneut geschätzt und anschliessend wieder diagnostiziert etc.

III) Zeigen (a) und (c) Abweichungen, ist es meist am sinnvollsten, bei der Modellmodifikation sowohl die Modellidentifikationsfunktionen der Ausgangsdaten als auch der Residuen zu verwenden.
Häufig ist der iterative Prozess der Modellidentifikation, Parameterschätzung und anschliessende Modelldiagnostik nicht eindeutig, sondern es gibt a priori mehrere, auf den ersten Blick gleich plausible Modelle. Ein Vorschlag zur Lösung dieses Problemes stammt von OZAKI (1977) und SHIBATA (1976), der kurz diskutiert werden soll. Diese Autoren benutzen AKAIKE'S Informationskriterium (AKAIKE, 1973, 1974).

(4.14.8)

$$AIC\ (p,d,q) = N\log\sigma_a^2 + [N/(N-d)]2(p+q+1+\delta_{d0}) + N\log 2\pi + N$$

Da N*log(2pi) + N bei den verschiedenen Modellalternativen gleich ist, genügt es, nur

(4.14.9)

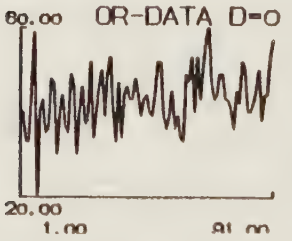
$$AIC\ (p,d,q) = N\log\sigma_a^2 + [N/(N-d)]2(p+q+1+\delta_{d0})$$

zu berechnen. Das Modell, bei dem das Minimum des AIC (AKAIKE'S information criterium) gefunden wird, stellt dann theoretisch das beste Modell dar. OZAKI (1977) zeigte für verschiedene Modellalternativen der Beispiele von BOX & JENKINS (1970), dass das AIC Kriterium mit den von BOX & JENKINS identifizierten Modellen übereinstimmt.
Als zusätzliches Kriterium scheint daher das AIC Kriterium durchaus brauchbar zu sein, doch soll vor einer ausschliesslichen Verwendung, gewarnt werden: Die Signifikanz der jeweiligen Parameter und der white noise Prozesscharakter der Residuen müssen ebenfalls gegeben sein.

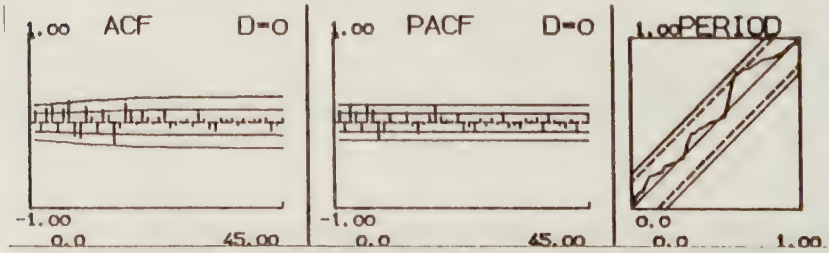
4.15 Beispiele aus einem Therapieexperiment.

im folgenden Abschnitt soll der im letzten Kapitel theoretisch abgehandelte iterative Prozess der Modellidentifikation, Parameterschätzung und anschliessenden Modelldiagnostik an einundzwanzig Zeitreihen aus dem Bereich der Psychotherapieforschung veranschaulicht werden. Die ausgewählten Zeitreihen stammen von der Kontrollgruppe eines grösseren Therapieexperiment zur Reduktion des Rauchens (BRENGELMANN & SEDLMAYER, 1975) und wurden deshalb genommen, da bei dieser Gruppe keine experimentellen Treatmentbedingungen vorlagen. Da bei Vorliegen von unterschiedlichen experimentellen Bedingungen davon ausgegangen werden muss, dass auf eine Zeitreihe nicht nur stochastische Einflüsse in Form von autoregressiven und Moving Average Anteilen eingehen, sondern auch deterministische Effekte, die auf die Manipulation der unabhängigen Variable zurückgehen, ergeben sich hier eine Reihe von Schwierigkeiten bei der Identifikation des jeweiligen ARIMA Modells. Hierauf wird in Kapitel 7 näher eingegangen. Die Zeitreihen sind 91 Tage lang, wobei die abhängige Variable die Anzahl der täglich gerauchten Zigaretten darstellt.

PERSON 302:



Der RAO - TINTNER Test ergibt keine Anzeichen für Nichtstationarität im Level. Wie man aus den untenstehenden Funktionen der ACF und PACF sehen kann, ergeben sich auf den ersten Blick keine Hinweise für einen der bekannten einfachen Prozesse. Signifikant auf dem 5% Niveau sind bei der ACF nur der Koeffizient zum Lag 7 und dei der PACF die Koeffizienten zu Lag 6 und Lag 8.



Da der "Portmanteau" Test eine signifikante Abweichung von einem white noise Modell anzeigt wurden versuchsweise ein periodisches AR(2) Modell und ein periodisches MA(1) Modell identifiziert. Die Maximum Likelihoodschätzungen mit dem Programm UNESAF (siehe Anhang) ergaben für die beiden Modelle die folgenden Werte:

MODELL 1.

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
AUTOREGRESSIVE 1	6	0.13219	-0.06859	0.33297
AUTOREGRESSIVE 1	8	-0.14805	-0.34844	0.05235
MEAN	1	43.42122	42.04185	44.80057

ANZAHL DER RESIDUEN	83
SSQ DER RESIDUEN	3185.47974
FREIHEITSGRADE	80
MSQ DER RESIDUEN	39.81850
STANDARDFEHLER	6.31019

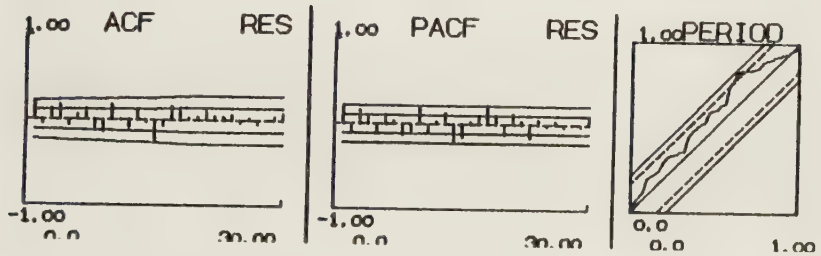
R**2 = 0.05208
F-Wert = 1.46511 p = 0.4917

Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen
von der Normalverteilung p=0.89542
Interkorrelation der Parameter

	1	2	3
1	1.0000		
2	0.1089	1.0000	
3	0.1048	0.1170	1.0000

Portmanteau-Test I p=0.19643
Portmanteau-Test II P=0.07073

Die ACF, PACF und das kumulierte Periodogramm der Residuen
für dieses Modell waren wie folgt:



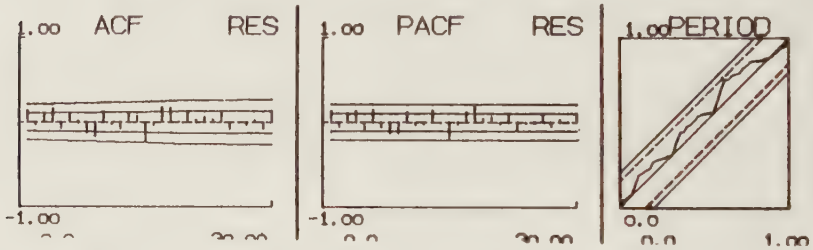
MODELL 2.

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
MEAN	1	42.99146	41.22412	44.75877
MOVING AVERAGE 1	7	-0.26346	-0.48035	-0.04657

ANZAHL DER RESIDUEN	91
SSQ DER RESIDUEN	4110.31641
FREIHEITSGRADE	89
MSQ DER RESIDUEN	46.18336
STANDARDFEHLER	6.79583

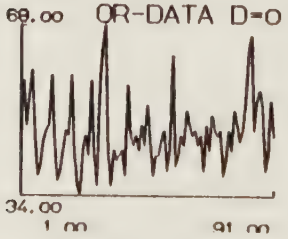
```
R**2 =       0.06623
F-Wert =     3.15633   p = 0.4251
-------------------------------------------------------------
Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen
von der Normalverteilung  p=0.94960
Interkorrelation der Parameter
        1        2
  1  1.0000
  2 -0.0140 1.0000
Portmanteau-Test I   p=0.29616
Portmanteau-Test II P=0.12142
-------------------------------------------------------------
```

Die ACF, PACF und das kumulierte Periodogramm des zweiten Modelles ergab folgendes Bild:

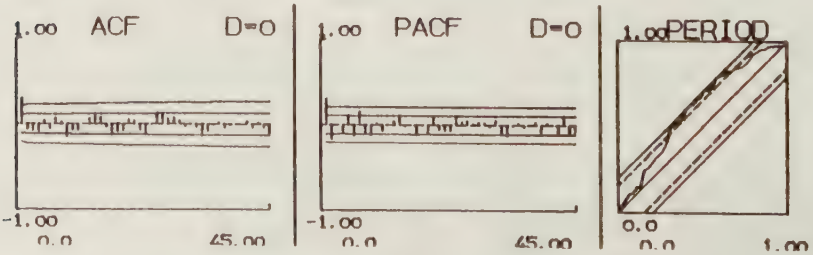


Da bei Modell 1 beide AR Koeffizienten statistisch nicht signifikant sind (das 95% Konfidenzintervall beinhalten den Wert 0) wird Modell 2 akzeptiert.

Person 303:



Der RAO - TINTNER Test ergibt keine Anzeichen für Nichtstationarität im Level. Da die ACF nur einen signifikanten Wert zum Lag 1 zeigt, deutet dies auf einen MA(1) Prozess. Anfangsschätzung fur θ bei r=.29 ist ein Wert zwischen -.3 und -.4.



Als Maximum - Likelihoodschätzungen ergab sich:

MODELL 1.

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
MEAN	1	46.50735	44.59413	48.42056
MOVING AVERAGE 1	1	-0.37579	-0.57264	-0.17895

ANZAHL DER RESIDUEN	91
SSQ DER RESIDUEN	3945.30225
FREIHEITSGRADE	89
MSQ DER RESIDUEN	44.32924
STANDARDFEHLER	6.65802

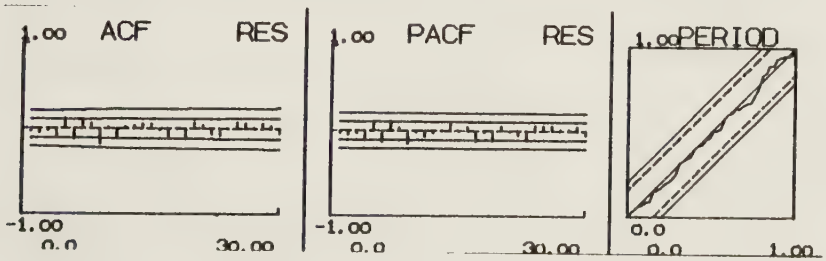
R**2 = 0.10928
F-Wert = 5.45975 p = 0.3303

Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen von der Normalverteilung p=0.02183
Interkorrelation der Parameter

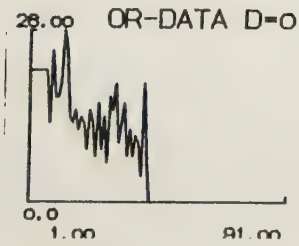
	1	2
1	1.0000	
2	0.0095	1.0000

Portmanteau-Test I p=0.95758
Portmanteau-Test II P=0.89561

Die Inspektion der Modelldiagnostiken gibt keinen Hinweis auf irgendwelche Abweichungen.

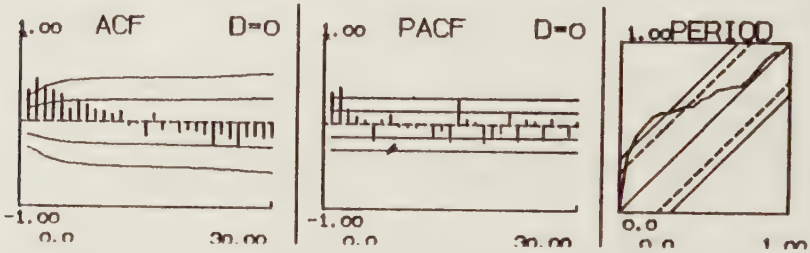


PERSON 304:

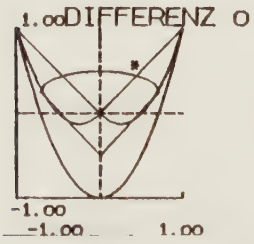


Wie man auf der nebenstehenden Abbildung sehen kann, sank bei dieser Person die Anzahl der täglich gerauchten Zigaretten nach dem 42.Tag auf Null und blieb dort bis zum Ende des Experimentes. Das bedeutet dass die Zeitreihe ab Tag 42 rein deterministisch ist. Es ist in solchen Fällen nicht sinnvoll eine ARIMA Analyse der ganzen Zeitreihe durchzuführen sondern nur bis zum Übergang des stochastischen Prozesses in einen deterministi= schen.

Es gingen deshalb in alle Analysen dieser Person nur die ersten 42 Werte ein.
Der RAO - TINTNER Test ergab keine Anzeichen für Nichtstationarität im Level. Wie man aus den untenstehenden Abbildungen sieht,



zeigen ACF und PACF ausser dem Koeffizienten zum Lag 1, der ein abweichendes Verhalten aufweist, einen exponentiellen Abfall an. Damit käme theoretisch ein ARMA (1,1) Prozess in Frage.



Wie man jedoch aus der nebenstehenden Abbildung ersehen kann, liegt der Schnittpunkt der beiden ersten Autokorrelationen ausserhalb der Invertibilität - Stationarität - Region eines ARMA (1,1) Prozesses. Das kommt auch in den Maximum - Likelihoodschätzungen zum Vorschein, bei denen das Konfidenzintervall des MA(1) Parameters ausserhalb des erlaubten Bereiches liegt.

MODELL 1.

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
AUTOREGRESSIVE 1	1	0.98031	0.91571	1.04491
MEAN	1	6.41788	-36.59123	49.42700
MOVING AVERAGE 1	1	1.14163	1.07471	1.20854

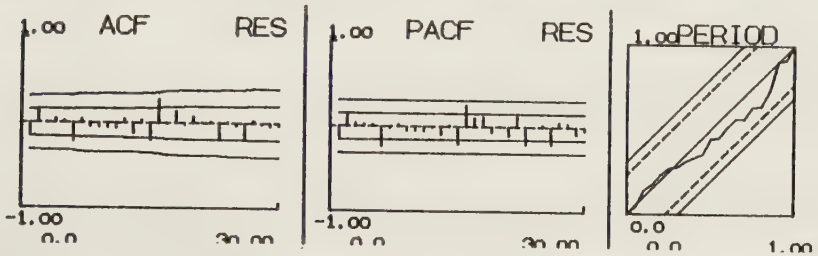
ANZAHL DER RESIDUEN	41
SSQ DER RESIDUEN	545.81714
FREIHEITSGRADE	38
MSQ DER RESIDUEN	14.36362
STANDARDFEHLER	3.78994

R**2 = 0.55831
F-Wert = 16.01074 p = 0.0605

Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen von der Normalverteilung p=0.43019

```
Interkorrelation der Parameter
        1        2        3
  1  1.0000
  2 -0.9978  1.0000
  3 -0.7975  0.8353  1.0000
Portmanteau-Test I  p=0.95739
Portmanteau-Test II P=0.62582
```

Die ACF, PACF und das kumulierte Periodogramm der Residuen, hatte folgendes Aussehen:



Damit ist ein erneuter Identifikationsvorgang notwendig. Versuchsweise wird als neues Modell ein AR(2) Prozess geprüft:

MODELL 2.

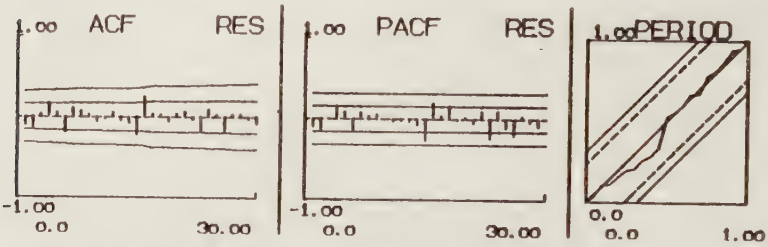
PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
AUTOREGRESSIVE 1	1	0.16446	-0.14007	0.46899
AUTOREGRESSIVE 1	2	0.47211	0.17033	0.77389
MEAN	1	13.02215	8.98418	17.06010

ANZAHL DER RESIDUEN	40
SSQ DER RESIDUEN	753.94312
FREIHEITSGRADE	37
MSQ DER RESIDUEN	20.37685
STANDARDFEHLER	4.51407

```
R**2 =      0.31360
F-Wert =    5.63469   p = 0.1619
```

```
Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen
von der Normalverteilung  p=0.96110
Interkorrelation der Parameter
        1        2        3
  1  1.0000
  2 -0.4261  1.0000
  3 -0.1188-0.1308  1.0000
Portmanteau-Test I  p=0.97319
Portmanteau-Test II P=0.69449
```

Bei diesem Modell waren die ACF, PACF und das kumulierte Periodogramm wie folgt.



Wie man aus der Tabelle oben ersehen kann, ist der erste autoregressive Parameter nicht signifikant. Deswegen wird in einer neuerlichen Schätzung ein einfaches AR(1) Modell mit dem AR Parameter im Lag 2 versucht:

MODELL 3.

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
AUTOREGRESSIVE 1	2	0.54157	0.26796	0.81517
MEAN	1	13.22739	10.06329	16.39146

ANZAHL DER RESIDUEN	40
SSQ DER RESIDUEN	777.71045
FREIHEITSGRADE	38
MSQ DER RESIDUEN	20.46606
STANDARDFEHLER	4.52394

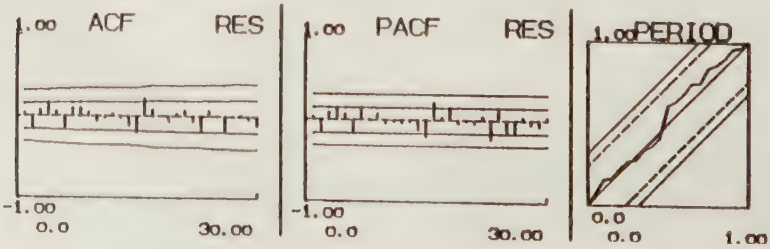
R**2 = 0.29196
F-Wert = 7.83453 p = 0.2771

Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen von der Normalverteilung p=0.89000
Interkorrelation der Parameter

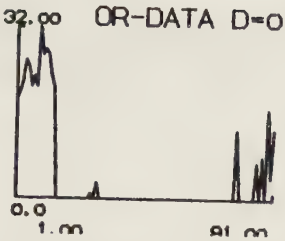
	1	2
1	1.0000	
2	-0.1647	1.0000

Portmanteau-Test I p=0.98517
Portmanteau-Test II P=0.78300

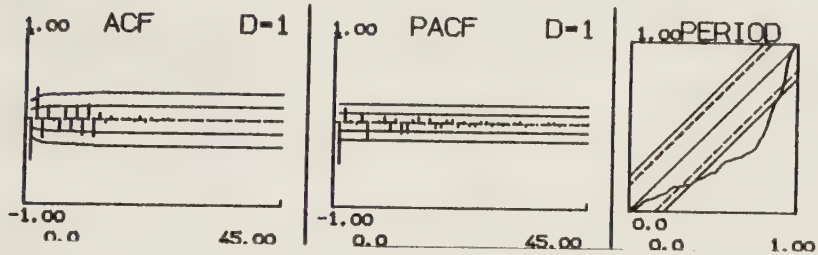
Die ACF, PACF und das kumulierte Periodgramm zeigen bei diesem Modell keinerlei Abweichungen von einem Zufallsprozess.



PERSON 305:



Für die Person 305 gilt in gewisser Weise dasselbe, was für die letzte Person galt, mit dem Unterschied, dass sich der deterministische Teil nicht am Ende, sondern in der Mitte befindet. Wegen der zumindest bedingt notwendigen Voraussetzung der Gleichabständigkeit ("Äqui= distanz") bei stochastischen Prozessen ist es nicht erlaubt, die deterministischen Phasen herauszulassen und die weiteren Analysen mit den konkatinierten stochastischen Teilen durchzuführen. Von daher gesehen scheinen stochastische Zeitreihenanalysen in solchen Fällen nicht sinnvoll zu sein. Führt man dennoch eine Analyse durch so verlangt der RAO - TINTNER Test einmalige Differenzenbildung, um Stationarität im Level zu erzielen. ACF und PACF bei diesem Differenzenbildungsgrad, machen ein AR(1) Modell wahrscheinlich.



Die Maximum - Likelihoodschätzungen hierfür sind:

MODELL 1.

Differenzenbildungsgrad 1 der Periodik 1

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
AUTOREGRESSIVE 1	1	-0.50442	-0.69425	-0.31460

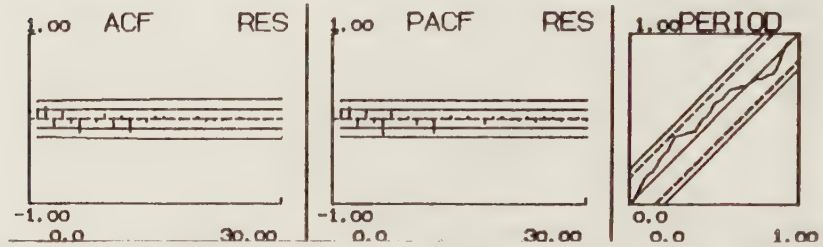
ANZAHL DER RESIDUEN	89
SSQ DER RESIDUEN	1345.21411
FREIHEITSGRADE	88
MSQ DER RESIDUEN	15.28652
STANDARDFEHLER	3.90980

R**2 = 0.80849
t-Wert = 19.27477 p = 0.0000

Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen von der Normalverteilung p=0.0
Portmanteau-Test I p=0.99727

Portmanteau-Test II P=0.99398

Mit den folgenden Modelldiagnostiken der Residuen:



Da der Mittelwert der Residuen, von Null verschieden ist, wurde in einer zweiten Schätzung ein deterministischer Trend angenommen:

MODELL 2.

Differenzenbildungsgrad 1 der Periodik 1

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
AUTOREGRESSIVE 1	1	-0.50590	-0.69678	-0.31502
TREND CONSTANT	1	-0.16606	-0.99986	0.66774

ANZAHL DER RESIDUEN	89
SSQ DER RESIDUEN	1342.81177
FREIHEITSGRADE	87
MSQ DER RESIDUEN	15.43462
STANDARDFEHLER	3.92869

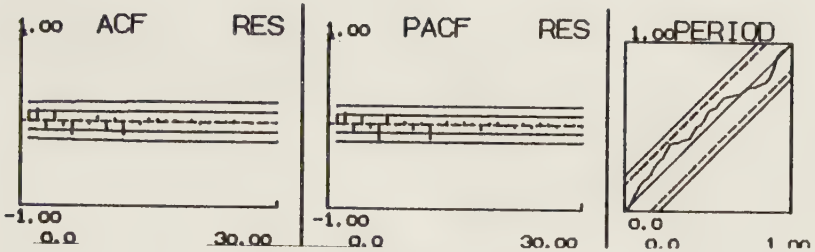
R**2 = 0.80847
F-Wert = 183.61867 p = 0.0587

Differenzenbildungsgrad 1 der Periodik 1
Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen
von der Normalverteilung p=0.0
Interkorrelation der Parameter

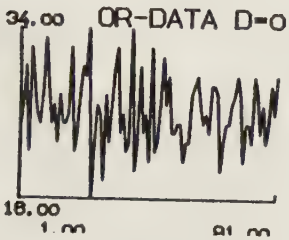
	1	2
1	1.0000	
2	0.0386	1.0000

Portmanteau-Test I p=0.99548
Portmanteau-Test II P=0.99051

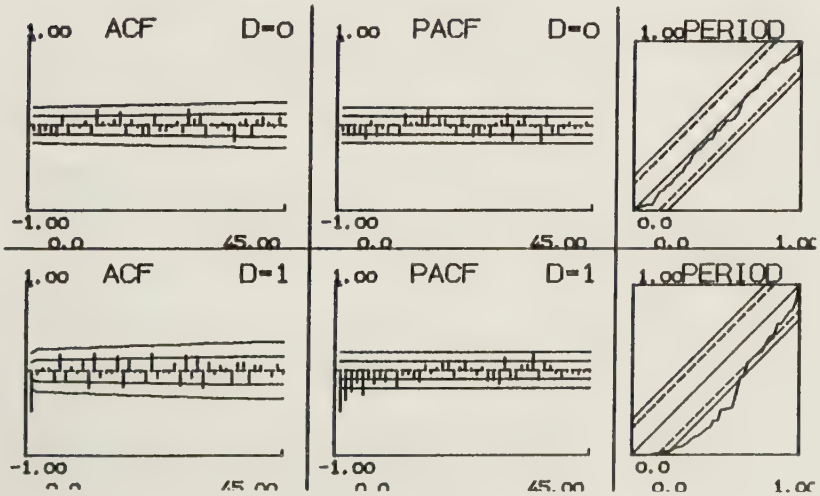
Der Trend ist jedoch nicht signifikant. Ausserdem erhöht sich durch ihn die quadrierte mittlere Fehlerquadratsumme (MSQ) der Residuen. Die ACF, PACF und das kumulierte Periodogramm für dieses Modell hatte das folgende Aussehen:



PERSON 309:



Der RAO - TINTNER Test deutet auf Stationarität im Level hin. Alle Funktionen zeigen einen white noise Prozess an. In diesem Fall ist deutlich zu sehen, dass man bei falscher Differenzenbildung einen eindeutigen MA(1) Prozess identifizieren würde.



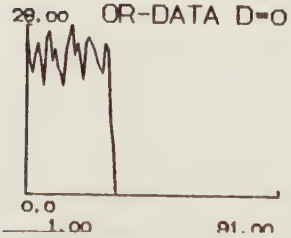
MODELL 1.

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	KONFIDENZINTERVALL 95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
MEAN	0	25.32944	24.55618	26.10268

ANZAHL DER RESIDUEN	91
SSQ DER RESIDUEN	1224.09839
FREIHEITSGRADE	90
MSQ DER RESIDUEN	13.60110
STANDARDFEHLER	3.68797

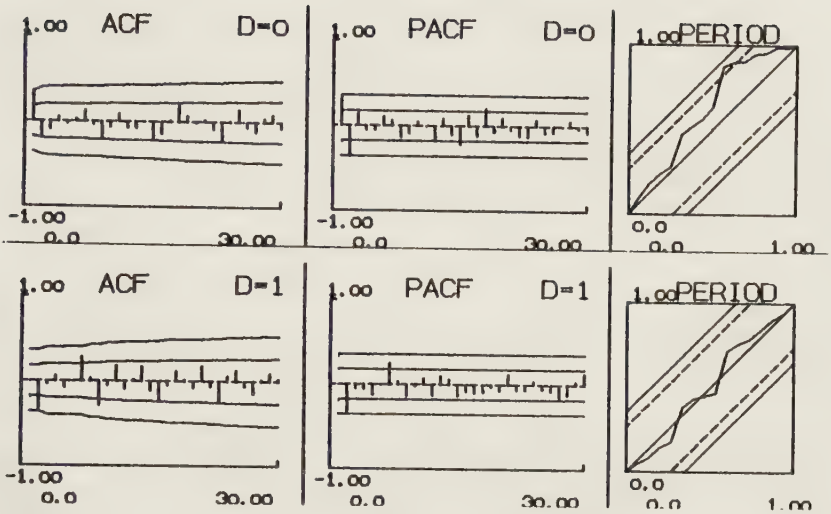
Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen
von der Normalverteilung p=0.29657
Portmanteau-Test I p=0.89724
Portmanteau-Test II P=0.75794

PERSON 310:



Bei Person 310 war die Anzahl der täglich gerauchten Zigaretten von Tag 33 bis zum Ende des Experimentes gleich Null. Es wurden daher nur die ersten 32 Tage in die Analyse einbezogen. Der RAO - TINTNER Test ergibt keine Anzeichen für Nichtstationarität im Level. Alle Koeffizienten der ACF und der PACF sind nicht signifikant von Null verschieden. Der "Portmanteau" zeigt ebenfalls mit einer Wahrschein= lichkeit von über 90% einen white noise Prozess an.

Dennoch gibt es begründete Hinweise, dass der Prozess kein Zufallsprozess ist und nur wegen der Kürze der Zeitreihe eine solche Annahme möglich ist. Das soll im folgenden näher begründet werden.



Ein sehr zuverlässiger Hinweis, ob ein white noise Prozess vorliegt ist ein typisches MA(1) Verhalten von ACF und PACF beim nächsthöheren Differenzenbildungsgrad, wie wir es beispielsweise bei der Person 309 schön sehen konnten. Dies ist, wie man aus den oben abgebildeten Funktionen beim Differenzenbildungsrad d=1 sehen kann, eindeutig nicht der Fall. Theoretisch denkbar wären vom Verhalten der ACF und der PACF her ein AR(2) bzw. ein MA(1) Prozess. Ein Vergleich der jeweiligen theoretischen ACF und PACF Funktionen mit den geschätzten Anfangsparamtern von Abb.9.12 mit den empirisch vorliegenden Funktionen zeigt die Berechtigung obiger Ausführung. Die Parameterschätzungen für diese Modelle ergeben

MODELL 1.

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
AUTOREGRESSIVE 1	1	0.64031	0.23345	1.04717
AUTOREGRESSIVE 1	2	-0.56347	-1.06578	-0.06115
MEAN	1	22.41261	20.94432	23.88089

ANZAHL DER RESIDUEN	30
SSQ DER RESIDUEN	347.66602
FREIHEITSGRADE	27
MSQ DER RESIDUEN	12.87652
STANDARDFEHLER	3.58839

R**2 = 0.33418
F-Wert = 4.51726 p = 0.1971

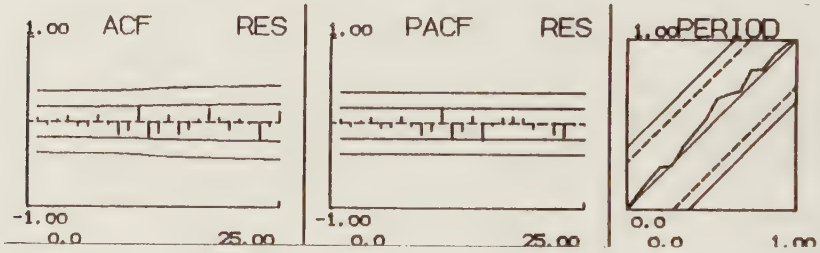
Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen von der Normalverteilung p=0.74922

Interkorrelation der Parameter

	1	2	3
1	1.0000		
2	-0.1101	1.0000	
3	-0.0382	-0.2475	1.0000

Portmanteau-Test I p=0.99888
Portmanteau-Test II P=0.67740

Die Diagnostiken der Residuen sind hierbei:



MODELL 2.

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
MEAN	1	22.28766	20.25587	24.31944
MOVING AVERAGE 1	1	-0.64385	-0.92464	-0.36305

ANZAHL DER RESIDUEN	32
SSQ DER RESIDUEN	383.28125
FREIHEITSGRADE	30
MSQ DER RESIDUEN	12.77605
STANDARDFEHLER	3.57436

R**2 = 0.28776
F-Wert = 6.06025 p = 0.3125

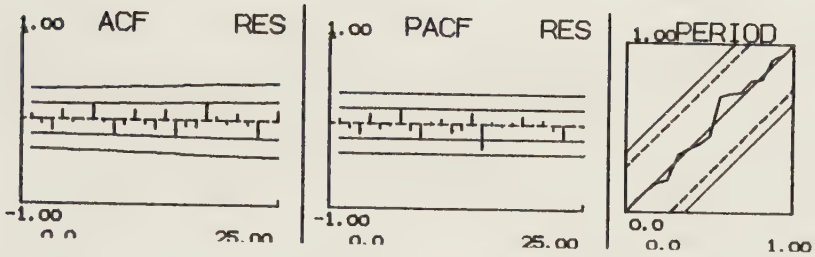
Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen von der Normalverteilung p=0.99136

Interkorrelation der Parameter

	1	2
1	1.0000	
2	-0.0246	1.0000

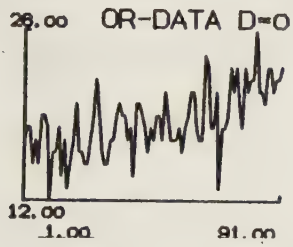
Portmanteau-Test I p=0.99740
Portmanteau-Test II P=0.71782

Mit folgender ACF, PACF und kumuliertem Periodogramm der Residuen:

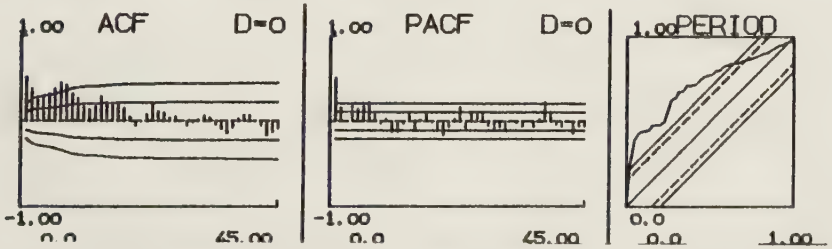


Ein Vergleich beider Modelle spricht sowohl vom Sparsamkeitsprinzip, als auch von der etwas geringeren mittleren Fehlerquadratsumme (MSQ) für das zweite Modell.

PERSON 311:



Der RAO - TINTNER Test ergibt keine Anzeichen für Nichtstationarität im Level. ACF und PACF lassen auf den ersten Blick kein eindeutiges Modell erkennen. Die PACF weist signifikante Koeffizienten zum Lag 1 und zum Lag 7 auf.



Dies könnte entweder für einen einfachen AR(1) Prozess sprechen oder für einen einfachen AR(2) Prozess, bzw. einen AR(2) Prozess mit einem periodischen $\phi(2)$ im Lag 7.

Gegen einen AR(1) Prozess spricht das pseudoperiodische Verhalten der ACF, wie es für einen AR(2) unter bestimmten Parameterbedingungen typisch ist. andererseits spricht gegen die Annahme einer periodischen Komponente zum Lag 7 der kleine Wert des Periodogramms bei Periode 7. Wegen dieser Uneindeutigkeit wurden versuchsweise alle drei Modelle geschätzt. Die Ergebnisse der Schätzungen sind:

MODELL 1.

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
AUTOREGRESSIVE 1	1	0.52827	0.34383	0.71272
MEAN	1	18.60800	17.55359	19.66240

ANZAHL DER RESIDUEN	90
SSQ DER RESIDUEN	488.37769
FREIHEITSGRADE	88
MSQ DER RESIDUEN	5.54975
STANDARDFEHLER	2.35579

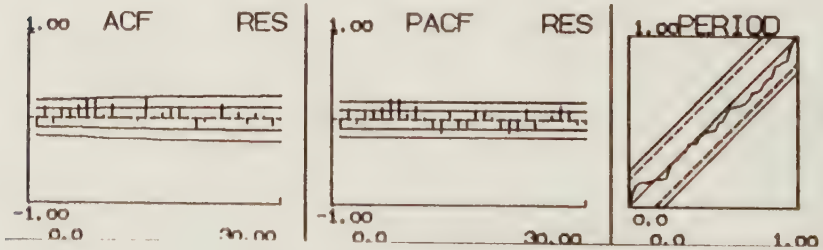
R**2 = 0.27151
F-Wert = 16.39870 p = 0.1945

Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen
von der Normalverteilung p=0.84507
Interkorrelation der Parameter

	1	2
1	1.0000	
2	0.0524	1.0000

Portmanteau-Test I p=0.29740
Portmanteau-Test II P=0.13129

Die Modelldiagnostiken hierfür sind:

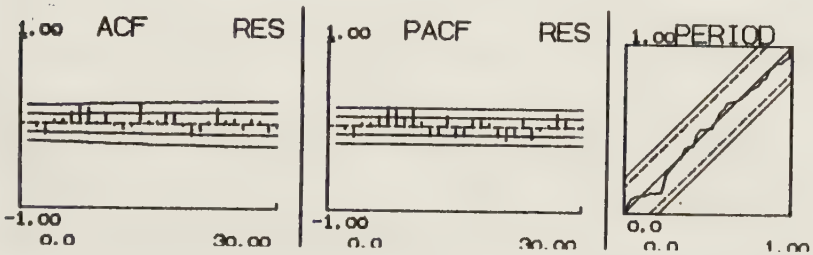


MODELL 2.

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
AUTOREGRESSIVE 1	1	0.44363	0.22941	0.65784
AUTOREGRESSIVE 1	2	0.16849	-0.04746	0.38444
MEAN	1	18.65234	17.36310	19.94157

ANZAHL DER RESIDUEN	89
SSQ DER RESIDUEN	474.89453
FREIHEITSGRADE	86
MSQ DER RESIDUEN	5.52203
STANDARDFEHLER	2.34990

```
R**2 =      0.29132
F-Wert =     11.78387  p = 0.0813
-------------------------------------------------------------------
Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen
von der Normalverteilung  p=0.92502
Interkorrelation der Parameter
        1       2       3
  1  1.0000
  2 -0.5096 1.0000
  3  0.0229 0.0603 1.0000
Portmanteau-Test I  p=0.35567
Portmanteau-Test II P=0.15550
-------------------------------------------------------------------
Die Modelldiagnostiken hierfür sind:
```

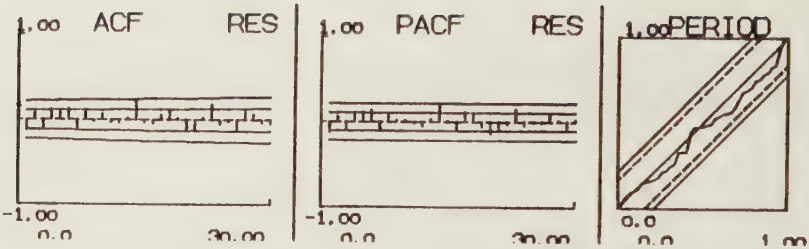


MODELL 3.

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
AUTOREGRESSIVE 1	1	0.39179	0.19429	0.58929
AUTOREGRESSIVE 1	7	0.35256	0.14666	0.55846
MEAN	1	19.29031	17.22034	21.36028

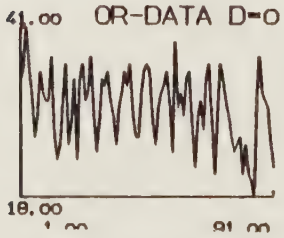
ANZAHL DER RESIDUEN	84
SSQ DER RESIDUEN	405.53784
FREIHEITSGRADE	81
MSQ DER RESIDUEN	5.00664
STANDARDFEHLER	2.23755

```
R**2 =      0.36762
F-Wert =     15.69552  p = 0.0617
-------------------------------------------------------------------
Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen
von der Normalverteilung  p=0.73798
Interkorrelation der Parameter
        1       2       3
  1  1.0000
  2 -0.4183 1.0000
  3  0.0862 0.3055 1.0000
Portmanteau-Test I  p=0.69945
Portmanteau-Test II P=0.46047
-------------------------------------------------------------------
Die Modelldiagnostiken hierfür sind:
```

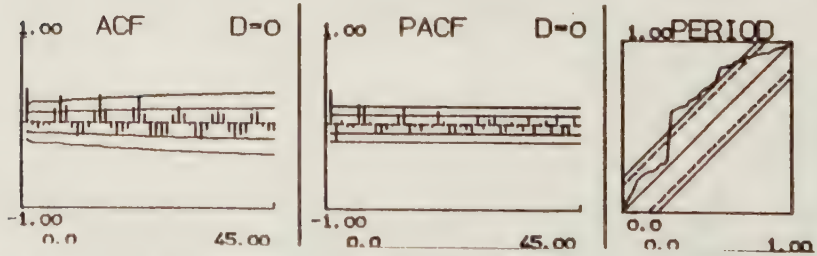


Die Diagnostik der Residuen zeigt beim Modell 1 Abweichungen der PACF zum Lag 7 und 8, was auf die Einbeziehung eines weiteren autoregressiven Parameter zum Lag 7 hindeutet. Beim Modell 2 zeigt sich, dass der autoregressive Parameter zum Lag 2 nicht signifikant ist. Die Modelldiagnostik beim Modell 3 zeigt keinerlei Hinweis auf irgendeine Abweichung, womit dieses Modell akzeptiert wird.

PERSON 312:



Der RAO - TINTNER Test zeigt keinen Hinweis auf Nichtstationarität im Level. Die ACF besitzt bei Lag 1,7,14,21 signifikante Werte was für einen periodischen Prozess der Länge 7 spricht. Darauf deutet auch der entsprechende Wert im Peridogramm wie er aus Tab. Ersichtlich ist. Da der Abfall der ACF zu den periodischen Lags jedoch sehr flach ist, liegt möglicherweise periodische Nichtstationarität vor.



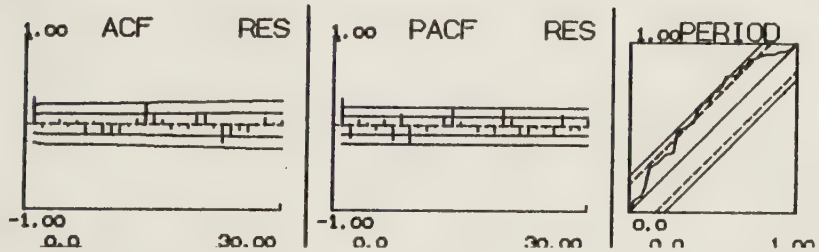
Als Ergebnis des periodischen AR(1) Modell ergab sich:

MODELL 1.

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
AUTOREGRESSIVE 1	7	0.32869	0.12467	0.53271
MEAN	1	29.67570	28.19762	31.15378
ANZAHL DER RESIDUEN		84		

```
SSQ DER RESIDUEN    1681.38892
FREIHEITSGRADE              82
MSQ DER RESIDUEN      20.50475
STANDARDFEHLER         4.52822
-------------------------------------------------------------
R**2 =      0.11240
F-Wert =      5.19199   p = 0.3381
-------------------------------------------------------------
Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen
von der Normalverteilung  p=0.99088
Interkorrelation der Parameter
        1        2
  1  1.0000
  2 -0.0911 1.0000
Portmanteau-Test I  p=0.27645
Portmanteau-Test II P=0.09850
-------------------------------------------------------------
```

Die Modelldiagnostiken bei diesem Modell ergaben folgenedes Bild:



Wie man sieht, ist hierbei die Autokorrelation zum Lag 1 deutlich signifikant und die PACF zeigt ein annähernd exponentielles Ausschwingen, was für die Einbeziehung eines MA(1) Termes in das Modell spricht. Dieses neue Modell ergab folgende Parameterschätzungen:

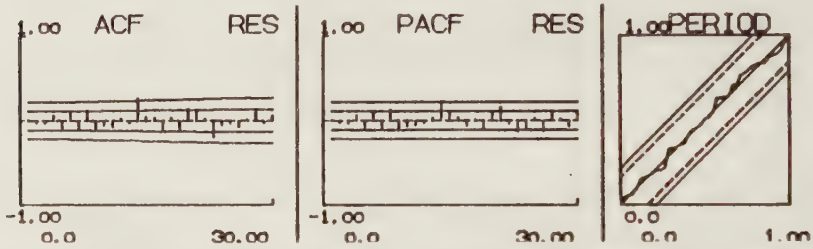
MODELL 2.

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
AUTOREGRESSIVE 1	7	0.25777	0.04406	0.47149
MEAN	1	29.73274	28.00519	31.46028
MOVING AVERAGE 1	1	-0.37739	-0.58468	-0.17009

```
ANZAHL DER RESIDUEN          84
SSQ DER RESIDUEN    1480.69458
FREIHEITSGRADE               81
MSQ DER RESIDUEN       18.28018
STANDARDFEHLER          4.27553
-------------------------------------------------------------
R**2 =      0.21910
F-Wert =      7.57540   p = 0.1235
-------------------------------------------------------------
Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen
```

```
von der Normalverteilung  p=0.68064
Interkorrelation der Parameter
       1       2       3
  1  1.0000
  2 -0.0614 1.0000
  3  0.1190-0.0030 1.0000
Portmanteau-Test I  p=0.61249
Portmanteau-Test II P=0.32219
```

Bei diesem Modell waren die Modelldiagnostiken folgendermassen:



Die Modelldiagnostiken zeigen hierbei keinerlei Hinweis auf irgendwelche Abweichungen von einem white noise Prozess. Als drittes Modell wurde noch ein Modell mit einem periodischen Differenzenfilter getestet:

MODELL 3.

Differenzenbildungsgrad 1 der Periodik 7

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL

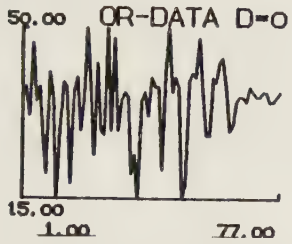
KEINE PARAMETER IM MODELL

```
ANZAHL DER RESIDUEN          84
SSQ DER RESIDUEN2203908.00
FREIHEITSGRADE               84
MSQ DER RESIDUEN   26237.0078
STANDARDFEHLER       161.97842
```

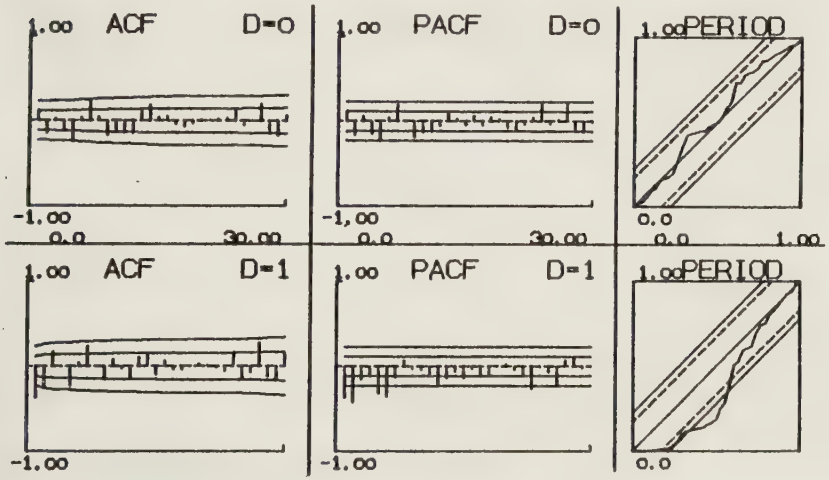
```
Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen
von der Normalverteilung  p=0.89891
Portmanteau-Test I  p=0.00000
Portmanteau-Test II P=0.00000
```

Die Modelldiagnostiken zeigen recht klar, dass eine periodische Differenzenbildung eine "Überdifferenzierung" darstellt, da hierbei sowohl die Fehlervarianz stark zunimmt als auch der Portmanteautest hoch signifikant wird.

PERSON 313:



Bei Person 313 blieb der tägliche Zigarettenkonsum vom 78. Tag bis zum Ende des Experimentes gleich Null. Es gingen deswegen nur die ersten 77 Tage in die Analysen ein. Der RAO - TINTNER Test zeigt keinen Hinweis auf Nichtstationarität im Level. Bei der ACF sind zwar die Koeffizienten zu Lag 5 und 7 signifikant, da jedoch alle anderen Funktionen recht eindeutig auf einen Zufallsprozess hindeuten, und auch Verhalten der ACF und PACF beim Differenzenbildungsgrad 1 in etwa MA(1) Verhalten zeigen liegt vermutlich ein white noise Prozess vor. Untenstehend sind ACF, PACF und die kumulierten Periodogramme der Originaldaten, und der Daten nach einmaliger Differenzenbildung abgebildet:



MODELL 1.

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
MEAN	0	34.75322	32.92227	36.58415

ANZAHL DER RESIDUEN	77
SSQ DER RESIDUEN	4904.23437
FREIHEITSGRADE	76
MSQ DER RESIDUEN	64.52945
STANDARDFEHLER	8.03302

Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen
von der Normalverteilung p=0.00403
Portmanteau-Test I p=0.44107
Portmanteau-Test II P=0.23304

Als einzige Modellabweichung fiel der auf dem 1% Niveau signifikante KOLMOGOROV SMIRNOV Test zur Überprüfung der Normalverteilung auf. Mehr aus theoretischem Interesse wurde getestet, ob eine Einbeziehung eines MA(1) Termes zum Lag 5 einen Einfluss auf die Verteilung der Residuen hat.

MODELL 2.

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
MEAN	1	34.68639	33.43103	35.94173
MOVING AVERAGE 1	5	0.31088	0.09033	0.53142

ANZAHL DER RESIDUEN	77
SSQ DER RESIDUEN	4538.45312
FREIHEITSGRADE	75
MSQ DER RESIDUEN	60.51276
STANDARDFEHLER	7.77899

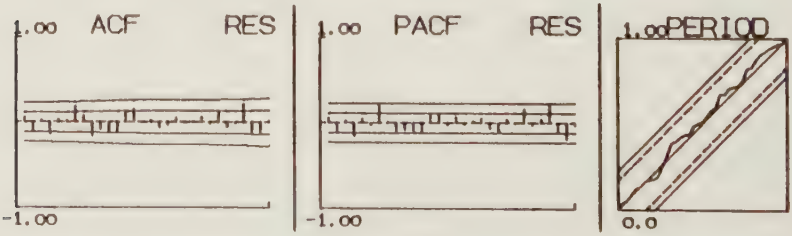
R**2 = 0.07518
F-Wert = 3.04863 p = 0.4315

Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen
von der Normalverteilung p=0.17917
Interkorrelation der Parameter

	1	2
1	1.0000	
2	-0.0318	1.0000

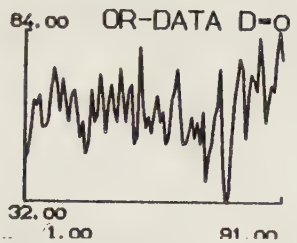
Portmanteau-Test I p=0.90455
Portmanteau-Test II P=0.77671

Die Modelldiagnostiken hierfür sind:

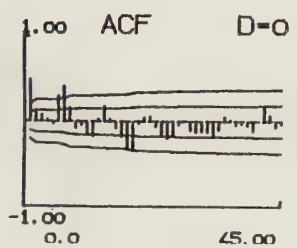


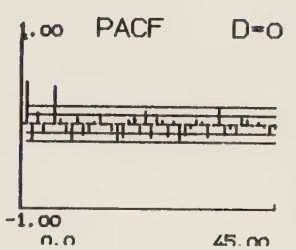
Tatsächlich brachte die Einbeziehung des MA(1) Parameters eine entschiedene Angleichung der Verteilung der Residuen an eine Normalverteilung mit sich. Darüber hinaus wurde die generelle Anpassung dieses neuen Modelles an die Daten wesentlich verbessert, was man sowohl am "Portmanteautest", als auch an der Reduktion der mittleren Fehlerquadratsumme sieht.

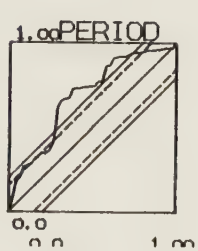
PERSON 315:



Der RAO - TINTNER Test ergibt keine Anzeichen für Nichtstationarität im Level. Aufgrund des Verhaltens der ACF und der hohen Werte der PACF zu den Lags 1 und 6 wurde versuchsweise ein AR(2) Modell mit den Parametern zu Lag 1 und Lag 6 identifiziert.







MODELL 1.

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
AUTOREGRESSIVE 1	1	0.50926	0.33076	0.68777
AUTOREGRESSIVE 1	6	0.36929	0.18414	0.55445
MEAN	1	52.02223	41.03967	63.00478

ANZAHL DER RESIDUEN	85
SSQ DER RESIDUEN	2026.93237
FREIHEITSGRADE	82
MSQ DER RESIDUEN	24.71869
STANDARDFEHLER	4.97179

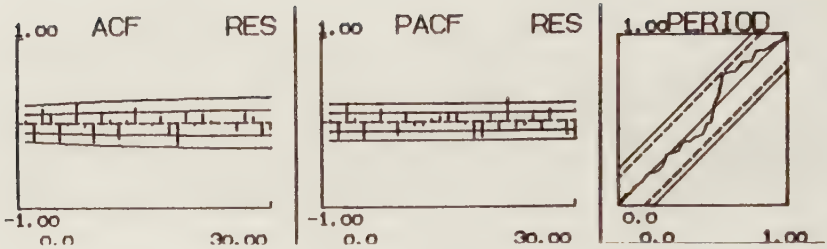
R**2 = 0.36482
F-Wert = 15.69876 p = 0.0617

Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen von der Normalverteilung p=0.99988

Interkorrelation der Parameter

	1	2	3
1	1.0000		
2	0.0311	1.0000	
3	0.3688	0.4687	1.0000

Portmanteau-Test I p=0.04111
Portmanteau-Test II P=0.00849



Der Portmanteautest zeigt eine deutliche signifikante Abweichung von einem white noise Prozess. Damit ergibt sich die Notwendigkeit einer Modellmodifikation. Inspektion der oben abgebildeten ACF und PACF der Residuen, zeigt hohe Werte in der ACF zum Lag 5, 7 und 9. Bei dieser Zeitreihe war ein mehrmaliges Durchlaufen der iterativen Schleife der Modellmodifikation, Parameterschätzung und anschliessenden Modelldiagnostik notwendig, bis ein befriedigendes Modell gefunden wurde. Hierbei wurden auch verschiedene multiplikative Modelle ohne Erfolg erprobt. Als "bestes" Modell ergab sich nach etwa 10 "trial and error" Versuchen das folgende Modell:

MODELL 2.

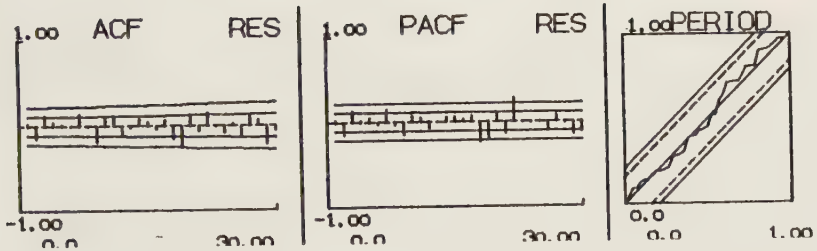
PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
AUTOREGRESSIVE 1	1	0.51610	0.34228	0.68992
AUTOREGRESSIVE 1	5	-0.24090	-0.44483	-0.03696
AUTOREGRESSIVE 1	6	[illegible]	[illegible]	[illegible]

R**2 = 0.40576
F-Wert = 13.82696 p = 0.0254

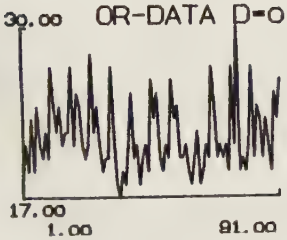
Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen von der Normalverteilung p=0.99874
Interkorrelation der Parameter

	1	2	3	4
1	1.0000			
2	-0.0332	1.0000		
3	0.0428	-0.4467	1.0000	
4	0.1684	0.1448	0.1857	1.0000

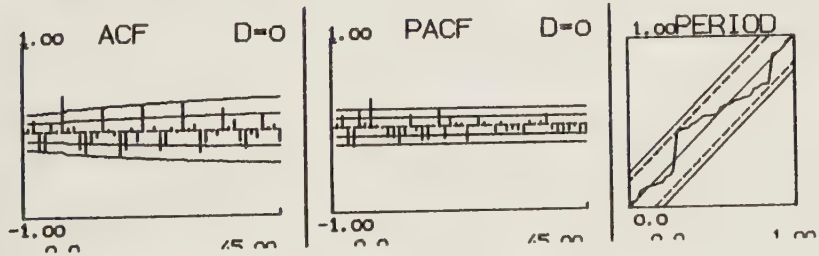
Portmanteau-Test I p=0.38786
Portmanteau-Test II P=0.15999



PERSON 316:



Nach dem RAO - TINTNER Test gibt es keinen Hinweis auf Ablehnung der Stationaritätsannahme des Levels. Da die ACF hohe Werte bei den Lags 7,14,21,28 aufweist und die PACF zu den Lags 3,4 und 7 wurde unter Vernachlässigung der signifikanten PACF Koeffizienten zu den Lags 3 und 4 ein periodische AR(1) Prozess mit der Periodenlänge 7 identifiziert.



MODELL 1.

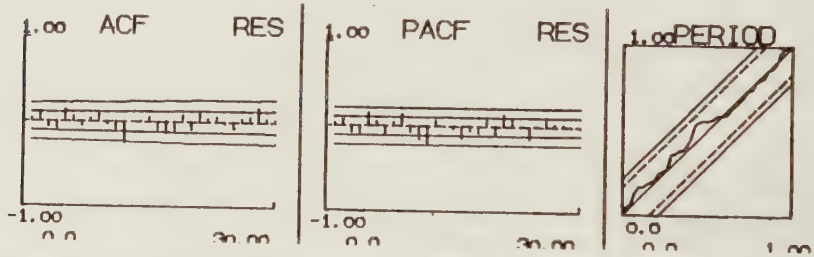
PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
AUTOREGRESSIVE 1	7	0.44909	0.24910	0.64908
MEAN	1	21.86864	20.86938	22.86787

ANZAHL DER RESIDUEN	84
SSQ DER RESIDUEN	517.86719
FREIHEITSGRADE	82
MSQ DER RESIDUEN	6.31545
STANDARDFEHLER	2.51306

R**2 = 0.19740
F-Wert = 10.08370 p = 0.2464

```
Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen
von der Normalverteilung  p=0.15364
Interkorrelation der Parameter
        1       2
  1  1.0000
  2  0.0864 1.0000
Portmanteau-Test I  p=0.84247
Portmanteau-Test II P=0.65528
```

Die folgenden Modelldiagnostiken ergeben keinen Hinweis für die Notwendigkeit einer Modellveränderung:



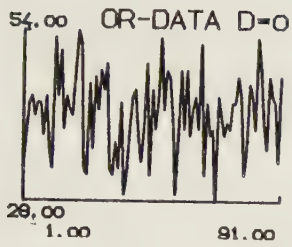
Nimmt man hier wieder wegen des verhältnismässig flachen periodischen Abfalls der ACF eine periodische Differenzenbildung vor, so ergibt sich folgendes Bild:

MODELL 2.

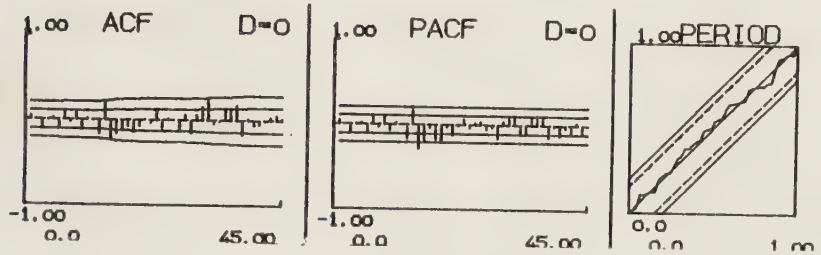
```
Differenzenbildungsgrad 1 der Periodik  7
PARAMETERTYP      LAG  ML-SCHAETZUNG          95-PROZENT
                                             KONFIDENZINTERVALL
KEINE PARAMETER IM MODELL
ANZAHL DER RESIDUEN          84
SSQ DER RESIDUEN2413491.00
FREIHEITSGRADE               84
MSQ DER RESIDUEN   28732.0469
STANDARDFEHLER       169.50531
von der Normalverteilung  p=0.95310
Portmanteau-Test I  p=0.00000
Portmanteau-Test II P=0.00000
```

Die Modelldiagnostiken zeigen hierbei dasselbe Phänomen auf, wie wir es bei Person 312 feststellten, nämlich, dass eine zu hohe Differenzenbildung eine neue Abhängigkeit in die Daten bringt.

PERSON 321:



Der RAO - TINTNER Test ergibt keine Anzeichen für Nichtstationarität im Level. Sowohl ACF und PACF als auch der Periodogrammtest und der PORTMANTEAUTEST lassen einen Zufallsprozess vermuten. Die signifikante partielle Autokorrelation zum Lag 15 ist ohne weiteres bei einem Signifikanzniveau von 5% zu erwarten. Dennoch soll bei dieser Gelegenheit eine Strategie gezeigt werden, die BOX & JENKINS mit "Overfitting" bezeichen.



Es wurde in diesem Sinne neben einem white noise Prozess ein AR(1) Prozess mit dem Versetzungsoperator der Höhe 15 getestet. Die Maximum Likelihoodschätzungen hierbei sind:

MODELL 1.

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
AUTOREGRESSIVE 1	15	-0.27707	-0.50282	-0.05132
MEAN	1	41.34851	40.09608	42.60092

ANZAHL DER RESIDUEN	76
SSQ DER RESIDUEN	2665.20801
FREIHEITSGRADE	74
MSQ DER RESIDUEN	36.01633
STANDARDFEHLER	6.00136

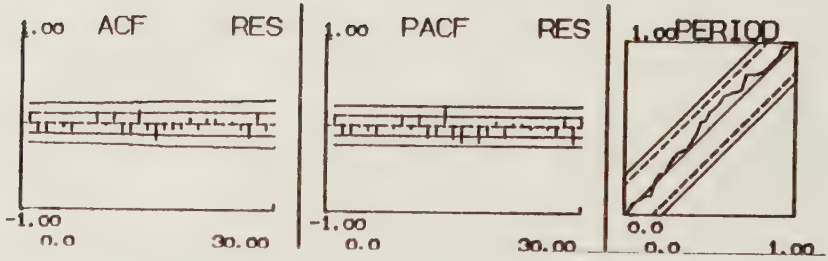
R**2 = 0.07620
F-Wert = 3.05200 p = 0.4312

Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen
von der Normalverteilung p=0.86091
Interkorrelation der Parameter

	1	2
1	1.0000	
2	-0.0344	1.0000

Portmanteau-Test I p=0.95219
Portmanteau-Test II P=0.85524

Die Modelldiagnostiken hier sind:



MODELL 2.

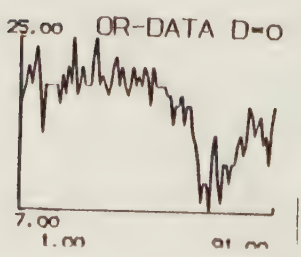
PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
MEAN	0	41.37292	40.09891	42.64693

ANZAHL DER RESIDUEN	91
SSQ DER RESIDUEN	3323.28320
FREIHEITSGRADE	90
MSQ DER RESIDUEN	36.92537
STANDARDFEHLER	6.07662

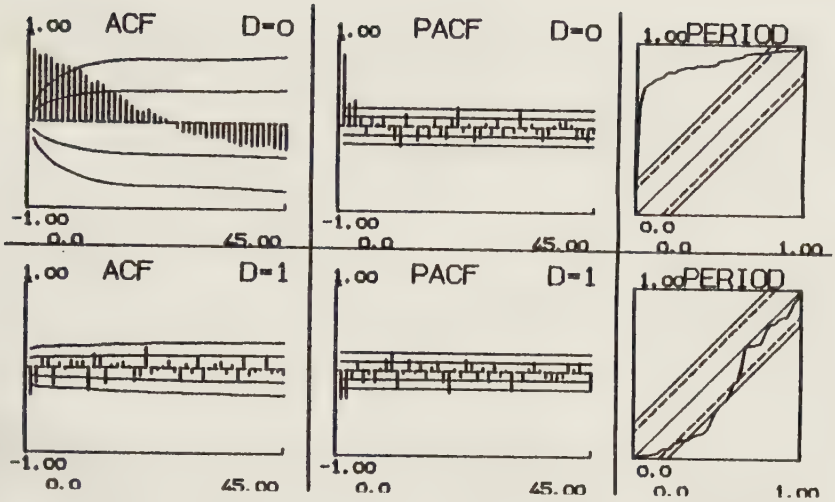
Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen
von der Normalverteilung p=0.63650
Portmanteau-Test I p=0.55509
Portmanteau-Test II P=0.28648

Der autoregressive Parameter mit dem Versetzungsoperator B in der Potenz 15 ist zwar signifikant, jedoch liegt die Aufklärung der Varianz durch dieses Modell nur bei knapp 8%. Es ist deswegen mehr oder weniger eine Frage des Geschmacks, ob man in diesem Fall den periodischen AR(1) Prozess oder den "white noize" Prozess vorzieht.

Person 322:



Hier zeigt der RAO - TINTNER Test an, dass Nichtstationarität im Level vorliegt. Dies zeigt in diesem Fall auch der fast lineare Abfall der ACF ganz deutlich. Das Verhalten der ACF und der PACF der Originaldaten und nach einmaliger Differenzenbildung ist unten abgebildet. Es ist wie häufig bei empirischen Zeitreihen alles andere als eindeutig. Versuchsweise wurde ein ARI(2,1) Modell identifiziert, da die beiden ersten Koeffizienten der PACF nach einmaliger Differenzenbildung deutlich signifikant sind.



Die Parameterschätzungen ergaben folgende Ergebnisse:

MODELL 1.

Differenzenbildungsgrad 1 der Periodik 1

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
AUTOREGRESSIVE 1	1	-0.44990	-0.65461	-0.24518
AUTOREGRESSIVE 1	2	-0.35101	-0.55871	-0.14330

ANZAHL DER RESIDUEN	88
SSQ DER RESIDUEN	415.78345
FREIHEITSGRADE	86
MSQ DER RESIDUEN	4.83469
STANDARDFEHLER	2.19879

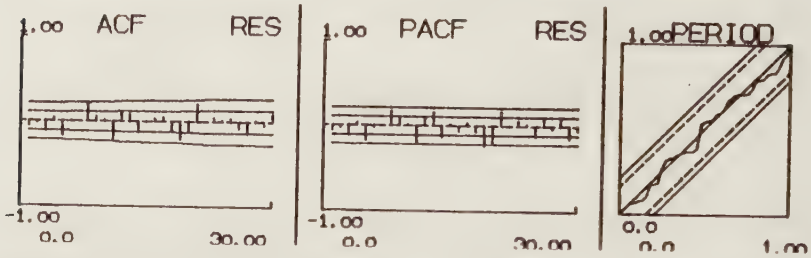
R**2 = 0.71915
F-Wert = 110.10429 p = 0.0757

Differenzenbildungsgrad 1 der Periodik 1
Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen
von der Normalverteilung p=0.99073
Interkorrelation der Parameter

	1	2
1	1.0000	
2	0.3478	1.0000

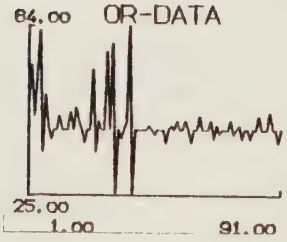
Portmanteau-Test I p=0.33174
Portmanteau-Test II P=0.12744

Die Modelldiagnostiken waren hier folgendermassen:

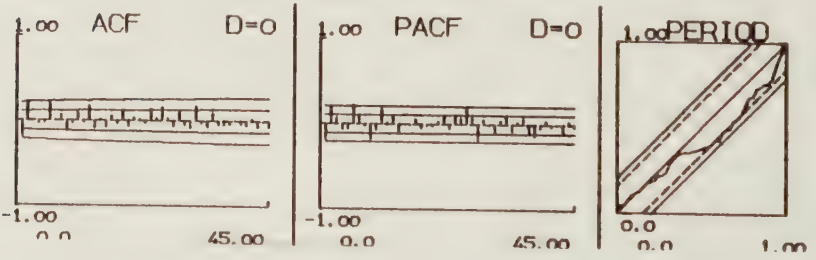


Wie aus der Parameterschätzung und den Modelldiagnostiken ersichtlich gibt dieses Modell eine vernünftige Anpassung an die Daten.

Person 324:



Nach dem RAO - TINTNER Test ist die Annahme der Stationaritäts= voraussetzung des Levels statistisch gegeben. ACF, PACF und der Portmanteautest deuten auf einen Zufallsprozess hin. Da jedoch das Periodogramm leichte Abweichung zeigt wurde daneben im Sinne des "Overfitting" ein MA(1) Prozess im Versetzungsoperator B mit der Potenz 6 versucht.



Die Parameterschätzungen für diese Modelle erbrachte die folgenden Ergebnisse:

MODELL 1.

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
MEAN	0	41.31863	40.10138	42.53587

ANZAHL DER RESIDUEN 91
SSQ DER RESIDUEN 3033.74390
FREIHEITSGRADE 90
MSQ DER RESIDUEN 33.70827
STANDARDFEHLER 5.80588
Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen von der Normalverteilung p=0.00000
Portmanteau-Test I p=0.69803
Portmanteau-Test II P=0.52541

MODELL 2.

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
MEAN	1	41.43280	40.00784	42.85774
MOVING AVERAGE 1	6	-0.20250	-0.41122	0.00621

ANZAHL DER RESIDUEN 91
SSQ DER RESIDUEN 2913.91064
FREIHEITSGRADE 89
MSQ DER RESIDUEN 32.74057
STANDARDFEHLER 5.72194

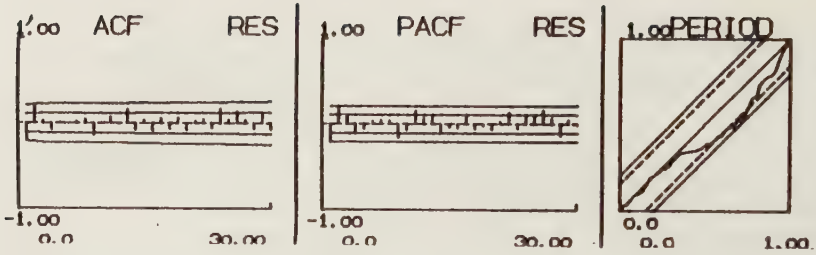
R**2 = 0.03985
F-Wert = 1.84685 p = 0.5362

Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen von der Normalverteilung p=0.00012
Interkorrelation der Parameter

	1	2
1	1.0000	
2	-0.0103	1.0000

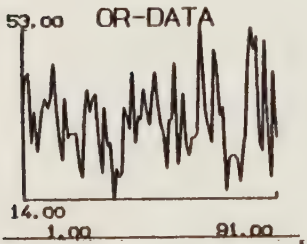
Portmanteau-Test I p=0.76987
Portmanteau-Test II P=0.60036

Für das Modell 2 sind die ACF, PACF und das kumulierte Periodogramm der Residuen folgendermassen:

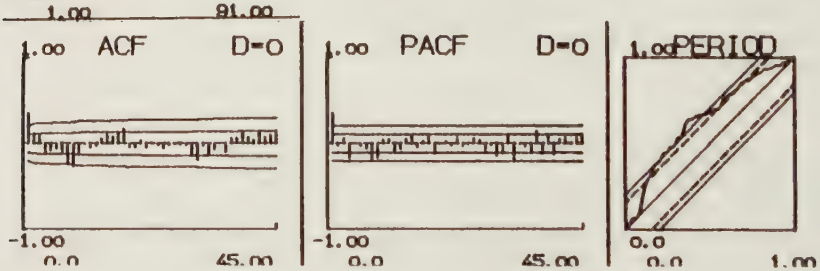


Da der MA Parameter jedoch nicht signifikant ist, wird das Modell 1 eines "white noise" Prozeses angenommen.

PERSON 325:



Der RAO - TINTNER Test gibt keinen Hinweis für die Ablehnung der Stationaritätsannahme des Levels. ACF und PACF sprechen recht eindeutig für einen AR(1) Prozess.



Die Parameterschätzungen sind:

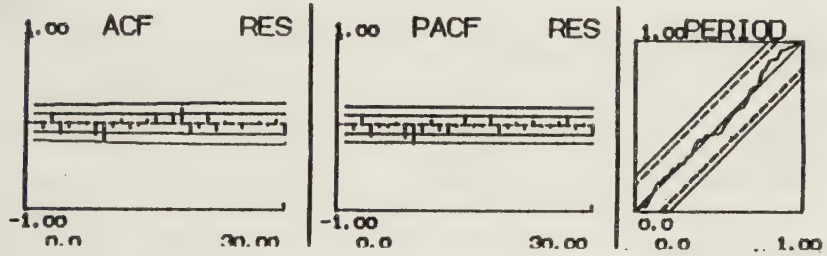
MODELL 1.

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
AUTOREGRESSIVE 1	1	0.34837	0.14854	0.54820
MEAN	1	31.84134	29.16377	34.51889

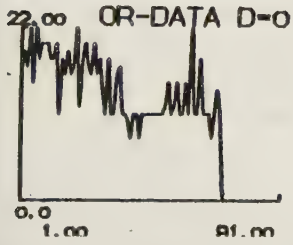
ANZAHL DER RESIDUEN	90
SSQ DER RESIDUEN	6026.32422
FREIHEITSGRADE	88
MSQ DER RESIDUEN	68.48097

```
STANDARDFEHLER          8.27532
-------------------------------------------------------------
R**2 =       0.12138
F-Wert =      6.07844   p = 0.3140
-------------------------------------------------------------
Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen
von der Normalverteilung  p=0.35353
Interkorrelation der Parameter
        1         2
  1  1.0000
  2 -0.0157  1.0000
Portmanteau-Test I   p=0.87575
Portmanteau-Test II P=0.73851
-------------------------------------------------------------
```

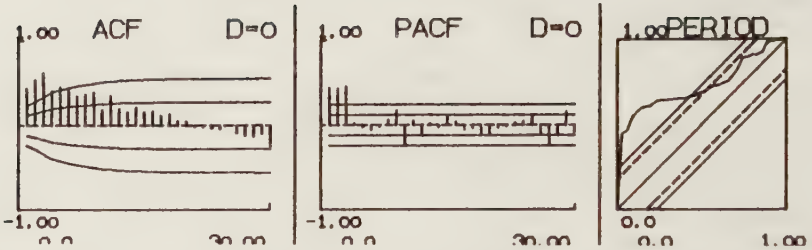
Inspektion der Modelldiagnostiken der Residuen bestätigen die Plausibilität dieses Modells:



PERSON 332:



Nach dem 70.Tag hörte dieser Person mit dem Rauchen auf und hielt dies bis zum Ende des Experimentes durch. Welche Faktoren es im einzelnen jeweils sind, die es einer Person ermöglichen ohne spezifische, auf wissenschaftlich begründeten Prinzipien beruhende Therapie, dennoch eine eindeutige Verhaltensänderung zu erzielen, wissen wir nicht. Ganz offensichtlich fallen darunter all jene Einflüsse die zur Erklärung der spontanen Remission herangezogen werden, wie z.B. Veränderung der Lebensumstände, und sonstige bedeutsame "Life-events". Es wäre im vorliegenden Kontext nicht uninteressant gewesen bei denjenigen Personen, bei denen es zu vollständiger Abgewöhnung des Rauchens kam, herauszufinden, was die auslösenden Momente waren und welches die aufrechterhaltenden Faktoren waren. Da der RAO - TINTNER Test keine signifikante Abweichung von der Stationaritätsannahme zeigt wird diese angenommen.



ACF und PACF zeigen ein recht bizarres Verhalten, das mit den geläufigeren 1-2 parametrigen Modellen nicht in Einklang zu bringen ist. Versuchsweise wurde wegen der 3 deutlich signifikanten partiellen Autokorellationen ein AR(3) Modell identifiziert.

MODELL 1.

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
AUTOREGRESSIVE 1	1	0.03184	-0.19039	0.25406
AUTOREGRESSIVE 1	2	0.31713	0.11108	0.52318
AUTOREGRESSIVE 1	3	0.47478	0.25339	0.69618
MEAN	1	13.28814	8.99021	17.58606

ANZAHL DER RESIDUEN	67
SSQ DER RESIDUEN	533.11572
FREIHEITSGRADE	63
MSQ DER RESIDUEN	8.46216
STANDARDFEHLER	2.90898

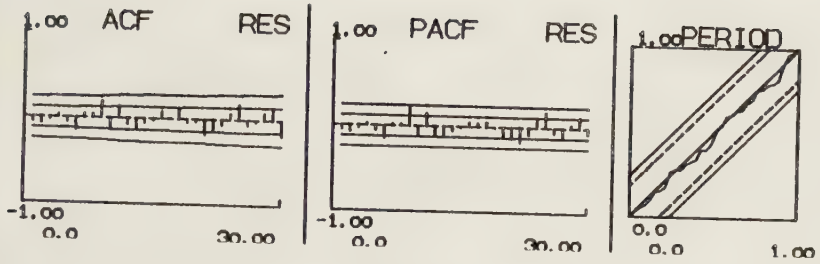
R**2 = 0.49208
F-Wert = 15.25863 p = 0.0221

Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen von der Normalverteilung p=0.90446
Interkorrelation der Parameter

	1	2	3	4
1	1.0000			
2	-0.2612	1.0000		
3	-0.4340	-0.2733	1.0000	
4	-0.0780	-0.1325	-0.1406	1.0000

Portmanteau-Test I p=0.78642
Portmanteau-Test II P=0.44737

Die modelldiagnostischen Funktionen waren hierbei:



Die Parameterschätzung zeigt jedoch, dass das Modell überparametrisiert ist, da $\phi(1)$ nicht signifikant ist. Im weiteren Verlauf wurde ein AR(2) Modell mit den autoregressiven Parametern im Lag 2 und 3 versucht.

MODELL 2.

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
AUTOREGRESSIVE 1	2	0.32487	0.12741	0.52232
AUTOREGRESSIVE 1	3	0.48854	0.29053	0.68654
MEAN	1	13.33364	9.33579	17.33150

ANZAHL DER RESIDUEN	67
SSQ DER RESIDUEN	533.81152
FREIHEITSGRADE	64
MSQ DER RESIDUEN	8.34081
STANDARDFEHLER	2.88805

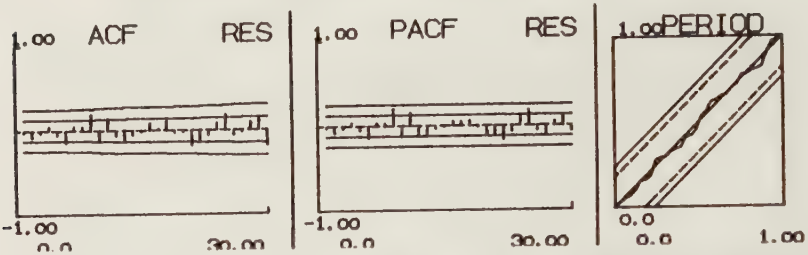
R**2 = 0.49142
F-Wert = 20.61317 p = 0.0473

Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen
von der Normalverteilung p=0.74463
Interkorrelation der Parameter

	1	2	3
1	1.0000		
2	-0.4446	1.0000	
3	-0.1529	-0.1884	1.0000

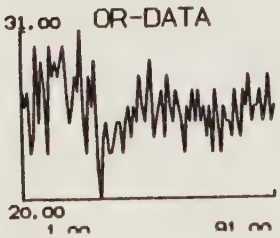
Portmanteau-Test I p=0.82373
Portmanteau-Test II P=0.49208

Hierbei waren die geplotteten Modelldiagnostiken:

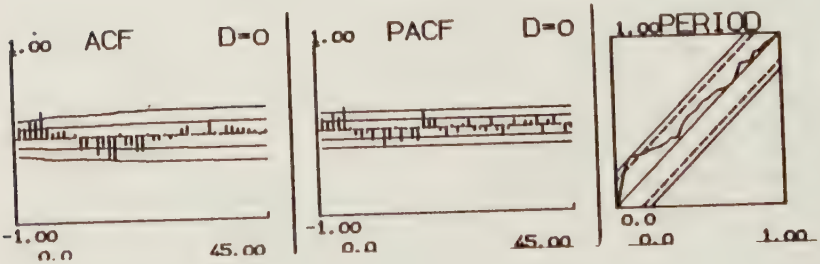


Wie man sieht zeigt dieses Modell gute Übereinstimmung mit den Daten.

PERSON 335:



Der RAO - TINTNER Test ergibt keine Anzeichen für Nichtstationarität im Level. ACF und PACF zeigen nur zum Lag 5 signifikante Koeffizienten. Das kumulierte Peridogramm zeigt im unteren Frequenzbereich eventuelle Abweichungen von einem "white noise" Prozess. Gegen die Annahme eines Zufallsprozesses spricht allerdings der deutlich signifikante PORTMANTEAUTEST. Da das Verhalten der ACF und der PACF nicht eindeutig für einen MA(1) bzw. AR(1) Prozess mit Lag 5 sprechen, wurden versuchsweise beide Prozesse überprüft.



MODELL 1.

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
AUTOREGRESSIVE 1	5	0.31714	0.11290	0.52137
MEAN	1	25.87665	25.27611	26.47717

ANZAHL DER RESIDUEN	86
SSQ DER RESIDUEN	303.44824
FREIHEITSGRADE	84
MSQ DER RESIDUEN	3.61248
STANDARDFEHLER	1.90065

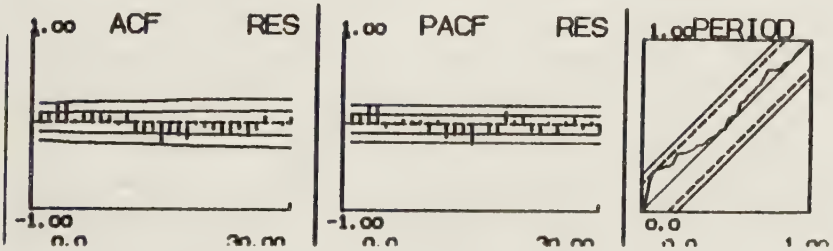
R**2 = 0.10308
F-Wert = 4.82681 p = 0.3498

Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen
von der Normalverteilung p=0.97569
Interkorrelation der Parameter

	1	2
1	1.0000	
2	0.0254	1.0000

Portmanteau-Test I p=0.21217
Portmanteau-Test II P=0.06852

Die weiteren Modelldiagnostiken sind:



MODELL 2.

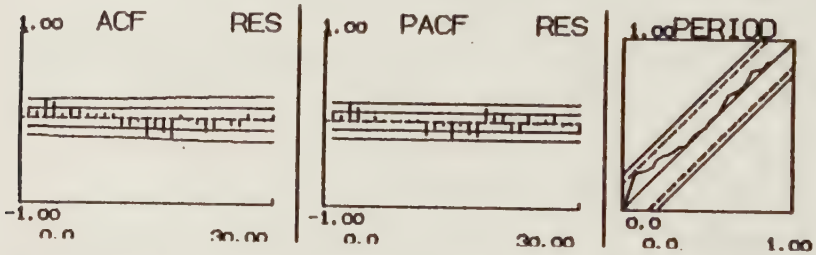
PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
MEAN	1	25.82425	25.31630	26.33218
MOVING AVERAGE 1	5	-0.30188	-0.50547	-0.09829

ANZAHL DER RESIDUEN	91
SSQ DER RESIDUEN	317.75049
FREIHEITSGRADE	89
MSQ DER RESIDUEN	3.57023
STANDARDFEHLER	1.88951

R**2 = 0.09967
F-Wert = 4.92654 p = 0.3466

```
Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen
von der Normalverteilung  p=0.99305
Interkorrelation der Parameter
        1        2
  1  1.0000
  2  0.0067 1.0000
Portmanteau-Test I  p=0.33028
Portmanteau-Test II P=0.13284
```

Hier sind die weiteren Modelldiagnostiken:



Die Ergbnisse des Schätzverfahrens zeigen, dass zwischen beiden Modellen praktisch kein Unterschied besteht. Dies kann in diesem Fall theoretisch auch ohne weiteres aus der Dualität der autoregressiven und der moving average Prozesse hergeleitet werden:

(4.15.1) AR: $(1-.32B)z_t=a_t$

$$z_t=\frac{a_t}{(1-.32B)}$$

$$z_t=(1-.32B+.10B^2-.09B^3.....)a_t$$

$$z_t\approx(1-.3B)a_t$$

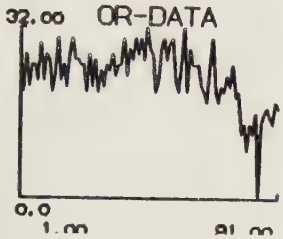
MA: $z_t=(1-.3B)a_t$

$$(1+.3B+.09B^2+.027B^3.....)=a_t$$

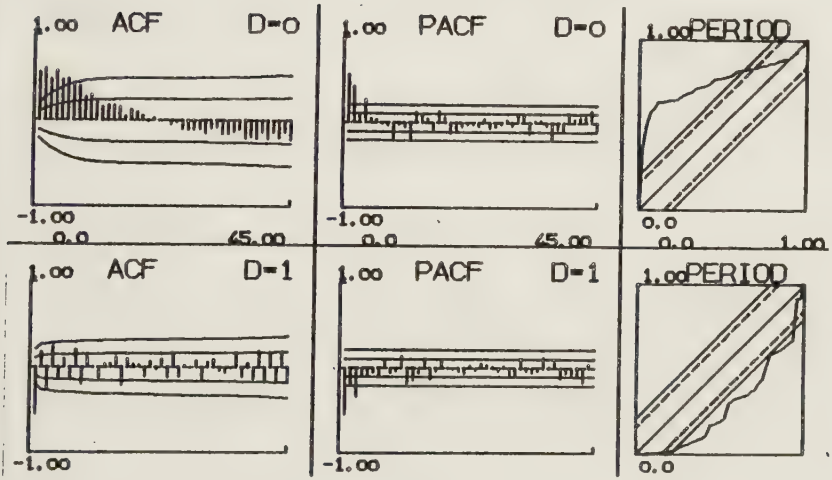
$$(1-.32B)z_t\approx a_t$$

Verallgemeinert kann man sagen, dass es unter den folgenden Bedingungen im allgemeinen keine Rolle spielt, ob man einen Moving Average oder einen autoregressiven Prozess annimmt:
1. $\theta \leq .5$ was immer dann der Fall ist wenn $r \leq .4$
2. die Varianz des "white noise" Prozesses nicht sehr gross ist.

PERSON 336:



Bei der Zeitreihe dieser Person ist nach dem RAO - TINTNER Test einmalige Differenzenbildung notwendig um Stationarität im Level zu erreichen. Die ACF und PACF sowohl der Originaldaten, als auch der Daten nach einmaliger Differenzenbildung sind untenstehend geplottet. ACF und PACF bei d=1 lassen einen AR(2) Prozess vermuten. Da der erste und der dritte partielle Autokorrelationskoef= fizient signifikant ist, wird ein AR(2) Modell mit den Versetzungsoperatoren der Potenz eins und drei angenommen.



MODELL 1.

Differenzenbildungsgrad 1 der Periodik 1

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
AUTOREGRESSIVE 1	1	-0.49882	-0.68057	-0.31707
AUTOREGRESSIVE 1	3	-0.16048	-0.33905	0.01809

ANZAHL DER RESIDUEN	87
SSQ DER RESIDUEN	1528.97266
FREIHEITSGRADE	85
MSQ DER RESIDUEN	17.98792
STANDARDFEHLER	4.24122

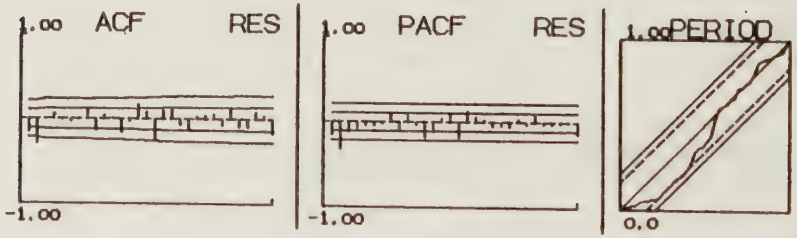
R**2 = 0.46942
F-Wert = 37.60162 p = 0.1292

Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen von der Normalverteilung p=0.93820
Interkorrelation der Parameter

	1	2
1	1.0000	
2	-0.1749	1.0000

Portmanteau-Test I p=0.22971
Portmanteau-Test II P=0.08784

Die geplotteten ACF, PACF und das kumulierte Periodogramm sind



Da der schärfere Portmanteautest II im Grenzbereich der Signifikanz liegt und der autoregressive Koeffizient zum Lag 3 nicht signifikant ist, wurde eine Modellmodifikation vorgenommen. Wie man aus der oben abgebildenten ACF und PACF der Residuen sehen kann, ist der partielle Autokorrelationskoeffizient zum Lag 2 deutlich signifikant. Aus dem Grunde wurde alternativ wiederum ein AR(2) Modell, jedoch diesmal mit dem zweiten AR Koeffizienten zum Lag 2 versucht. Die Ergebnisse hierfür waren:

MODELL 2.

Differenzenbildungsgrad 1 der Periodik 1

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
AUTOREGRESSIVE 1	1	-0.62946	-0.84126	-0.41765
AUTOREGRESSIVE 1	2	-0.17158	-0.38188	0.03873

ANZAHL DER RESIDUEN	88
SSQ DER RESIDUEN	1544.42798
FREIHEITSGRADE	86
MSQ DER RESIDUEN	17.95847
STANDARDFEHLER	4.23774

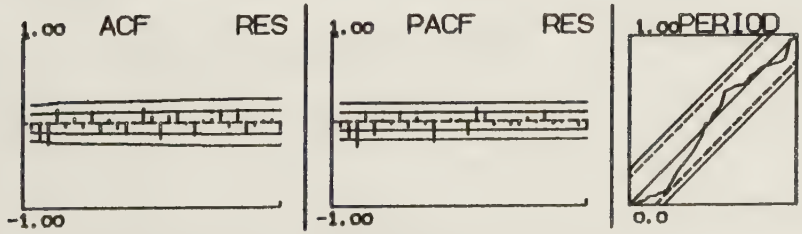
R**2 = 0.45508
F-Wert = 35.91045 p = 0.1321

Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen
von der Normalverteilung p=0.99551
Interkorrelation der Parameter

	1	2
1	1.0000	
2	0.5501	1.0000

Portmanteau-Test I p=0.23029
Portmanteau-Test II P=0.09706

Die geplotteten ACF, PACF und das kumulierte Periodogramm hierfür sind:



Diese Modellmodifikation brachte keine Verbesserung mit sich. Wie beim Modell 1 ist auch hier der zweite autoregressive Parameter nicht signifikant. Merkwürdigerweise ist hierbei der dritte partielle Autokorrelationskoeffizient wieder deutlich signifikant, womit eine in gewissem Sinne zirkuläre Situation entstanden ist. Alternativ wurde daher als drittes Modell ein einfaches MA(1) Modell versucht. Hierfür spricht, dass die PACF, wenn wir von dem Verhalten des zweiten Koeffizienten einmal absehen , eigentlich exponentiell abfällt, und die ACF, wenn wir ganz genau sind, nur einen signifikanten Koeffizienten beim Lag 1 hat.

MODELL 3.

Differenzenbildungsgrad 1 der Periodik 1

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
MOVING AVERAGE 1	1	0.73441	0.59085	0.87798

ANZAHL DER RESIDUEN	90
SSQ DER RESIDUEN	1454.41040
FREIHEITSGRADE	89
MSQ DER RESIDUEN	16.34169
STANDARDFEHLER	4.04249

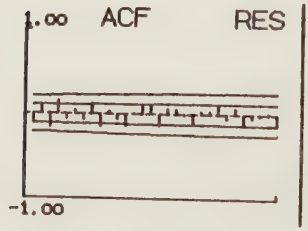
R**2 = 0.47265
t-Wert = 8.93123 p = 0.0000

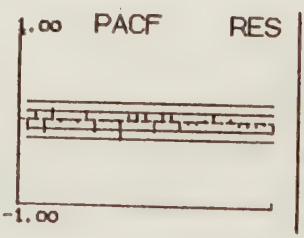
Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen von der Normalverteilung p=0.90652
Interkorrelation der Parameter

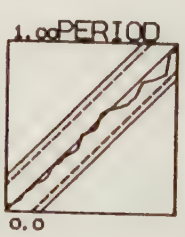
	1
1	1.0000

Portmanteau-Test I p=0.82508
Portmanteau-Test II P=0.66563

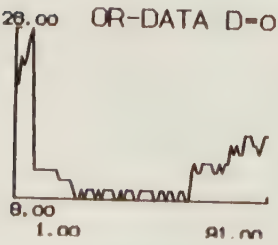
Wie man aus den untenstehenden grafischen Modelldiagnostiken und dem Portmanteau Test sieht passt dieses Modell sehr gut.



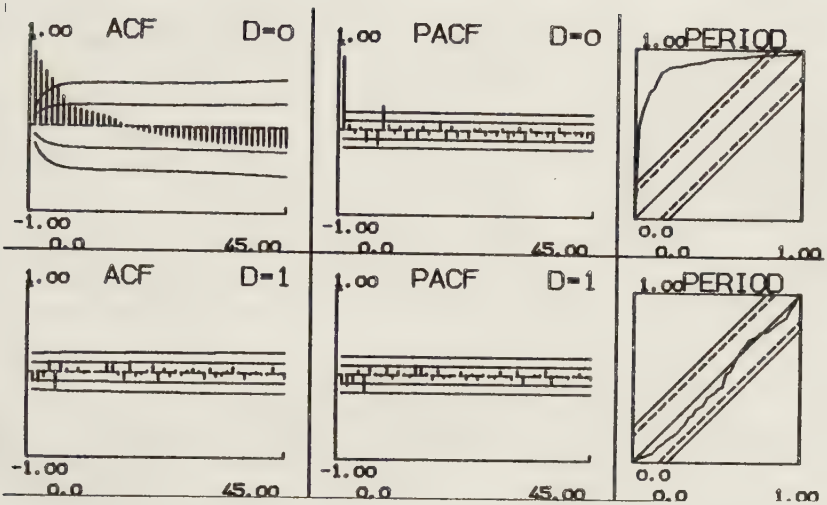




PERSON 338:



Nach dem RAO - TINTNER Test ist eine einmalige Differenzenbildung angezeigt. Danach deuten alle Funktionen, die beim Identifikationsprozess verwendet werden auf einen hochwahrscheinlichen Zufallsprozess. In den Abbildungen unten sind ACF und PACF der Originaldaten und der Daten nach einmaliger Differenzenbildung zu sehen.



Die Statistiken für diesen ARIMA(0,1,0) Prozess ("Random Walk") sind:

MODELL 1.

DIFFERENZENBILDUNGSGRAD 1 DER PERIODIK 1

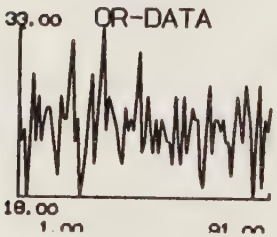
PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL

KEINE PARAMETER IM MODELL

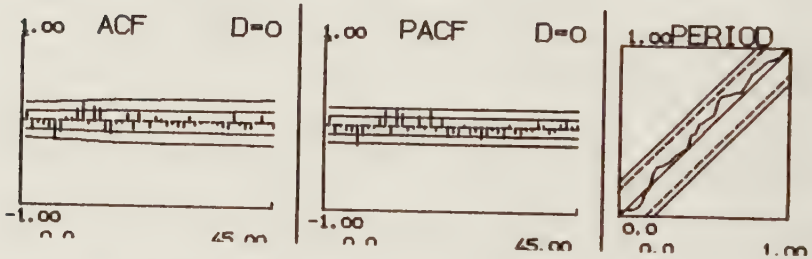
ANZAHL DER RESIDUEN	90
SSQ DER RESIDUEN	299.00000
FREIHEITSGRADE	90
MSQ DER RESIDUEN	3.32222
STANDARDFEHLER	1.82270

Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen
von der Normalverteilung p=0.00000
Portmanteau-Test I p=0.99466
Portmanteau-Test II P=0.98537

Person 344:



Der RAO - TINTNER Test ergibt keine Anzeichen für Nichtstationarität im Level. Bis auf die signifikanten Koeffizienten zum Lag 5 sowohl in der ACF als auch in der PACF, deutet vieles auf einen Zufallsprozess. Im Sinne des "Overfitting" wurde neben einem white noise Prozess ein MA(1) und ein AR(1) Prozess mit dem entsprechenden Parameter jeweils zu LAG 5 getestet, da weder ACF noch PACF eindeutige Hinweise auf einen AR oder einen MA Prozess geben.



Als Parameterschätzungen ergab sich für die drei Modelle:

MODELL 1.

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
MEAN	0	24.32935	23.72084	24.93784

ANZAHL DER RESIDUEN	91
SSQ DER RESIDUEN	758.09790
FREIHEITSGRADE	90
MSQ DER RESIDUEN	8.42331
STANDARDFEHLER	2.90229

Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen
von der Normalverteilung p=0.20400
Portmanteau-Test I p=0.45889
Portmanteau-Test II P=0.25923

MODELL 2.

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
AUTOREGRESSIVE 1	6	-0.24167	-0.45108	-0.03227
MEAN	1	24.35783	23.86958	24.84607

ANZAHL DER RESIDUEN	85
SSQ DER RESIDUEN	648.07983
FREIHEITSGRADE	83
MSQ DER RESIDUEN	7.80819
STANDARDFEHLER	2.79431

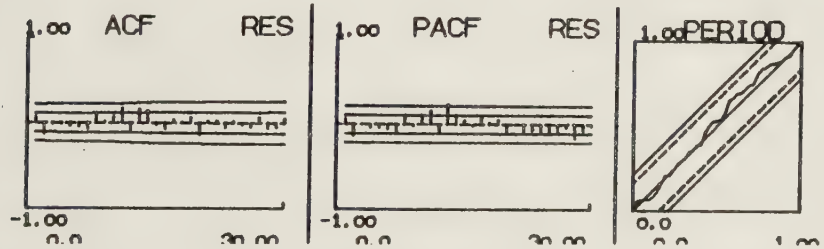
R**2 = 0.06033
F-Wert = 2.66429 p = 0.4582

Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen
von der Normalverteilung p=0.77292
Interkorrelation der Parameter

	1	2
1	1.0000	
2	0.0093	1.0000

Portmanteau-Test I p=0.95074
Portmanteau-Test II P=0.86957

Die Modelldiagnostiken hierfür sind:



MODELL 3.

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
MEAN	1	24.33662	23.89433	24.77890
MOVING AVERAGE 1	6	0.27019	0.06231	0.47807

ANZAHL DER RESIDUEN	91
SSQ DER RESIDUEN	711.00928
FREIHEITSGRADE	89
MSQ DER RESIDUEN	7.98887
STANDARDFEHLER	2.82646

R**2 = 0.06216
F-Wert = 2.94961 p = 0.4381

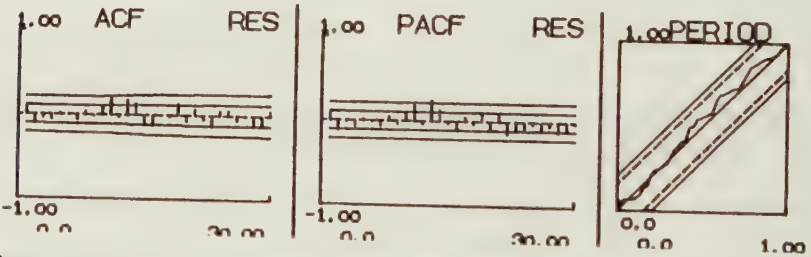
Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen von der Normalverteilung p=0.73797

Interkorrelation der Parameter

	1	2
1	1.0000	
2	0.0090	1.0000

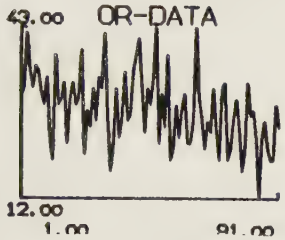
Portmanteau-Test I p=0.79590
Portmanteau-Test II P=0.59918

Die Modelldiagnostiken für Modell 3 sind:

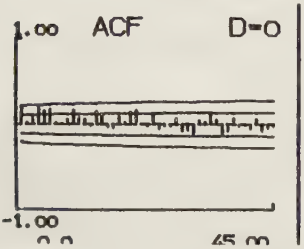


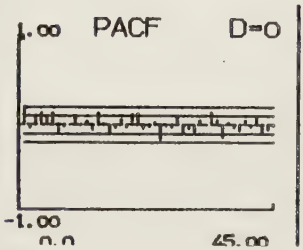
Wie man sieht sind sowohl ein AR als auch ein MA Modell möglich. In beiden Fällen ist der "fit" der Daten besser. Ebenso wie bei Person 335 besteht praktisch kein Unterschied zwischen den beiden Modellen.

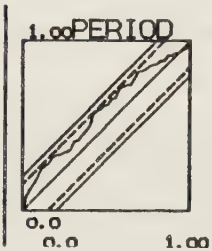
PERSON 346:



Hier ist nach dem RAO - TINTNER Test ebenfalls keine Differenzenbildung notwendig. Signifikant sind sowohl bei ACF als auch bei PACF nur der erste Koeffizient. Damit ist die Situation ähnlich wie bei Person 344. Neben einem white noise Prozess wird deswegen ein AR(1) sowie ein MA(1) Prozess getestet.







MODELL 1.

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
MEAN	0	28.16469	26.79364	29.53572

ANZAHL DER RESIDUEN	91
SSQ DER RESIDUEN	3848.51196
FREIHEITSGRADE	90
MSQ DER RESIDUEN	42.76125
STANDARDFEHLER	6.53921

Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen
von der Normalverteilung p=0.77528
Portmanteau-Test I p=0.35163
Portmanteau-Test II P=0.17741

MODELL 2.

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
AUTOREGRESSIVE 1	1	0.21232	0.00394	0.42071
MEAN	1	28.11537	26.38765	29.84308

ANZAHL DER RESIDUEN	90
SSQ DER RESIDUEN	3667.51172
FREIHEITSGRADE	88
MSQ DER RESIDUEN	41.67627
STANDARDFEHLER	6.45572

R**2 = 0.04502

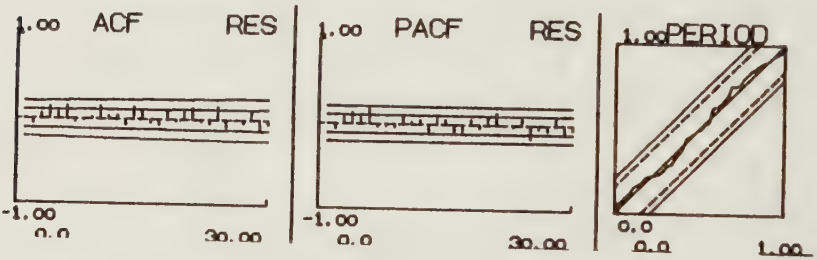
F-Wert = 2.07405 p = 0.5107

Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen
von der Normalverteilung p=0.90781
Interkorrelation der Parameter

	1	2
1	1.0000	
2	-0.0130	1.0000

Portmanteau-Test I p=0.80218
Portmanteau-Test II P=0.58976

Bei diesem Modell waren die geplotteten Modelldiagnostiken:



MODELL 3.

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
MEAN	1	28.16382	26.52275	29.80487
MOVING AVERAGE 1	1	-0.22171	-0.42893	-0.01449

ANZAHL DER RESIDUEN	91
SSQ DER RESIDUEN	3669.63916
FREIHEITSGRADE	89
MSQ DER RESIDUEN	41.23190
STANDARDFEHLER	6.42121

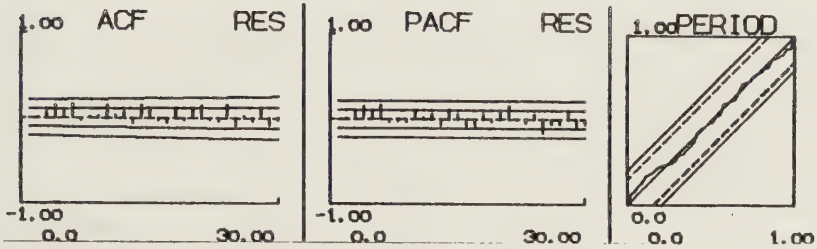
R**2 = 0.04648
F-Wert = 2.16919 p = 0.5011

Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen
von der Normalverteilung p=0.65203
Interkorrelation der Parameter

	1	2
1	1.0000	
2	0.0052	1.0000

Portmanteau-Test I p=0.76483
Portmanteau-Test II P=0.54123

Die Modelldiagnostiken ergaben hier folgendes Bild:



Hier zeigte sich ebenfalls, dass bei niedrigem r(1) ein AR(1) Modell sich nicht von einem MA(1) Modell unterscheidet.

Zusammenfassung.

Es wurden in aller Ausführlichkeit der iterative Prozess der versuchsweisen Modellidentifikation, Parameterschätzung, Modelldiagnostik und eventueller Modellrevision mit erneuter Parameterschätzung und anschliessender Modelldiagnostik anhand von 21 Zeitreihen aus der Psychotherapieforschung gezeigt. Dabei wurde deutlich, dass der Prozess der Identifikation häufig alles andere als eindeutig ist und von daher ein grosses Mass an subjektiver Entscheidungsfreiheit zulässt. Allerdings konnte auch gezeigt werden, dass es wegen der Modelldualität von AR und MA Prozessen innerhalb gewisser Parameterschranken irrelevant ist, ob ein AR oder ein MA Prozess angenommen wird. Erstaunlich ist die Tatsache, dass bei einigen Zeitreihen, das ARIMA Modell einen beträchtlichen Teil der Gesamtvarianz erklärt. Auf diesen Punkt wird bei der Diskussion im Kapitel 9 noch speziell eingegangen werden.

5. Bivariate und multivariate Zeitreihenanalyse.

Gegnern der statistischen Verarbeitung von Einzelfallanalysen (z.B. BAER, 1977; MICHAEL, 1974) mag zugestanden werden, dass ihre Kritik bei univariaten Analysen teilweise vielleicht angebracht ist und sinnvolle Ergebnisse auch durch visuelle Inspektion der Daten unter Umständen möglich sind (siehe jedoch die Untersuchung von JONES et al., 1978 und die Diskussion im Abschnitt 3.4). Beim Vorliegen von nur zwei Zeitreihen, die sich gegenseitig beeinflussen können, wie z.B. Therapiemotivation und Änderung des Zielverhaltens, ist ein visuelles Ausmachen "wer, was, wie" beeinflusst, schon nicht mehr möglich; bei mehr als zwei Zeitreihen, zwischen denen interdependente Beziehungen bestehen, ganz zu schweigen. Dazu kommt noch, dass die Form der gegenseitigen Beeinflussung in den meisten Fällen nicht statischer sondern dynamischer Art ist (bei biologischen Systemen z.B. oft in Form eines Regelkreismechanismus). Die weitgehende Ausklammerung der dynamischen Aspekte innerhalb der psychologischen Forschung der letzten Jahrzehnte kann hier nur bedauernd zur Kenntnis genommen werden. Allerdings muss zugestanden werden, dass auch hier eine Reihe ungelöster technischer Probleme mit schuld war. In den folgenden beiden Unterpunkten sollen zwei vielversprechende Ansätze der bivariaten und multivariaten Zeitreihenanalyse diskutiert werden. Allerdings handelt es sich dabei streng genommen nicht um echte multivariate Zeitreihenmodelle im Sinne eines kanonischen Modells mit mehr als einer abhängigen Variable. Von QUENNOILLE (1957) stammt ein Ansatz zur Analyse diskreter multivariater Zeitreihen, der von BOX & TIAO (1975) und von AKAIKE (1976) wieder aufgegriffen wurde. HANNAN (1970) liefert Methoden zur Schätzung von reinen autoregressiven oder reinen Moving - Average - Modellen im multivariaten Bereich, allerdings nur im Frequenzbereich.

5.1 Kreuzkorrelationen.

Die Kreuzkorrelationsfunktion (CCF) besitzt von ihrer Definition her grosse Ähnlichkeiten mit der ACF aus (4.6.4):

(4.6.4)

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (z_t - \bar{z})(z_{t+k} - \bar{z})}{\sum_{t=1}^{n} (z_t - \bar{z})^2}$$

Unterschiede bestehen darin, dass bei der CCF der zweite Klammerausdruck des Zählers von (4.6.4) nicht dieselbe Zeitreihe z versetzt um den Lag k steht, sondern die Variable y im LAG k. Damit verändert sich natürlich auch der Nenner, in dem nun nicht mehr die Varianz von z steht, sondern das Produkt der Standardabweichungen von x und y. Bei der ACF ist es wegen der Stationaritätsbedingung egal,

ob die linke oder rechte Klammer des Nenners im "Lag" ist oder, was identisch ist, ob negative oder positive Lags verwendet werden. Immer ist die Funktion symmetrisch und man berechnet und plottet daher nur den einen Ast (mit den positiven Lags) der Funktion. Diese Symmetrie ist bei der Kreuzkorrelation jedoch aus leicht einsichtigen Gründen nicht mehr gegeben. Eine gewisse Verwirrung für den Anfänger bereitet oft eine unterschiedliche formale Schreibweise der CCF, da einige Autoren nur positive Lags k verwenden, andere Autoren sowohl positive als auch negative k. Werden nur positive Lags verwendet, so heisst das, dass das erste Subskript der CCF die unverschobene Zeitreihe angibt und das zweite Subskript die Zeitreihe verschoben im jeweiligen Lag k.

(5.1.1)

$$r_{xy}(k) = \frac{\sum_{t=1}^{n-k}(x_t-\bar{x})(y_{t+k}-\bar{y})}{s_x s_y}$$

Inhaltlich bedeutet eine solche Kreuzkorrelation, die Korrelation von x mit y um k Zeitpunkte ("Lags) später oder anders ausgedrückt x geht y um k Zeitpunkte voraus, was bei Vorliegen einer signifikanten Kreuzkorrelation vorsichtig im Sinne einer möglichen kausalen Beeinflussung von y durch x in der zeitlichen Relation k interpretiert werden kann. Bei negativem k ist der Sachverhalt genau umgedreht, dann "hinkt" die Zeitreihe x der Zeitreihe y um k Zeitpunkte nach. Letzteres ist aber identisch dass y -> x beeinflusst. Deswegen bringt eine Umstellung der Subskripte r(x,y) immer auch auch eine Veränderung des Vorzeichen des Lags k mit sich. Also:

(5.1.2)

$$r_{xy}(-k) = r_{yx}(k) = \frac{\sum_{t=1}^{n-k}(x_t-\bar{x})(y_{t-k}-\bar{y})}{s_x s_y}$$

Probleme bei Kreuzkorrelationen entstehen dadurch, dass in die CCF nicht nur die gegenseitige Interdependenz der beiden Zeitreihen zum Ausdruck kommt, sondern auch als massive Störquelle das ARIMA Abhängigkeitsmodell der einzelnen Zeitreihen durchschlägt. Dies kann zu erheblichen Interpretationsschwierigkeiten führen. Theoretisch lassen sich zwar für die CCF auch die Varianzen und damit die Signifikanzschranken berechnen, doch sind diese recht kompliziert, da man hierzu neben der CCF die ACF der einzelnen Reihen benötigt (s. für nähere Einzelheiten BOX und JENKINS, S. 376). Ein anderer Weg wurde von JENKINS und WATTS (1968) vorgeschlagen. Diese Autoren empfehlen zuerst das ARIMA Modell jeder Zeitreihe für sich zu bestimmen und aus den Daten herauszufiltern und mit den verbleibenden, unabhängigen Residuen die Kreuzkorrelationen zu berechnen.

Der Standardfehler dieser Koeffizienten ist dann einfach 1/n bzw. alternativ 1/n-k, wobei k den LAG des Koeffizienten angibt. Den deutlich sichtbaren Unterschied der CCF vor und nach Herausnahme dieses ARIMA Modells zeigt Abb. 5.1.

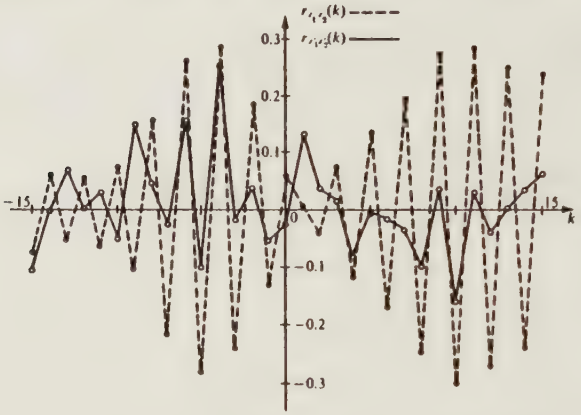


Abb. 5.1: Kreuzkorrelation vor und nach Filterung des ARIMA - Modells (aus JENKINS & WATTS, 1968, S.339)

Dieses Vorgehen wandte REVENSTORF et al. (1978) bei einer Einzelfallstudie aus der Partnerschaftstherapie an. Weitere Anwendungsbeispiele von Kreuzkorrelationen stammen aus dem neurologischen Bereich von CRAMON, REVENSTORF & KEESER (1979) und aus dem ethologischen Bereich (VAN DER KLOOT und MORSE,1975).

5.2 Transfermodelle.

Kreuzkorrelationen können zwar schön Beeinflussungssequenz und Beeinflussungsrichtung zeigen und damit Hinweise für etwaige dynamische Beziehungen liefern, sie können aber nicht dynamische Parameter schätzen und die Adäquatheit eines solchen Modelles statistisch überprüfen. BOX und JENKINS entwickelten hierfür ein Verfahren, das eine dynamische bivariate oder multiple Regression erlaubt und das sie mit Transferfunktion bezeichnen, da der Output Y als Übertragung bzw Transfer des Inputs X auf Y angesehen wird. Mit dieser Bezeichnung geht allerdings die weitgehende Identität der Transfermodelle mit den sogenannten "distributed Lag" Modellen aus der Ökonometrie verloren. Die hauptsächliche Erweiterung der Transfermodelle gegenüber den "distributed Lag" Modellen stellt allerdings die Behandlung des Fehlerteiles des Modells dar, worauf wir weiter unten noch zu sprechen kommen. In der Ökonometrie haben diese Modelle schon seit längerer Zeit eine grosse Bedeutung. Wie viele andere statistische Verfahren, geht die erste Anwendung des "distributed Lag" Modells dabei auf R.A.FISHER (1924) zurück. Das Rationale des ganzen

Verfahrens ist, die abhängige Variable Y in Form einer Regression mit den unabhängigen Variablen X zum Zeitpunkt t sowie zu den Zeitpunkten t-1, t-2 etc. darzustellen. Dabei ist die Darstellung nicht auf eine unabhängige Variable beschränkt, sondern mehrere unabhängige Variable, jeweils zu sich selbst zeitlich versetzt, sind möglich. Allerdings wird bei mehr als einer unabhängigen Variable gefordert, dass diese voneinander unabhängig sind, da sonst das Problem der Multikollinearität wesentlich negativere Folgen hat als bei der normalen Regression. Vor diesem Hintergrund stellt das ARIMA Modell in der Psi-Gewicht-Form eine Transferfunktion (bzw. ein "distributed Lag" Modell) mit dem "white noise" zu den verschobenen Zeitpunkten als Input (bzw. unabhängige Variable) dar.

(5.2.1)

$$\tilde{z}_t = \psi(B)a_t$$

Von diesem Modell führt ein direkter Weg zu der bivariaten bzw. multivariaten Transferfunktion, bei der statt eines "white noise" Prozesses eine oder mehrere empirische Zeitreihen stehen. Damit ergibt sich als Schreibweise für die Transferfunktion analog zu (5.2.1):

(5.2.2)

$$\tilde{y}_t = v_1(B)\tilde{x}_{1,t} + v_2(B)\tilde{x}_{2,t} + \ldots + v_k(B)\tilde{x}_{k,t}$$

wobei in der mathematisch statistischen Terminologie die Vektoren v (B), v (B) ... v(B) Transferfunktionen heissen. Die x , x , ..., x stellen die verschiedenen "Inputs" dar, von denen verlangt wird, dass sie voneinander unaghängig sind. Fehlende Unabhängigkeit der Input - Variablen könnte z.B. durch Faktorenanalyse und anschliessende Weiterverarbeitung mit den Faktorenscores erreicht werden. Wie bei der univariaten ARIMA Zeitreihenanalyse kann die "unendliche" Transferfunktion (bzw. der Filter v(B)) sparsam als Bruch von zwei Polynomen dargestellt werden.

(5.2.3)

$$v(B) = \frac{\omega(B)}{\delta(B)}$$

Da in den meisten realen Situationen die Antwort eines "Output Systems" auf einen bestimmten Input durch eine gewisse Verzögerung gekennzeichnet ist, kommt zu (5.2.3) ein weiterer Parameter, der diese Verzögerung spezifiziert. Der Wertevorrat dieses Parameters ist dabei auf die ganzen positiven Zahlen einschliesslich Null beschränkt.

(5.2.4)

$$v(B) = \frac{\omega(B)}{\delta(B)} B^b$$

Damit ergibt sich:

(5.2.5)

$$\tilde{y}_t = \frac{\omega(B)}{\delta(B)} B^b \tilde{x}_t$$

oder äquivalent

(5.2.6)

$$\tilde{y}_t \delta(B) = \omega(B) B^b \tilde{x}_t$$

Das heisst also, dass die dynamischen Eigenschaften eines Output Systemes im weitesten Sinne erklärt werden können als eine gewichtete Funktion der eigenen Vergangenheit, eine Verzögerung, die auf die Trägheit des Systemes zurückgeht und als gewichtete Funktion der augenblicklichen und der vergangenen Zustände des (oder der) Inputs. Eine Schwierigkeit, auf die in der ökonometrischen Literatur im Zusammenhang mit den "distributed Lag" Modellen schon lange hingewiesen wurde (SCHMITD,1971;SIMS,74) ergibt sich aus der Tatsache, dass "even under carefully controlled conditions, influences other than X will affect y" (BOX und JENKINS, S.). Problematisch wird es dabei allerdings nur, wenn diese anderen Einflussgrössen autokorreliert sind, was in der Praxis jedoch eher die Regel ist. BOX und JENKINS nennen diesen Teil des Modelles Noise (was nicht mit white noise verwechselt werden darf) und bezeichnen ihn mit N. Damit ergibt sich für das vollständige Transfermodell die folgende Formel:

(5.2.7)

$$\tilde{y}_t = \frac{\omega(B)}{\delta(B)} B^b \tilde{x}_t + N_t$$

wobei N(t) für

(5.2.8)

$$N_t = \psi(B) a_t = \frac{\theta(B)}{\phi(B)} a_t$$

steht.

Grobe Schätzungen des Polynoms v(B).

Schreiben wir (5.2.7) in der v(B) Form, erhalten wir

(5.2.9)

$$\tilde{y}_t = v_0\tilde{x}_t + v_1\tilde{x}_{t-1} + v_2\tilde{x}_{t-2} + \ldots + N_t$$

wobei eventuelle Nichtstationarität von X und Y nach BOX und JENKINS durch entsprechende Differenzenbildung beseitigt werden muss, was auch einsichtig ist, da sonst die CCF völlig von dem linearen Abfall, wie er für die nichtstationäre ACF (s. z.B. ..) typisch ist, beherrscht wird. Multipliziert man (5.2.9) mit x(t-k) für $k \geq 0$, erhält man

(5.2.10)

$$\tilde{x}_{t-k}\tilde{y}t = v_0\tilde{x}_{t-k}\tilde{x}_t + v_1\tilde{x}_{t-k}\tilde{x}_{t-1} + \ldots + \tilde{x}_{t-k}N_t$$

Da gefordert wird, dass der Input X und das Noise Modell N(t) voneinander unabhängig sind, verschwindet der letzte Ausdruck und (5.2.10) stellt nun die Kreuzkovarianz zwischen X und Y (bzw. zwischen Output und Input) dar, wobei X um k Zeitpunkte jeweils zeitlich verschoben ist. Dividiert man (5.2.10) durch die Standardabweichungen von X und Y, erhält man schliesslich das folgende Gleichungssystem:

(5.2.11)

$$R_{xy} = R_{xx}v$$

bzw. ausgeschrieben:

(5.2.12)

$$\begin{bmatrix} R_{xy}(0) \\ R_{xy}(1) \\ \vdots \\ R_{xy}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{xx}(0) & R_{xx}(1) & \ldots & R_{xx}(k) \\ R_{xx}(1) & R_{xx}(0) & \ldots & R_{xx}(k-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ R_{xx}(k) & R_{xx}(1) & \ldots & R_{xx}(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \\ \vdots \\ V_k \end{bmatrix}$$

Schwierigkeiten bei der Lösung der k + 1 linearen Gleichungen bestehen darin, dass nach BOX und JENKINS auf jeden Fall gewusst werden muss, ab wann v(k) effektiv 0 ist. Andernfalls ist das Gleichungsystem nicht orthogonal und

daher u.U. nicht lösbar. Lösbarkeit wird erzielt, indem das ARIMA Modell des Inputs bestimmt wird und mit diesem ARIMA Modell, Input, Output und Noise Modell transformiert werden. Durch diese Transformation (bzw. Filterung) wird die Regressionsgleichung als solche inhaltlich nicht verändert (SIMS, 1974, Seite 308: "Filtering all dependent and independent variables through the same filter does not affect a regression relation"). Aus der Input Reihe wird dadurch nun ein "white noise" Prozess, den BOX und JENKINS mit alpha bezeichnen

(5.2.13)

$$\alpha_t = \frac{\varphi(B)(1-B)^d}{\theta(B)} \tilde{x}_t$$

Die Anwendung derselben Transformation auf Y gibt

(5.2.14)

$$\beta_t = \frac{\varphi(B)(1-B)^d}{\theta(B)} \tilde{y}_t$$

und auf das noise Modell N

(5.2.15)

$$\varepsilon_t = \frac{\varphi(B)(1-B)^d}{\theta(B)} N_T$$

wobei beta(t) aus (5.2.14) und epsilon(t) aus (5.2.15) im Gegensatz zu alpha(t) aus (5.2.12) keine "white noise" Prozesse sind. Vielmehr ist beta eine additive Funktion der Transferfunktion und von (5.2.15)

(5.2.16)

$$\beta_t = v(B)\alpha_t + \varepsilon_t$$

bzw.

(5.2.17)

$$\beta_t = \frac{\omega(B)}{\delta(B)} \alpha_t + \varepsilon_t$$

Multiplizieren wir (5.2.16) analog zu (5.2.10) mit alpha(t) im Lag k erhalten wir ein Gleichungssystem, das nun

orthogonal ist.

(5.1.18)

$$\gamma_{\alpha,\beta}(k) = v_k \sigma_\alpha^2$$

Ein weiterer Vorteil dieses Vorgehens, den BOX und JENKINS mit "prewhitening" bezeichnen ist, liegt darin, dass damit immer Unabhängigkeit zwischen dem Transferfunktionsteil und dem Noise Teil epsilon(t) erzielt ist. Inhaltlich wird der Vorgang des "prewhitening" dadurch plausibel, dass dadurch die "Variation innerhalb" des Inputs ausgefiltert wird. Dieser Teil von X kann damit die "Kovariation" zwischen x und y nicht störend beeinflussen, weswegen diese wesentlich deutlicher zum Vorschein kommt. Dividieren wir das Gleichungssystem von (5.2.18) wieder durch die entsprechenden Standardabweichungen von X und Y, erhalten wir folgenden leicht lösbaren Ausdruck:

(5.2.19)

$$v_k = \frac{r_{\alpha,\beta}(k)\sigma}{\sigma_\alpha}$$

Damit haben wir grobe Anfangsschätzungen für den Vektor v(B).

Identifikation von b, Omega(B) und Delta(B):

Wenn wir die v(k) kennen, können wir damit

(i) den Lag Parameter b,
(ii) die Anzahl r und die Ordnung (identisch mit der Potenz des jeweiligen Versetzungsoperators) der delta Parameter, die auch Output LAG Parameter genannt werden, da sie auf die output Reihe wirken und
(iii) die Anzahl s und die Ordnung der omega Parameter, die auch input LAG Parameter heissen, da sie auf den Input wirken, versuchsweise identifizieren.

(a). Es gibt b nicht signifikant von 0 verschiedene Werte v(0), v(1), ... v(b-1)

(b) es gibt s-r+1 Werte v(b), v(b+1), ... v(b+s-r), die keinem bestimmten Pattern folgen (kein exponentielles oder sinusidales Ausschwingen). Ist s < r können keine solchen Werte vorkommen.

(c) Die Werte v(k), für: k=b+s-r+1 folgen dem Muster, das durch die folgende Differenzengleichung r-ter Ordnung diktiert wird:

(5.2.20)

$$\delta(B)\ v_j = 0$$

Zweifellos sind die Anforderungen bei der Identifikation von Transferfunktionsmodellen wesentlich höher als bei univariaten ARIMA Modellen, doch liegt dies nicht an dem Verfahren, sondern in der Natur der Sache. Allerdings zeigt sich auch bei den Transferfunktionen, dass selbst sehr komplexe dynamische Systeme sich oft mit r und/oder s 2 Parametern hinreichend darstellen lassen. Eine Übersicht über das unterschiedliche Aussehen der Impuls responses v (k) und der Step responses V (k) ist in Abb. 5.3 zu sehen. die Step Responses sind dabei schlicht die kummulierten Impuls Responses.

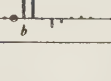
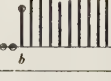
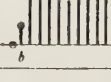
r, s, b	∇ Form	B Form	Impulse Response v_j	Step Response $V_j = \sum_{j=0}^{j} v_j$
003	$Y_t = X_{t-3}$	$Y_t = B^3 X_t$		
013	$Y_t = (1 - .5\nabla) X_{t-3}$	$Y_t = (.5 + .5B) B^3 X_t$		
023	$Y_t = (1 - \nabla + .25\nabla^2) X_{t-3}$	$Y_t = (.25 + .50B + .25B^2) B^3 X_t$		
103	$(1 + \nabla) Y_t = X_{t-3}$	$(1 - .5B) Y_t = .5B^3 X_t$		
113	$(1 + \nabla) Y_t = (1 - .5\nabla) X_{t-3}$	$(1 - .5B) Y_t = (.25 + .25B) B^3 X_t$		
123	$(1 + \nabla) Y_t = (1 - \nabla + .25\nabla^2) X_{t-3}$	$(1 - .5B) Y_t = (.125 + .25B + .125B^2) B^3 X_t$		
203	$(1 - .25\nabla + .5\nabla^2) Y_t = X_{t-3}$	$(1 - .6B + .4B^2) Y_t = .8B^3 X_t$		
213	$(1 - .25\nabla + .5\nabla^2) Y_t = (1 - .5\nabla) X_{t-3}$	$(1 - .6B + .4B^2) Y_t = (.4 + .4B) B^3 X_t$		
223	$(1 - .25\nabla + .5\nabla^2) Y_t = (1 - \nabla + .25\nabla^2) X_{t-3}$	$(1 - .6B + .4B^2) Y_t = (.2 + .4B + .2B^2) B^3 X_t$		

Abb 5.3: Impulse und Step - Response Gewichte für häufige Transferfunktionsmodelle (aus BOX & JENKINS, 1970, S.349)

Anfangsschätzungen von b, Delta(B) und Omega(B).

Anfangsschätzungen von Delta(B) und Omega(B) erhält man über folgende Umformung von (5.2.7):

(5.2.7)

$$\tilde{y}_t = \frac{\omega(B)}{\delta(B)} B^b \tilde{x}_t + N_t$$

Hierzu bringen wird das Polynom Delta(B) aus (5.2.7) nach links in den Nenner. Setzen wir für Y die Identität v(B)X ein und kürzen X auf beiden Seiten, bleibt folgender Ausdruck übrig, der übrigens grosse Ähnlichkeit mit Formel (4.4.12) zur Lösung der Psi Gewichte hat.

(5.2.21)

$$(1-\delta_1 B-\ldots-\delta_r B^r)(v_0+v_1 B+\ldots) = (\omega_0-\omega_1 B-\ldots-\omega_s B^s)B^b$$

Dieses Gleichungssystem kann rekursiv über das Verfahren des Koeffizientenvergleichs leicht aufgelöst werden.

Identifikation des Noise Modelles.

da

(5.2.22)

$$\tilde{y}_t = v(B)\tilde{x}_t + N_t$$

oder äquivalent

(5.2.7)

$$\tilde{y}_t = \frac{\omega(B)}{\delta(B)} B^b \tilde{x}_t + N_t$$

kann das Noise Modell unmittelbar berechnet werden. Dabei ist der erste mögliche Wert für N(t) beim Zeitpunkt t=u+1, wobei u das jeweils Grössere von r und s+b ist. Die weitere Identifikation von N(t) folgt nach den in Kapitel 4 beschriebenen iterativen Verfahren der Identifikation, Parameterschätzung und Diagnostik eines ARIMA Modells. Die abschliessenden Maximum Likelihood Schätzungen werden dabei rechentechnisch mit demselben nicht-linearen Least Square Algorithmus von MARQUARD berechnet. (Für nähere Einzelheiten, speziell im Zusammenhang mit dem Transferfunktionsmodell siehe BOX und JENKINS, 197o, S. 388 ff).
An die Maximum Likelihood Schätzungen schliesst sich dann

völlig analog wie bei den univariaten ARIMA Modellen die Modelldiagnostik an. Hierbei kommen allerdings zwei Fehlerquellen für das Zustandekommen eines inadäquaten Modelles in Frage:

1. Das Transferfunktionsmodell ist korrekt, aber das Noise Modell ist inkorrekt
2. Das Transferfunktionsmodell ist inkorrekt.

Inkorrektheit des Noise Modelles kann dadurch erkannt werden, dass die Modelldiagnostiken der Residuen (also ACF, PACF, kumuliertes Periodogramm und der Portmanteautest) Abweichungen von einem white noise Prozess anzeigen, die CCF zwischen den Residuen und dem "prewhitened" Input aber nicht signifikant ist. Bei Inkorrektheit des Transferfunktionsteiles weisen sowohl die Modelldiagnostiken der Residuen als auch die CCF zwischen den Residuen und dem "prewhitened" Input signifikante Abbweichungen auf.
Für weitere Einzelheiten hierzu wird auf BOX und JENKINS (1970, S. 392-395) verwiesen. Das heisst also, dass wir beim Transferfunktionsmodell dieselbe iterative Schleife von versuchsweiser Modellidentifikation, anschliessender Parameterschätzung und Modelldiagnostik und darauf folgender evtl. notwendiger Modellmodifikation etc. aus Abb.4.11 durchlaufen müssen. Allerdings sind wegen der grösseren Komplexität bei der Identifikation und bei der Modelldiagnostik im allgemeinen mehr "Durchläufe" erforderlich als bei den univariaten ARIMA - Modellen.

5.2.2 Beispiele.

Ausser den Buchbeispielen von BOX und JENKINS (1970) konnten in der entsprechenden Literatur nur drei Arbeiten zum Thema Transferfunktionsmodelle gefunden werden. Dabei beschränkt sich die eine Arbeit (PACK, 1977(a)) auf Beispiele mit simulierten Daten. Die andere Arbeit zeigt in recht beeindruckender Weise die Brauchbarkeit der Transferfunktionsmodelle im Bereich der Marktforschung (HELMER und JOHANSSON, 1977). In der dritten Arbeit (HIBBS,1977) werden interessante Parallelen zwischen Transferfunktionsmodellen und der Modellklasse der Strukturgleichungen diskutiert. Die Anwendungsmöglichkeit für die klinische Forschung soll mit zwei eigenen Beispielen im Folgenden illustriert werden.

Beispiel 1:

In der psychophysiologischen Forschung gibt es Probleme bei EKG Analysen, die damit zusammenhängen, dass die Atmung einen nachweislichen Einfluss auf die Herzrate ausübt. Insbesondere beim Nachweis der sogenannten "evozierten Herzpotential" - Hypothese (LANG, 1971), bei der ein triphasischer Verlauf wie er in Abb.5.4 zu sehen ist, angenommen wird, ist die Störung des EKG Signals durch die Atmung problematisch: "Unfortunately the waveform is seldom

clearly apparent in a single trial. The cardiovascular system is so noisy from the point of view of psychological relevance, that many trials must be averaged before the response emerges" (LANG, S. 97).

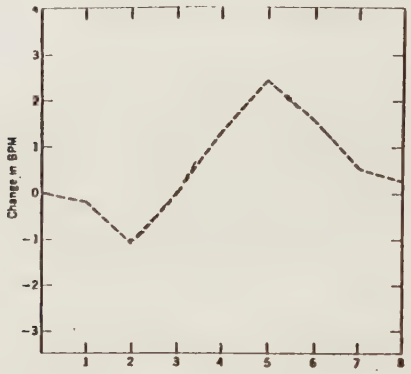


Abb. 5.4: Evozierte Herzpotentialhypothese (aus LANG, 1971),S.97). Die Antwort auf einen 2 Sekunden dauernden akustischen Stimulus setzte unmittelbar vor Sekunde 1 ein.

Von daher wäre es wünschenswert den "Transfer" von Atmung auf die Herzrate zu bestimmen, um die evozierte Herzpotialhypothese an den Residuen zu testen (Ein alternatives simultanes Verfahren hierzu wird auf Seite???? Diskutiert. Siehe hierzu auch REVENSTORF & KEESER 1976, 1977). Herzrate und Atmung sind in Abb. 5.5 zu sehen. Das Einsetzen des akustischen Stimulus war bei Zeitpunkt 188.

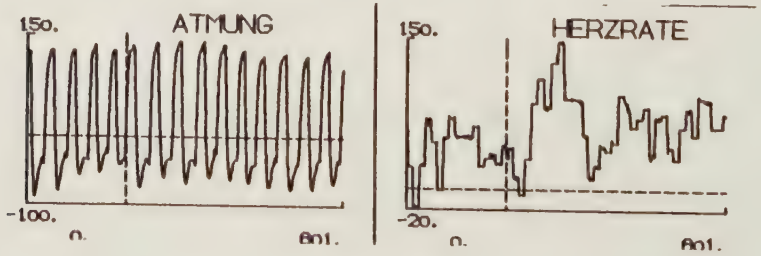


Abb. 5.5: (a) Atmung (b) Herzrate

ARIMA Modell der Atmung.

Als bestes ARIMA Modell, das sparsam in der Anzahl der Parameter war und dessen Residuen keine bedeutsamen Abweichungen von einem einem "white noise" Prozess zeigten, ergab sich ein ARIMA (2,1,0) Modell mit den folgenden

Parametern:

Atmung:

Differenzenbildungsgrad 1 der Periodik 1

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
AUTOREGRESSIVE 1	1	1.10855	1.03044	1.18666
AUTOREGRESSIVE 1	2	-0.30535	-0.38354	-0.22717

ANZAHL DER RESIDUEN	597
SSQ DER RESIDUEN	38745.8789
FREIHEITSGRADE	595
MSQ DER RESIDUEN	65.11913
STANDARDFEHLER	8.06964

Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen von der Normalverteilung p=0.0

Interkorrelation der Parameter

	1	2
1	1.0000	
2	-0.8491	1.0000

Portmanteau-Test I p=0.00668
Portmanteau-Test II P=0.00446

Der Portmanteautest ist zwar signifikant, doch ist diese Signifikanz wohl mehr eine Funktion des grossen N, da hierbei ein Autokorrelationskoeffizient von 0.08 schon auf dem 5% Niveau signifikant ist. Die ACF, PACF und das kumulierte Periodogramm der Residuen aus Abb. 5.5 lassen jedoch einen white noise Prozess sehr wahrscheilich erscheinen.

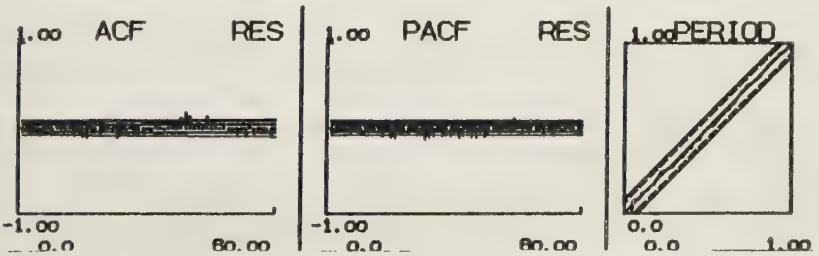


Abb. 5.5: (a)ACF, (b)PACF und (c) kumuliertes Periodogramm der Residuen des Modells.

Erstaunlich ist, dass ein so offensichtlich periodischer Prozess wie die Atmung befriedigend mit einem AR(2) Modell

modelliert werden kann, aber KENDALL (1945) zeigte ähnliche Ergebnisse.

Transfermodell von Atmung(X) auf Herzrate(Y).

Von mehreren versuchten Modellen brachte das folgende Transfermodel das befriedigendste Ergebnis:

Die Maximum Likelihood - Parameterschätzungen hierfür waren:

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
INPUT LAG 1	0	-0.14541	-0.22765	-0.63168
INPUT LAG 1	1	-0.17876	-0.29881	-0.05877
INPUT LAG 1	2	0.14990	0.57652	0.23215

ANZAHL DER RESIDUEN	579
SSQ DER RESIDUEN	3185.47974
FREIHEITSGRADE	576
MSQ DER RESIDUEN	63.69
STANDARDFEHLER	7.9806

Die ACF der Residuen ist in Abb.5.7a zu sehen. Abb.5.7b zeigt die CCF zwischen den Residuen(1) und der "prewhitened" Atmung(2). Beide Funktionen zeigen keine Modellunangemessenheit.

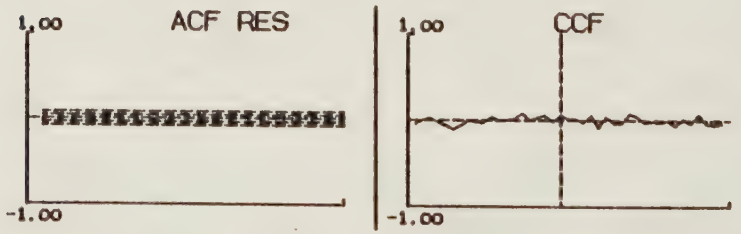


Abb.5.7: (a) ACF und (b) (b) CCF zwischen Residuen(1) und der "prewhitened" Atmung (2).

Es existiert eine signifikante dynamische Beziehung zwischen der Atmung und der Herzrate in der folgenden Form:

(5.2.24)

$$(1-B)\ Y_t = -.145\ X_{t-18} + .179\ X_{t-19} - .145\ X_{t-20} + a_t$$

In diesem Fall war kein explizites Noise Modell notwendig.

Beispiel 2:

Dieses Beispiel analysiert die dynamische Beziehung des systolischen und diastolischen Blutdruckes eines psychosomatischen Hochdruckpatienten. Die Messungen des systolischen und diastolischen Blutdruckes wurden täglich um dieselbe Zeit vorgenommen. Aus theoretischen Überlegungen wurde angenommen, dass der diastolische Blutdruck das output System und der systolische Blutdruck das input System darstellen. Beide Zeitreihen sind in Abb. 5.8 zu sehen.

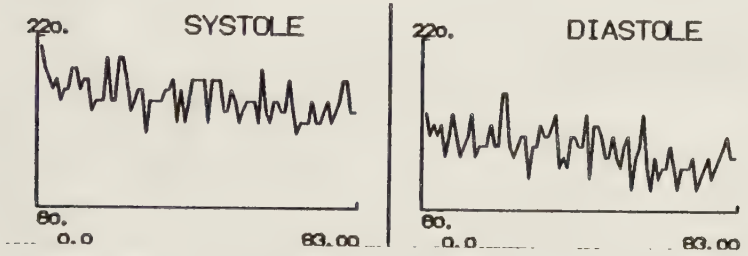


Abb. 5.8: (a) systolischer und (b) diastolischer Blutdruck eines psychosomatischen Hochdruckpatienten.

Der RAO - TINTNER - Test zeigte für beide Zeitreihen keine Abweichungen von der Stationaritätannahme im Level an.

ARIMA Modell des systolischen Blutdruckes.

Es wurde ein ARIMA (2,0,0) Modell mit dem ersten autoregressiven Parameter im LAG 1 und im zweiten im LAG 8 identifiziert. Die Ergebnisse der Parameterschätzung dafür waren:

SYSTOLISCHER BLUTDRUCK:

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
AUTOREGRESSIVE 1	1	0.26430	0.05013	0.47848
AUTOREGRESSIVE 1	8	0.31790	0.11381	0.52198
MEAN	0	159.94116	150.98167	168.90063

ANZAHL DER RESIDUEN	74
SSQ DER RESIDUEN	17340.9648
FREIHEITSGRADE	71
MSQ DER RESIDUEN	244.23895
STANDARDFEHLER	15.62815

Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen von der Normalverteilung p=0.86590

```
Interkorrelation der Parameter
        1        2        3
  1  1.0000
  2 -0.0673 1.0000
  3 -0.1047-0.2088 1.0000
Portmanteau-Test I  ρ=0.98809
Portmanteau-Test II P=0.93475
```

Die ACF, PACF und das kumulierte Periodogramm der Residuen aus Abb 5.9 zeigen keine Abweichung von einem "white noise" Prozess.

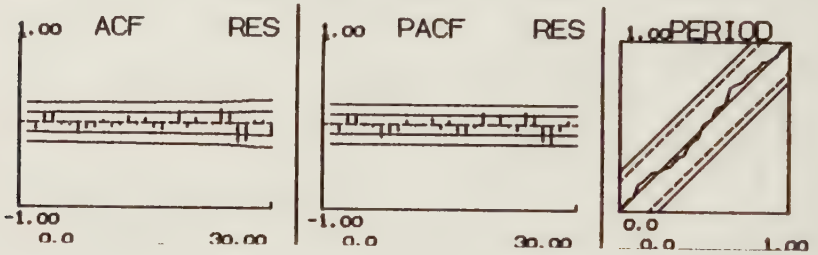


Abb. 5.9: (a) ACF (b) PACF und (c) kumuliertes Periodogramm der Residuen des Modells.

Identifikation des Transferfunktionsmodells.

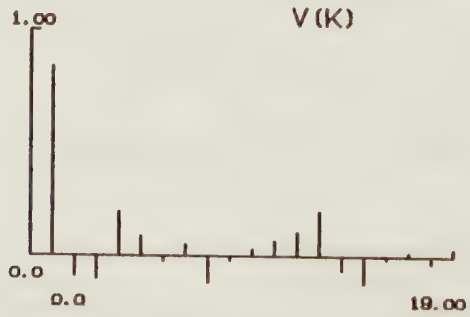


Abb. 5.10: Impulse Response Gewichte v(k) zwischen diastolischem Blutdruck (Y) und systolischem Blutdruck (X).

Die Inspektion der Impuls response Gewichte v(k) aus Abb. 5.10 bietet das folgende Modell an:

(5.2.25)

$$y_t = \mu + \frac{\omega_0}{(1-\delta B^3)} X_t + \frac{1}{(1-\varphi B)} a_t$$

Die abschliessenden Maximum Likelihood Schätzungen dafür waren:

NOISE MODELL PARAMETER

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
AUTOREGRESSIVE 1	1	0.16966	0.06807	0.40740
MEAN	0	114.700	111.490	117.900

TRANSFER FUNCTION PARAMETER

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHAETZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
OUTPUT LAG 1	3	0.26090	0.09608	0.42572
INPUT LAG 1	0	0.84434	0.68158	1.00700

ANZAHL DER RESIDUEN 75
SSQ DER RESIDUEN 9122.70
FREIHEITSGRADE 71
MSQ DER RESIDUEN 128.49
STANDARDFEHLER 11.335

Interkorrelation der Parameter

	1	2	3	4
1	1.0000			
2	0.0102	1.0000		
3	-0.1347	-0.0410	1.0000	
4	-0.0617	-0.1724	-0.3782	1.0000

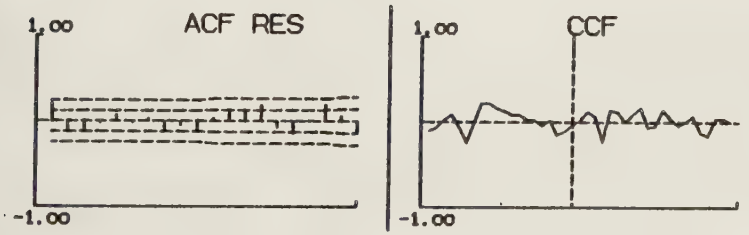


Abb. 5.11: (a) ACF der Residuen und (b) CCF zwischen Residuen(1) und "prewhitened" X.

Die ACF der Residuen und die CCF der Residuen mit dem "prewhitened" systolischen Blutdruck aus Abb. 5.11 zeigen auch hier keine bedeutsamen Modellabweichungen. Damit ist für diesen Klienten eine signifikante dynamische Beziehung, zwischen dem systolischen und diastolischen Blutdruck sichtbar geworden, die Anstösse für für theoretische Überlegungen liefern kann.

6.Kurzer Überblick des generellen linearen Modells.

In den meisten deutschsprachigen Statistiklehrbüchern werden Verfahren wie Varianzanalyse und Kovarianzanalyse, Regressionsanalyse, t-Test und multipler Mittelwertsvergleich als verschiedene Verfahren abgehandelt. All diese Verfahren sind jedoch Spezialfälle des generellen linearen Modells und werden in der entsprechenden anglo - amerikanischen Literatur z.B. bei COHEN & COHEN (1975), GRAYBILL (1976), NAMBOODIRI et al.(1975), SEARLE (1971) auch unter diesem gemeinsamen Nenner abgehandelt. Die allgemeine Schreibweise des generellen linearen Modells ist dabei für den univariaten Fall+

(6.1.1)

$$Y = XB + E$$

Dieses Modell ist ohne weiteres auf den multivariaten Fall mehrerer abhängiger Variablen erweiterbar, doch soll hierauf nicht eingegangen werden (siehe hierzu z.B. BOCK, 1975; FINN, 1974). Der Vektor Y in Formel 6.1 stellt den Beobachtungsvektor der abhängigen Variable dar und die Matrix X enthält die unabhängigen Variablen. Der Vektor B enthält zu schätzende Parameter, für die als Randbedingung gilt, dass das Produkt XB Y in einem bestimmten Sinn optimal vorhersagt. Demnach stellt der Vektor E, den Anteil von Y dar, der aus dem Produkt von XB nicht erklärt werden kann. Die Forderung, dass XB Y optimal erklären soll ist dabei so formuliert, dass die Elemente des Vektors E so klein, wie nur irgendwie möglich sein sollen. Verschiedene Autoren (z.B. GRAYBILL, 1976) betrachten Y und E als die stochastischen Teile des Modells und X und B als die deterministischen Teile des Modells. Der Vektor E der Residuen (da sie der "Rest" von Y-XB sind) hat zwei mögliche Varianzquellen:

1. Echte Messfehler der Beobachtunsvariable Y
2. Spezifikationsfehler, die darauf zurückzuführen sind, dass möglicherweise nicht alle unabhängigen Erklärungsgrössen berücksichtigt worden sind und/oder die Form der Beziehung nicht ausreichend spezifiziert wurde. Ein Beispiel hierfür wäre, dass man lineare Beziehungen annimmt, obwohl der Zusammenhang kurvilinear ist.

Ist E ein Nullvektor so ist Y vollständig durch XB erklärt und man spricht von einem deterministischen Modell. Dieser Fall kommt jedoch in den Verhaltenswissenschaften nicht vor. Vielmehr ist hier die funktionale Beziehung

---

+ Unter univariat ist dabei wie üblich der Fall mit einer abhängigen Variable, jedoch einer oder mehrerer unabhängigen Variablen gemeint.

(6.1.2)

$$Y = XB$$

immer von mehr oder weniger starken Störungen ("Rauschen") überlagert, und man ist zufrieden, einen hinreichend grossen Teil der Varianz von Y mit einem funktionalen Modell erklären zu können.
Die rechentechnisch notwendigen Schritte zur Lösung des Parametervektors B gehen auf GAUSS zurück. Das Modell wird so definiert, dass die Varianz des Residualvektors E minimal, und dass der Erwartungswert von E gleich Null ist. Damit ergibt sich für den Erwartungswert von Y

(6.1.3)

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(Y) &= XB + \mathcal{E}(E) \\ &= XB \end{aligned}$$

Schreibt man alle Elemente von E als Differenzen der erwarteten Werte von Y von den beobacheten und bildet damit die Fehlerquadratsumme so ergibt sich folgende Form:

(6.1.4)

$$\begin{aligned} E'E &= (Y - XB)'(Y-XB) \\ &= Y'Y - Y'XB - (XB)'Y + (XB)'XB \\ &= Y'Y - 2B'X'Y + B'X'XB \end{aligned}$$

Um nun die Parameter B zu schätzen, für die diese Fehlerquadratsumme ein Minimum hat wird E'E nach B differenziert (SEARLE, 1971, S.80):

(6.1.5)

$$\begin{aligned} \frac{\partial E'E}{\partial B} &= 0 - 2X'Y + 2X'XB \\ &= -X'Y + X'XB \end{aligned}$$

und gleich Null gesetzt ("Least Squares Lösung")

(6.1.6)

$$-X'Y + X'XB = 0$$

$$X'XB = X'Y$$

$$(X'X)^{-1}X'XB = (X'X)^{-1}X'Y$$

$$B = (X'X)^{-1}X'Y$$

Die letzte Zeile von (6.1.6) stellt die sogenannten Normalgleichungen dar, für die eine einzige Lösung für B immer dann existiert, wenn die Matrix X invertierbar ist. Invertierbarkeit ist immer dann gegeben wenn eine Matrix vollen Rang besitzt. Im Falle der Varianzanalyse sind bei naiver Formulierung des Modells durch sogenannte Dummy - variablen für den "Grand mean" und die Interventionseffekte in der Designmatrix X, wie es in (6.1.7) für ein einfaktorielles Design mit vier Ausprägungen formuliert ist, die Spalten jedoch immer linear abhängig, da der Dummyvektor des "Grand Mean" jeweils die Summe der übrigen Spalten darstellt.

(6.1.7)

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \\ y_7 \\ y_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \\ e_5 \\ e_6 \\ e_7 \\ e_8 \end{bmatrix}$$

In diesem Fall führt die obige Methode zu keiner Lösung. Alternativen in so einem Fall bestehen entweder in Beseitigung der linearen Abhängigkeiten von X oder über das Verfahren der generalisierten Inversen (siehe SEARLE, 1971; GRAYBILL, 1976) bzw. über die Möglichkiet der

Reparametrisierung (siehe FINN, 1974; BOCK, 1975).
Die Lösung für den Vektor B über die Normalgleichungen liefert unabhängig von der Verteilungsform von Y (die indirekt die Verteilung von E bestimmt) eine unverzerrte ("unbiased") Schätzung der unbekannten Populationsparameter B. Um jedoch die statistisch wünschenswerten Eigenschaften aufzuweisen, sind als weitere notwendige Randbedingungen

1.Normalverteilung der Residuen.
2.Unabhängigkeit der Residuen
3.Homogenität der Varianzen der Residuen

zu erreichen. Aus Punkt 2 und 3 folgt dass die Varianz-Kovarianzmatrix Σ die folgende Form haben muss

(6.1.8)

$$\Sigma = I\sigma^2$$

Sind all diese Forderungen erfüllt spricht man in der Literatur auch von einem GAUSS - MARKOV Modell.
Insbesondere die letzten beiden Nebenbedingungen sind bei Zeitreihendaten oft nicht erfüllt, da hier aus der Natur der Sache heraus gewöhnlich Abhängigkeiten der Messungen untereinander bestehen. Allerdings wird in vielen Büchern über lineare Modelle beschrieben, wie man das Problem lösen kann, wenn die Forderung 2 nicht erfüllt ist, die Varianz-Kovarianzmatrix von E jedoch bekannt ist oder geschätzt werden kann. Von den meisten Autoren wird dieses Verfahren "Generalized Least Squares" (GLS) im Gegensatz zum gewöhnlichen "Ordinary Least Squares" (OLS) genannt (JENKINS & WATTS, 1968, S.132ff; JOHNSTON, 1971, S.179ff; WONNACOTT & WONNACOTT, 1970, Kapitel 16). DRAPER & SMITH (1966) verwenden statt GLS die Bezeichnung "Weigthed Least Sqaures" (WLS) und ANDERSON (1971, S.19 und 560ff) und GRAYBILL (1976, S.207ff) behandeln diesen Fall nur als Spezialfall des GAUSS - MARKOV Theorems. Es kann mathematisch gezeigt werden, dass die allgemeine Schreibweise der Summe der quadrierten Fehler, deren Minimierung die Least Squares Schätzungen gibt nicht:

(6.1.4)

$$E'E = (Y - XB)'(Y-XB)$$

sondern:

(6.1.9)

$$E'E = (Y - XB)'\Sigma^{-1}(Y-XB)$$

ist. Da im Fall unkorrelierter, homoskedastischer Fehler die Varianz - Kovarianzmatrix jedoch:

(6.1.8) $$\Sigma = I\sigma^2$$

ist kürzt sich das Skalar bei der Auflösung nach B weg. Ist jedoch V keine Einheitsmatrix so ergibt die Auflösung von (6.1.9) nach B:

(6.1.10)

$$B = (X'\Sigma^{-1}X)^{-1}X'\Sigma^{-1}Y$$

Beschränken wir uns dabei auf den Fall korrelierter Fehler, aber homoskedastischer Varianzen so ist dabei die Varianz-Kovarianzmatrix:

(6.1.11)

$$\Sigma = V\sigma^2$$

Da sich der Skalar in Gleichung (6.1.10) wegkürzt, ist für die weiteren Rechenschritte nur mehr die Matrix V erforderlich, die die Korrelationsmatrix der Fehler darstellt.

Eine andere Lösungsstrategie, die auf AITKEN (1933) zurückgeht, wendet folgendes unmittelbar einleuchtende Verfahren an: Auf die OLS - Gleichung

(6.1.12)

$$Y = XB + E$$

$$[E \sim N; 0; \Sigma = V\sigma^2]$$

wird eine Transformation durchgeführt, die aus der störenden Matrix V eine Einheitsmatrix macht. Nennen wir diese Transformationsmatrix T so ergibt sich:

(6.1.13)

$$TY = TXB + TE$$

bzw.

(6.1.14)

$$Y^* = X^*B + E^*$$

$$[Y^*=TY;\ X^*=TX;\ E^*=TE]$$

$$[E^* \sim N;0;\Sigma=I\sigma^2]$$

Die Matrix T ergibt sich dabei u.a. recht einfach durch eine Choleskizerlegung der Inversen von V.

(6.1.15)

$$TVT' = I$$

$$V^{-1}TVT' = V^{-1}I$$

$$TT' = V^{-1}$$

Berechnen wir nun die Varianz- Kovrianzmatrix der transformierten Fehler, so sehen wir, dass nun die Forderung von (6.1.8) erfüllt ist :

(6.1.16)

$$\begin{aligned} COV(E^*) &= TEE'T' \\ &= T\Sigma T' \\ &= \sigma^2 TVT' \\ &= I\sigma^2 \end{aligned}$$

Als Auflösung für B ergibt sich damit:

(6.1.17)

$$\begin{aligned} B &= (X^{*\prime}X^*)^{-1}X^{*\prime}Y^* \\ &= ((TX)'TX)^{-1}(TX)'(TY) \\ &= (X'(T'T)X)^{-1}X'(T'T)Y \end{aligned}$$

Setzen wir für

(6.1.15)

$$TT' = V^{-1}$$

ein, so erhalten wir die identische Lösung, wie sie über das GLS Verfahren erreicht wird, da sich der Skalar wieder wegkürzt.

(6.1.18)

$$B = (X'\Sigma^{-1}X)^{-1}X'\Sigma^{-1}Y$$

$$= (X'V^{-1}X)^{-1}X'V^{-1}Y$$

D.h also, dass das GLS Verfahren mit einem zwei-stufigen Verfahren identisch ist, bei dem zuerst X und Y so transformiert werden dass

(6.1.8)

$$\Sigma = I\sigma^2$$

wird, um dann auf die transformierten Variablen ein gewönliches OLS Verfahren zur Schätzung der B - Parameter anzuwenden.

Vergleich von GLS und OLS.

Zunächst einmal überrascht es, dass GLS und OLS Schätzungen beide unbiased sind (WONNACOTT & WONNACOTT, 1970, S.332; JOHNSTON, 1971, S. 179) Der Hauptunterschied zwischen beiden Schätzungen liegt in der Varianz- Kovarianzmatrix der Schätzungen. Die Varianz - Kovarianzmatrix berechnet sich dabei:

(6.1.19)

$$COV(B) = E[(\bar{B}-B)(\bar{B}-B)']$$

Setzen wir für B die Identität:

(6.1.20)

$$B = (X'X)^{-1}X'Y$$

$$= (X'X)^{-1}X'(XB+E)$$

$$= (X'X)^{-1}X'XB+(X'X)^{-1}X'E$$

$$= B + (X'X)^{-1}X'E$$

ein, so ergibt sich:

$$(6.1.21)\quad \mathrm{COV}(B) = E[B+(X'X)^{-1}X'E-B][B+(X'X)^{-1}X'E-B]'$$

$$= E[(X'X)^{-1}X'E][(X'X)^{-1}X'E]'$$

$$= E[(X'X)^{-1}X'EE'X(X'X)^{-1})'$$

$$= [(X'X)^{-1}X'\mathcal{E}(EE')X(X'X)^{-1}]$$

Im Falle von Homoskesdastizität und Unkorreliertheit der Fehler ist

(6.1.22)

$$\mathcal{E}(EE') = \Sigma = I\sigma^2$$

damit kürzt sich:

(6.1.23)

$$(X'X)(X'X)^{-1}$$

weg und es bleibt:

(6.1.24)

$$\mathrm{COV}(B) = \sigma^2(X'X)^{-1}$$

Übrig. Im Falle korrelierter Fehler jedoch ist die Varianz-Kovarianzmatrix der Fehler über das OLS - Verfahren:

(6.1.25)

$$\mathrm{COV}(B)_{OLS} = \sigma^2(X'X)^{-1}X'VX(X'X)^{-1}$$

AITKEN(1935) zeigte dass GLS - Schätzungen das GAUSS - MARKOV Theorem erfüllen, dass von allen unbiased Schätzungen es keine Schätzungen mit geringerer Varianz als die GLS - Schätzungen gibt. Die Varianz- Kovarianzmatrix der GLS - Schätzungen ergibt sich dabei analog nach (6.1.19) bis (6.1.21) als

(6.1.26)

$$
\begin{aligned}
COV(B)_{OLS} &= E[(\bar{B}-B)(\bar{B}-B)'] \\
&= E[[B+(X'V^{-1}X)^{-1}X'V^{-1}E-B][B+(X'V^{-1}X)^{-1}X'V^{-1}E-B \\
&= E[(X'V^{-1}X)^{-1}X'V^{-1}(EE')V^{-1}X(X'V^{-1}X)^{-1}] \\
&= [(X'V^{-1}X)^{-1}X'V^{-1}\sigma^2VV^{-1}X(X'V^{-1}X)^{-1}] \\
&= \sigma^2(X'V^{-1}X)^{-1}
\end{aligned}
$$

Vergleichen wir (6.1.26) mit (6.1.25), so sehen wir, dass die Varianzen der B Parameter beim OLS Verfahren viel grösser sind. Ohne hierauf weiter einzugehen, stellt andererseits die Schätzung der Fehlervarianz über das OLS - Verfahren nach (6.1.9) meistens eine beträchtliche Unterschätzung dar.+

Als Folge der beiden letzten Punkte sind Parameterschätzungen über das OLS - Verfahren zwar unbiased, aber ineffizient. Da aber die resultiernden Teststatistiken eine Funktion der Fehlervarianz und der Varianz - Kovarianzmatrix der Schätzungen sind, diese aber biased sind, sind diese im Falle von korrelierten Fehlern nicht korrekt.

+Gewöhnlich geschieht die Schätzung der Fehlervarianz jedoch nicht über (6.1.9) sondern nach (6.1.4). Im letzteren Fall ist die Fehlervarianz immer eine Überschätzung.

7.1.Der Ansatz von BOX & TIAO (1965).+

Wie im letzten Kapitel gezeigt wurde, verhindern zwei Situationen die Anwendung des generellen linearen Modells auf Zeitreihendaten

1. Die serielle Abhängigkeit der Daten
2. Dynamische Eigenschaften der Daten, wobei lineare Nicht=stationarität den einfachsten Fall darstellt.

BOX & TIAO diskutierten in einer 1965 erschienenen Arbeit die Anwendungsmöglichkeit des generellen linearen Modells auf Zeitreihendaten, die einem ARIMA Prozess gehorchen. Sie beschränken sich dabei auf zwei im technischen und ökonomischen Bereich häufig vorkommende Modelle, nämlich den IMA(1,1) und den AR(1) Prozess, wobei als Beispiel für das generelle lineare Modell der t-Test zur Anwendung kommt. Eine Schwierigkeit der Lektüre obiger Arbeit liegt in der Verwendung einer teilweise anderen Nomenklatur durch die Autoren, als sie von BOX & JENKINS (1970) und in der vorliegenden Arbeit angewandt werden. So verwenden die Autoren statt θ für die Bezeichnung des Moving Average Parameter γ, wobei γ identisch mit $1-\theta$ ist. Des weiteren verzichten sie auf die bequeme Operatorschreibweise und verwenden stattdessen die Darstellungsweise über das Summensymbol. In ihrer Schreibweise stellt sich damit der IMA(1,1) bzw. ARIMA(0,1,1) Prozess so dar:

(7.1.1) {2.2}

$$z_p = M + \gamma_0 \sum_{j=1}^{\infty} \alpha_{p-j} + \alpha_p$$

$$[0 \leq \gamma_0 < 2]$$

In der Darstellungsweise von Kapitel 4 entspricht dies:

(7.1.2)

$$(1-B)\tilde{z}_t = (1-\theta B)a_t$$

Bevor mit der Darstellung des BOX & TIAO Ansatzes fortgefahren wird, soll kurz die Identität der beiden Schreibweisen gezeigt werden.

$$z_p = M + \gamma_0 \sum_{j=1}^{\infty} \alpha_{p-j} + \alpha_p$$

$$[0 \leq \gamma_0 < 2]$$

+In dem folgenden Abschnitt ist die Nomenklatur der Originalarbeit übernommen worden. Die Nummerierung der Formeln in den geschwungenen Klammern { } rechts entspricht dabei derjenigen der Originalarbeit.

(7.1.3)

$$\tilde{z}_t = \frac{(1-\theta B)}{(1-B)} a_t$$

$$= (1-\theta B)(1+B+B^2+\ldots B^n)a_t$$

$$= (1+B+B^2+B^3+\ldots B^n-\theta B-\theta B^2-\theta B^3-\theta B^n)a_t$$

Fassen wir die Elemente mit dem Versetzungsoperator B in derselben Potenz zusammen und ziehen die B jeweils vor die Klammer so ergibt sich:

(7.1.4)

$$\tilde{z}_t = a_t+[(B-\theta B)+(B^2-\theta B^2)+\ldots+(B^n-\theta B^n)]a_t$$

$$= a_t+[(B(1-\theta)+B^2(1-\theta B)+\ldots+B^n(1-\theta B)]a_t$$

Da in jedem dieser Ausdrücke $(1-\theta)$, was dem γ bei BOX & TIAO entspricht, enthalten ist, können wir diesen Ausdruck vorziehen. Übrig bleibt damit eine Summe von Versetzungsoperatoren B aufsteigender Potenz, die auf a wirken.

(7.1.5)

$$\tilde{z}_t = a_t+(1-\theta)(1+B+B^2+\ldots+B^n)a_t$$

(7.1.5) ist damit mathematisch identisch mit (7.1.1). In das System, das die Zeitreihe z(p) darstellt, gehen zu jedem Zeitpunkt p neue zufällige Störungen ("Schocks") ein, wobei die Effekte jeder vergangenen Störung zum Anteil γ von der Zeitreihe absorbiert werden. Deswegen wird ein solcher Prozess bisweilen auch integrierter (im Sinne von summiert) moving average bezeichnet. Um (7.1.1) in Form des generellen linearen Modells nach (6.1.1) darzustellen:

(6.1.1)

sind eine Reihe von mathematischen Operationen notwendig. Die Designmatrix X hat dabei im Falle eines t - Tests folgende einfache Form:

(7.1.6)

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ \hline 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Die Lösung der Normalgleichungen nach (6.1.5) und (6.1.6) für die erste Spalte der Designmatrix (7.1.6) ergibt hierbei den Mittelwert der ersten n1 Werte vor der Intervention und die zweite Spalte den Unterschied des Mittelwertes der n2 Werte nach der Intervention zum Mittelwert der n1 Werte vor der Intervention. Der Level eines IMA(1,1) Prozesses ist nach BOX & TIAO folgendermassen definiert, wobei M der wahre Ursprung des Prozesses ist:

(7.1.7)

$$L=L_1=M+\gamma_0 \sum_{j=1}^{-\infty} \alpha_j$$

Damit ergibt sich für die z(p), ausgedrückt als Funktion des Levels, der absorbierten Schocks und des Fehlers zum Zeitpunkt p, folgende Darstellungsweise:

(7.1.8) {2.5}

$$z_1=L+\alpha_1 \qquad [\text{für } p=1]$$

$$z_p=L+\gamma_0 \sum_{j=1}^{p-1} \alpha_{p-j}+\alpha_p \qquad [\text{für } p=2,3,\ldots,n]$$

Ohne nähere Erklärung wechseln BOX & TIAO in der weiteren Darstellung von der Formulierung aus (7.1.1) und (7.1.8) in die folgende Schreibweise über.

(7.1.9) {2.7}

$$\begin{aligned} z_p &= \gamma_0 \sum_{j=0}^{\infty} (1-\gamma_0)^j z_{p-1-j}+\alpha_p \\ &= \gamma_0 \sum_{j=0}^{p-2} (1-\gamma_0)^j z_{p-1-j}+(1-\gamma_0)^{p-1} L+\alpha_p \end{aligned}$$

Wobei der Level L folgendermassen definiert ist:

(7.1.10) {2.8}

$$L=M+\gamma_0 \sum_{j=0}^{-\infty} \alpha_j = \gamma_0 \sum_{j=0}^{-\infty} (1-\gamma_0)^j z_j$$

Es kann allerdings gezeigt werden, dass (7.1.9) der Darstellung eines IMA(1,1) Prozesses in der Pi Gewichtsform entspricht. Der Grund hierfür wird aber zumindest nicht unmittelbar einsichtig. Wir werden allerdings in Kapitel 7.1.3 bei unserem eigenen Ansatz der Modellidentifikation und Parameterschätzung von Zeitreihendaten, die einem ARIMA Modell folgen und die einen oder mehere Interventionseffekte besitzen, zeigen, warum diese Transformation in die Pi - Gewicht Form notwendig ist. Damit ergibt sich zusammengefasst für die n1 Zeitreihendaten vor der Intervention folgende lineare Darstellung:

(7.1.11) {3.1a}

$$z_1 = L + \alpha_1$$

$$z_p = L + \gamma_0 \sum_{j=1}^{p-1} \alpha_{p-j} + \alpha_p$$

$$= \gamma_0 \sum_{j=0}^{p-2} (1-\gamma_0)^j z_{p-1-j} + (1-\gamma_0)^{p-1} L + \alpha_p \qquad [\text{für } p=2,\ldots,n_1]$$

und für die n2 Zeitreihendaten nach der Intervention folgende lineare Darstellung:

(7.1.12) {3.1b}

$$z_p = L + \delta + \gamma_0 \sum_{j=1}^{p-1} \alpha_{p-j} + \alpha_p$$

$$= \gamma_0 \sum_{j=0}^{p-2} (1-\gamma_0)^j z_{p-1-j} + (1-\gamma_0)^{p-1} I + (1-\gamma_0)^{p-(n_1+1)} \delta + \alpha_p$$

$$[\text{für } p=n_1+1,\ldots,n_1+n_2]$$

Zur Lösung der Normalgleichungen ist es notwendig die z(p) nur als Funktion von XB und der Residuen a(p) darzustellen. Dazu ziehen wir den Ausdruck:

(7.1.13)

$$\gamma_0 \sum_{j=0}^{p-2} (1-\gamma_0)^j z_{p-1-j}$$

von rechts des Gleichheitszeichens nach links. Bilden wir von diesem Ausdruck die Differenz, die wir mit y bezeichnen wollen:

(7.1.14)

$$y_1 = z_1 \qquad \{3.2\}$$

$$y_p = z_p - \gamma_0 \sum_{j=0}^{p-2} (1-\gamma_0)^j z_{p-1-j}$$

$$[\text{für } p=2,\ldots n_1 n_2]$$

so haben wir die Normalgleichungen für das generelle lineare Modell.

(7.1.15) {3.3}

$$Y=X\Theta+\varepsilon$$

Wobei (7.1.15) ausgeschrieben folgende Form hat:

(7.1.16) {3.3}

$$Y=\begin{bmatrix} y_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ y_{n_1} \\ \hline y_{n_1+1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y_{n_1+n_2} \end{bmatrix} \quad X=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ (1-\gamma_0) & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ (1-\gamma_0)^{n_1-1} & \cdot \\ \hline (1-\gamma_0)^{n_1} & 1 \\ \cdot & (1-\gamma_0) \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ (1-\gamma_0)^{n_1+n_2-1} & (1-\gamma_0)^{n_2-1} \end{bmatrix} \quad \Theta=\begin{bmatrix} L \\ \\ \delta \end{bmatrix}$$

Die Lösungen für die Parameter L und delta ergeben sich dann wie es in Kapitel 6 beschrieben wurde.

In derselben Arbeit diskutieren die Autoren auch die Situation beim einfachen AR(1) Prozess. Ihre Darstellung des AR(1) Prozesses erfolgt dabei in der Psi Gewichtsform ohne dass die Autoren hierfür einen Grund angeben. Eine generelle Eklärung und Herleitung werden wir in Kapitel 7.1.3 auch hierfür geben. Ohne auf die einzelnen Zwischenschritte näher einzugehen formulieren BOX & TIAO den AR(1) Prozess mit Interventionseffekt für die n1 Daten vor der Intervention und die n2 Daten nach der Intervention folgendermassen:

(7.1.17) {4.1}

$$z_1 = L + \alpha_1$$

$$z_p = L + \varphi \sum_{j=1}^{p-1} \varphi^{j-1} \alpha_{p-j} + \alpha_p \qquad [\text{für } p = 2, \ldots, n_1]$$

$$z_p = L + \delta + \varphi \sum_{j=1}^{p-1} \varphi^{j-1} \alpha_{p-j} + \alpha_p \qquad [\text{für } p = n_1+1, \ldots, n_1+n_2]$$

Wiederum ohne weitere Erklärung wechseln die Autoren in ihrer nächsten Formel wieder in die Pi - Gewichtsdarstellung und geben für y Werte folgende Transformationsregel an:

(7.1.18) {4.2}

$$y_1 = z_1$$

$$y_p = z_p - \varphi_0 z_{p-1}$$

Als Normalgleichungen für den AR(1) Prozess ergibt sich nun nach BOX & TIAO das folgende Gleichungssystem:

(7.1.19) {4.3}

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ y_{n_1} \\ \text{------} \\ y_{n_1+1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y_{n_1+n_2} \end{bmatrix} \qquad X = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ (1-\varphi_0) & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ (1-\varphi_0) & \cdot \\ \text{----------} & \text{----------} \\ (1-\varphi_0) & 1 \\ \cdot & (1-\varphi_0) \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ (1-\varphi_0) & (1-\varphi_0) \end{bmatrix} \qquad \Theta = \begin{bmatrix} L \\ \\ \delta \end{bmatrix}$$

In dem grössten Teil ihrer Arbeit gehen BOX & TIAO von dem

Fall aus, dass die Parameter θ bzw. ϕ bekannt sind. Für den anderen Fall, der vermutlich häufiger ist, diskutieren sie eine Reihe recht komplizierter a posteriori Verteilungen, die für den Praktiker jedoch irrelevant sein dürften. Auf eines der Hauptprobleme, wie z.B. bei verschiedenen Interventionen das passende ARIMA Modell überhaupt identifiziert werden kann, gehen die Autoren nicht ein. Das hängt sicherlich in diesem speziellen Fall damit zusammen, dass die von BOX & TIAO in ihrer Arbeit diskutierten Daten nicht realer Natur waren, sondern von ihnen simuliert wurden.

7.2 Der Ansatz von GLASS,WILLSON & GOTTMAN.

Der Ansatz von BOX & TIAO von 1965 wurde in den folgenden Jahren von der Arbeitsgruppe um G.V.GLASS in Boulder, Colorado konsequent für beliebige nichtperiodische ARIMA(p,d,q) Modelle erweitert. Diese Arbeiten fassten GLASS, WILLSON & GOTTMANN 1975 in dem Buch "Design and Analysis of Time Series Experimets" zusammen. Gleichzeitig hierzu wurde von BOWER,PADIA & GLASS (1974) zwei FORTRAN IV Programme ("CORREL", "TSX") veröffentlicht, die die Identifikation und Parameterschätzung von Zeitreihendaten mit Interventionseffekten analog zu dem Buch von GWG+ erlaubt. Ausführlich und mit Beispielen versehen werden dabei von GWG die folgenden ARIMA Modelle behandelt:

ARIMA(0,0,1) bzw. MA(1)
ARIMA(1,0,0) bzw. AR(1)
ARIMA(0,1,1) bzw. IMA(1,1)

Das grosse Verdienst von GWG ist, dass sie mit iherem Buch die Möglichkeiten der Anwendung der ARIMA Modelle und ihre Verwendung bei Anwendung des generellen linearen Modells einem breiteren psychologischen Publikum bekannt gemacht haben. Ihre Darstelllungsweise ist dabei in vieler Hinsicht einfacher und verständlicher als die ursprüngliche Arbeit von BOX & TIAO (1965). In Kapitel 7 ihres Buches liefern die Autoren ein generelles Modell, das alle ARIMA Modelle in der Psi Gewichtsform darstellt. Leider ist dieser Teil des Buches, der eigentlich der wichtigste Beitrag von GWG ist, so unglücklich geraten, dass er von den meisten Lesern links liegen gelassen wird. Insbesondere die Herleitung der Psi Gewichte für einen beliebigen ARIMA (p,d,q) Prozess auf den Seiten 152 und 153 ihres Buches ist so unverständlich, dass selbst mit der Materie vertraute Leser grosse Schwierigkeiten damit haben. Wie wir jedoch im Kapitel 4.4 zeigten erfolgt die Herleitung der Psigewichte über den rekursiven Koeffizientenvergleich recht einfach. Sind die Psi - Gewichte gegeben, geben GWG die folgende rekursive Transformationsregel für die z(t) Daten:

+Im Folgenden werden GLASS, WILLSON & GOTTMAN mit GWG abgekürzt.

(7.2.1)

$$y_t = z_t^* = z_t - \sum_{j=1}^{t-1} z_{t-j}^* \psi_j$$

und die Designmatrix X

(7.2.2)

$$X_{t,k} = X_{t,k}^* = X_{t,k} - \sum_{j=1}^{t-1} x_{t-j,k}^* \psi_j$$

an, damit die Voraussetzungen des generellen linearen Modells bezüglich der Unabhängigkeit der Residuen erfüllt sind. Erforderlich ist also, dass die ϕ und/oder θ Parameter bekannt sind, was sie gewöhnlich jedoch nicht sind. Hierin liegt nun die Hauptschwierigkeit des ganzen Verfahrens. GWG entwickelten zur Identifikation und Parameterschätzung von Zeitreihendaten mit Interventionseffekten die folgende Strategie:

1.Die Modellidentifikation muss unbedingt getrennt für die Prä- und Postinterventionsdaten durchgeführt werden

2.Die Parameterschätzung für die Abhängigkeitsparameter und die Interventionsparameter erfolgt simultan und zwar in einem iterativen Prozess folgender Art: Von einem bestimmten Startwert innerhalb der Invertibilitäts-Stationaritätsregion (gewönlich ist dabei der Startwert die eine Grenze der Invertibiltäts- Stationaritätsregion) werden mit einer vorgebenenen Schrittweite für den (oder die) jeweiligen Abhängigkeitsparameter die Psi Gewichte berechnet und das ursprüngliche OLS - Modell damit transformiert. Für jedes diser transformierten OLS Modelle wird dann eine gewöhnliche OLS - Schätzung durchgeführt, bis der (oder die) jeweilige(n) Abhängigkeitsparameter den Wert einer oberen Grenze (gewönlich die entgegengesetzte Grenze der Invertibilitäts Stationaritätsregion) erreicht hat. Daraufhin wird nach dem Minimum der Fehlerervarianzen der verschiedenen OLS - Schätzungen gesucht. Bei diesem Minimum liegt der/die gesuchten Abhängigkeitsparameter.

7.2.1 Kritik am Ansatz von GWG.

Die folgende Kritik an dem Vorgehen von GWG bezieht sich

1. auf ihre Forderung Modellidentifikation getrennt für Prä- und Postinterventionsdaten durchzuführen

2. auf ihre Art der Bestimmung der unbekannten Abhängigkeitsparameter.

Zu 1 :

Diese Kritik ist rein pragmatisch. Denn theoretisch ist es völlig richtig, dass eine ARIMA - Modellidentifikation anhand der ganzen Reihe, beim Vorliegen eines Interventionseffektes zu falschen Ergebnissen führt. Das sei kurz mit einem simulierten Beispiel gezeigt:

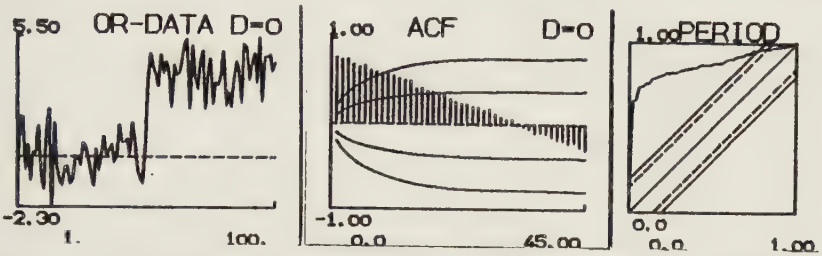


Abb.7.1: (a) Beispiel einer Intervention bei einem "white noise" Prozess mit (b) ACF und (c) kumuliertem Periodogramm der ganzen Zeitreihe.

Abb.7.1 stellt den "white noise" Prozess von Abb.4.1(a) dar, bei dem nach dem Zeitpunkt 50 zu jedem Wert z(t) der Wert 4 addiert wurde. Dies entspricht in der Praxis dem Fall, dass eine Intervention eine abrupte, stationär bleibende Veränderung des Levels bewirkt. Die entsprechenden statistischen Funktionen der Modellidentifikation, angewandt auf die ganze Zeitreihe, brächten jedoch folgendes Ergebnis: Der RAO- TINTNER Test verlangt einmalige Differenzenbildung, was auch an dem linearen Abfall der ACF in Abb.7.1(b) zu sehen ist. Nach einmaliger Differenzenbildung würden zwar in diesem Fall die ACF, PACF und das kumulierte Periodogramm einen "white noise " Prozess anzeigen (also den richtigen zugrundeliegenden Prozess), doch ergab unsere eigene Erfahrung, dass dies nicht immer der Fall sein muss. Mit diesem simulierten Beispiel ist damit recht schön zu sehen, dass eine Modellidentifikation bei Zeitreihendaten mit Interventioneffekten aufgrund der ganzen Zeitreihe gewöhnlich zu falschen Modellen führt (im obigen Fall der falschen Identifikation des Differenzenbildungsgrades d). Damit implizieren wir aber u.U. einen völlig anderen zugrundeliegenden stochastischen Prozess als er in Wirklichkeit vorliegt, mit dem Ergebnis dass

(a) zu schätzende Interventionsparameter wertemässig falsch sind.
(b) Die Fehlervarianz eine Überschätzung der wahren Fehlervarianz darstellt.

Nun sind aber in der experimentellen klinischen Psychologie die einzelnen Phasen häufig nicht lang genug, um eine einigermassen zuverlässige Modellidentifikation für jede Phase zu erlauben. Gesucht wird also ein Verfahren, das die Modellidentifikation des zugrundeliegenden stochastischen Prozesses an möglichst der ganzen Zeitreihe erlaubt, ohne

dass die Konfundierung von Abhängigkeitsmodell und Interventionsmodell das ARIMA - Modell korrumpiert.

Zu 2:

Bei der iterativen Parameterschätzung von GWG fällt zweierlei auf: Zum einen ist dieses Verfahren sehr unökonomisch. Bei einfachen einparametrigen ARIMA Modellen werden bei einer Genauigkeit der Abhängigkeitsparameter von .02 100 Regressionsschätzungen durchgeführt. Bei derselben Genauigkeit sind bei zweiparametrigen Modellen schon 1000 Regressionsschätzungen notwendig, und bei noch höheren Modellen wächst diese Zahl rasch ins astronomische. Obwohl diese Berechnungen zwar von einem Computer durchgeführt werden, ist ein solches Verfahren unelegant und was die Rechenzeitkosten anbetrifft (ein nicht zu unterschätzender Faktor) äusserst kostspielig. Zum Zweiten geschieht die Schätzung der ARIMA Parameter bei dem Ansatz von GWG nicht über ein statistisches Verfahren (z.B. über eine nichtlineare Least squares Schätzung) sondern über ein sequentielles Verfahren, das keine Aussagen über die statistischen Qualität der Schätzung der ARIMA Parameter (z.B. Signifikanz, Effizienz) erlaubt. Wegen dieser gravierenden Nachteile wurde nach alternativen Schätzverfahren gesucht, die weniger restriktiv sind als der Ansatz von GWG.

7.3 Identifikation und Schätzung des ARIMA Modells über die Residuen.

Erstaunlicherweise erwähnen weder BOX & TIAO (1965) noch GWG die Parallelen, die zwischen ihrem Ansatz und dem GLS Verfahren (siehe Kapitel 6) bestehen. Schreiben wir die Formulierung des generellen linearen Modelles in der Psi - Gewichtform, wie es bei GWG auf Seite 157 zu finden ist:

(7.3.1)

$$z_t = f_t(L,\delta_1,\delta_2,\ldots) + \sum_{j=0}^{t-1} \Psi_j a_{t-j}$$

etwas um, indem wir für den Funktionsausdruck f(L,....) XB setzen und die Psi Gewichte in der kompakten Backshift Operatorschreibweise schreiben, erhalten wir:

(7.3.2)

$$z_t = X_{t,k}B + \Psi(B)a_t$$

$$[\ \Psi(B) = 1+\Psi_1 B+\Psi_2 B^2+\ldots+\Psi_n B^n\ ]$$

$$[\ a_t \propto N,\ 0,\ \Sigma = I\sigma^2\ ]$$

Wie sofort gezeigt werden kann, ist (7.3.2) identisch mit der Schreibweise des GLS Modells von (6.1.12), da in beiden Fällen die Residuen nicht unabhängig, sondern korreliert

sind. Wir können damit (7.3.2) analog zu (6.1.12) auch folgendermassen schreiben:

(7.3.3)

$$z_t = X_{t,t}B + e_t$$

$$[\, e_t \propto N, 0, \Sigma = V\sigma^2, V \neq I \,]$$

Wie wir bei der Diskussion des GLS Verfahrens sahen geschieht die Parameterschätzung für B alternativ über:

(6.1.10)

$$B = (X'\Sigma^{-1}X)^{-1}X'\Sigma^{-1}Y$$

oder über eine Transformation der ganzen Regressionsgleichung

(6.1.13)

$$TY = TXB + TE$$

wobei :

$$TVT' = I$$

(6.1.15)

$$V^{-1}TVT' = V^{-1}I$$

$$TT' = V^{-1}$$

ist. Das Interessante an diesen Transformationsmatrizen T ist, dass sie diesselben Transformationsregeln auf den Zeitreihenvektor Y und die Designmatrix X erzeugen wie das Vorgehen von BOX & TIAO (1965). Bei HIBBS (1974), sowie in den meisten ökonometrischen Lehrbüchern (z.B. JOHNSTON, 1971; WONNACOTT & WONNACOTT, 1970); wird die Herleitung von T für den einfachen AR(1) Prozess ausführlich diskutiert. Damit sind wir jedoch der Lösung unseres Problemes um keinen Schritt näher gerückt, da in dem einen Fall die ARMA Parameter unbekannt sind, und in dem anderen Fall die Varianz - Kovarianzmatrix der Fehler. Wir erinnern uns jedoch, dass wir vor dem gleichen Problem zu Beginn des 4.Kapitels standen: wie kann ich mit n Zeitreihenwerten n+ 1/2(n**2 + n)) unbekannte Parameter+ schätzen. Die Antwort die wir im Verlauf des 4.Kapitels fanden, war, dass wir bei stationären Daten nur einen Mittelwert und eine Varianz schätzen müssen und dass sich die Varianz und die n**2/2 Kovarianzen über die p+q ARMA Parameter schätzen lassen. Wir könnten jetzt also mit den Residuen des OLS - Modells:

+ N Mittelwerte und wegen der Symmetrie der Varianz - Kovarianzmatrix 1/2(n**2) Kovarianzen und n Varianzen.

(7.3.4) $$e_t = z_t - X_{t,k}B$$

$$[\, e_t \sim N,\ 0,\ \Sigma = V\sigma^2,\ V \neq I \,]$$

den iterativen Prozess der Modellidentifikation, Parameterschätzung und Modelldiagnostik etc. durchführen und mit den gefundenen AR und/oder MA Parameter jeweils die theoretischen AKF und die theoretische Varianz berechnen+ Mit der so berechneten AKF könnte jetzt im Prinzip ein GLS Verfahren nach (6.1.10) oder (6.1.13) durchgeführt werden. Allerdings ist ein solches Verfahren ebenfalls nicht sehr ökonomisch, da wir uns z.B. bei Vorliegen einer Zeitreihe mit 100 Messungen mit Matrixoperationen der Grösse 100x100 herumschlagen müssten. Eine ökonmischere Strategie ist es, mittels der geschätzten ϕ und/oder θ Parameter die Psi - Gewichte zu berechnen, und damit nach (7.2.2) die z(t) und nach (7.2.3) die Designmatrix x(t,k) zu transformiren:

(7.2.2) $$y_t = z_t^* = z_t - \sum_{j=1}^{t-1} z_{t-j}^* \Psi_j$$

(7.2.3) $$X_{t,k} = X_{t,k}^* = X_{t,k} - \sum_{j=1}^{t-1} X_{t-j,k}^* \Psi_j$$

Die notwendigen Psi - Gewichte werden dabei nach (4.1.12) berechnet. Das Programm TSX (siehe Anhang) wurde dahingehend modifiziert, dass es die Eingabe der MAXIMUM LIKELIHOOD Schätzungen der AR und/oder MA Parameter erlaubt und daraus den entsprechenden Psi - Vektor berechnet.
Eine weitere einleuchtende theoretische Begründung für den Vorschlag das ARIMA - Modell mit den Residuen von (7.3.4) zu identifizieren und zu schätzen ergibt sich unmittelbar aus (7.3.2). Hier stellen die Residuen ja schon explizit das unbekannte ARIMA - Modell in der Psi - Gewicht Form dar. Über (7.3.4) erhalten wir damit die empirischen Schätzwerte für das gesuchte ARIMA - Modell, aus dem der störende Einfluss des Interventionsmodelles herausgefiltert ist.
Als in mancher Hinsicht verständlicherer Zugang zur Logik und formalen Vorgehensweise der ARIMA Transformation beim allgemeinen linearen Modell ist es daher hilfreich, direkt von der Darstellung (7.3.2) auszugehen:

+ Die Verwendung der empirischen Funktionen ist wegen ihrer schlechteren statistischen Eigenschaften nicht empfehlenswert.

(7.3.2) $$z_t = X_{t,k}B + \Psi(B)a_t$$

$$[\ \Psi(B) = 1+\Psi_1 B+\Psi_2 B^2+\ldots+\Psi_n B^n\ ]$$

$$[\ a_t \propto N,\ 0,\ \Sigma = I\sigma^2\ ]$$

Diese Darstellung gehorcht dem allgemeinen generellen linearen Modell, bis auf die Tatsache, dass die Residuen nicht unabhängig sind, sondern einem ARIMA Abhängigkeitsmodell folgen. Dividieren wir nun die ganze Gleichung (7.3.2) durch dieses ARIMA Polynom, so ergibt sich folgende Form:

(7.3.5) $$\frac{z_t}{\Psi(B)} = \frac{X_{t,k}}{\Psi(B)} + \frac{\Psi(B)}{\Psi(B)}\,a_t$$

Damit kürzt sich das ARIMA Modell in den Residuen weg, und einer Anwendung des generellen linearen Modells bei Zeitreihendaten steht damit nichts mehr im Wege. Schreiben wir für die Division:

(7.3.6) $$\frac{z_t}{\Psi(B)} = z_t^* = y_t$$

ergibt sich für diese durch Umstellung:

(7.3.7)

$$z_t = y_t\Psi(B)$$

$$= y_t(1+\Psi_1 B+\Psi_2 B^2+\ldots+\Psi_t B^t) \quad [\text{für } t=1,\ldots,t-1]$$

$$= y_t-\Psi_1 y_{t-1}+\Psi_2 y_{t-2}+\ldots+\Psi_t y_{t-t}$$

$$y_t = z_t-\Psi_1 y_{t-1}+\Psi_2 y_{t-2}+\ldots+\Psi_t y_{t-t}$$

(7.3.7) ist aber identisch mit Formel (7.3.1) von GWG, wobei die Herleitung und Begründung von (7.3.1) durch GWG kompliziert und nicht unmittelbar einsichtig wird, im Gegensatz zu der Herleitung über die Residuen und das GLS Modell. Mit (7.3.6) wird auch die Transformation des AR(1) und des IMA(1,1) Modells von BOX & TIAO (1965) unmittelbarer einleuchtend: Nach unserem Ansatz folgen die Residuen e(t) des OLS Modells bei einem AR(1) Prozess ebenfalls einem AR(1) Prozess:

(7.3.8)

$$(1-\varphi_1 B)e_t = a_t$$

$$e_t = \frac{1}{(1-\varphi_1 B)} a_t$$

Dividieren wir nun das OLS Modell durch den Bruch:

(7.3.9)

$$z_t = X_{t,k}B + \frac{1}{(1-\varphi_1 B)} a_t$$

ergibt sich:

(7.3.10)

$$z_t(1-\varphi_1 B) = X_{t,k}(1-\varphi_1 B) + a_t$$

was identisch mit (7.1.18) und (7.1.19) ist. Beim IMA(1,1) Modell gehorchen entsprechend die Residuen e(t) des OLS Modells einem IMA(1,1) Modell:

(7.3.11)

$$(1-B)e_t = (1-\theta_1 B)a_t$$

$$e_t = \frac{(1-\theta_1)}{(1-B)} \quad a_t$$

Division des OLS Modell durch das ARIMA Modell:

(7.3.12)

$$\frac{(1-B)}{(1-\theta_1 B)} z_t = \frac{(1-B)}{(1-\theta_1 B)} X_{t,k} + a_t$$

ergibt nach einigen Umformungen dieselbe Tranformationsregel der z - Werte und der Designmatrix X wie bei BOX & TIAO (1965). Der Ansatz über die Residuen des OLS Modells ist aber einfacher, genereller, und auch für Nichtexperten nachvollziehbar. Ein weiterer Vorteil dieses Ansatzes ist die Tatsache, dass damit unmittelbar plausibel wird, warum auch die Designmatrix X transformiert werden muss, da die ganze OLS Gleichung durch das ARIMA Polynom dividiert werden muss, damit die a(t) dem generellen linearen Modell gehorchen. Verschiedene Kollegen hatten damit grosse Schwierigkeiten, da sie nicht verstanden, warum mit den Y - Werten, aus denen ja das Abhängigkeitsmodell schon entfernt

ist, und die damit faktisch unkorreliert sind, nicht ein normaler t- Test oder Varianzanalysen durchgeführt werden können. Diesen Fehler machte beispielsweise SIMONTON (1977), der vorschlug nur aus den z(t) Werten das ARIMA - Modell zu eliminieren um dann auf diese Residuen das generelle lineare Modell anzuwenden. Auf unsere Kritik+ modifizierte SIMONTON (1978) seinen Ansatz ++ Diese falsche Vorgehensweise würde übrigens in vielen Fällen zu einer völlig falschen Fehlervarianzschätzung und damit falschen Signifikanzen führen.

Als Alternative zu dem Vorgehen von BOX & TIAO (1965) und von GWG wird folgendes zweitstufige Verfahren vorgeschlagen.

1. Die Residuen werden nach (7.3.4) berechnet. Mit diesen Residuen wird wie in Kapitel 4 beschrieben ein passendes ARIMA - Modell identifiziert und geschätzt.

2. Mit den geschätzten ARMA - Parametern wird dann die Zeitreihe $\underline{y}$ und die Designmatrix X nach (7.2.1) und (7.2.2) transformiert. Mit diesen transformierten Daten werden abschliessend über ein gewöhnliches OLS - Verfahren die Interventionsparameter geschätzt.

7.3.1 Validierung des Ansatzes der Modellidentifikation über die Residuen.

Um die Brauchbarkeit der Identifikation des ARIMA Modells über die Residuen eines gewöhnlichen Regressionsmodells zu überprüfen wurden alle Beispieldatensätze aus dem Buch "Design and analysis of time series experiments" von GWG (1975) neu analysiert, soweit sie eine Intervention aufwiesen. Da die Autoren bei ihren Modellidentifikationen auf verschiedene wichtige statistische Hilfsgrössen wie den Portmanteautest und den RAO - TINTNER - Test verzichteten, wurde aus Gründen der Vergleichbarkeit die Modellidentifikation getrennt fuer Prä- und Postinterventionsdaten nach den Kriterien von Kap. 4.13 noch einmal durchgeführt. In diesem Zusammenhang wurde auch eine Modellidentifikation auf die ganze Zeitreihe, ohne Berücksichtigung des Interventionseffekts durchgeführt, um den Effekt eines solchen Vorgehens zu demonstrieren.

Beispiel 1:

Als Beispiel für einen MA(1) Prozess mit Interventionseffekt analysieren GWG auf den Seiten 125-127 die Daten einer verhaltenstherapeutischen Studie von HALL et al. (1971). Verlauf und Treatmentbedingungen können aus Abb. 7.3 entnommen werden.

+KEESER, 1978 persönliche Mitteilung
++SIMONTON, 1978 persönliche Mitteilung.

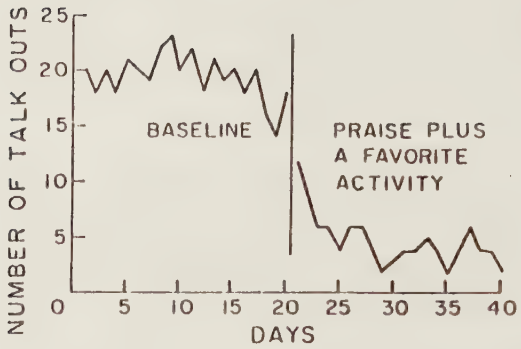


Abb. 7.3: Häufigkeit täglicher "Schwätzperioden" in einer Schulklasse (aus GLASS, WILLSON & GOTTMAN, 1970,S.125).

I Modellidentifikation der Daten vor der Intervention:

Bei den Daten vor der Intervention zeigt der RAO - TINTNER Test keine signifikante Abweichung von der Stationaritätsannahme.

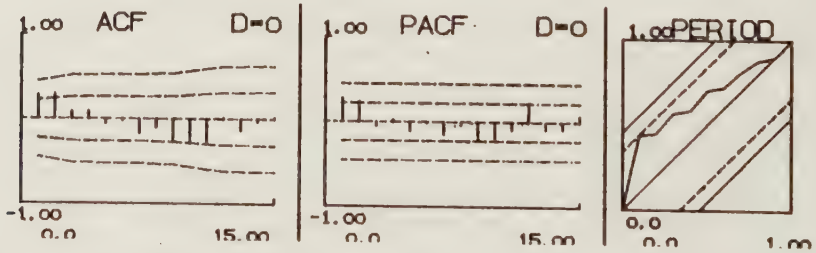


Abb.7.3 (a): ACF,PACF und kumuliertes Periodogramm der Daten vor der Intervention.

Alle geplotteten Modellidentifikationsfunktionen deuten auf einen "white noise" Prozess, was auch im Portmanteautest (I: p=.9975; II: p=.85689) deutlich zum Ausdruck kommt.

II Modellidentifikation der Daten nach der Intervention:

Nach dem RAO - TINTNER Test liegt bei den Daten nach der Intervention eine signifikante Abweichung von der Stationaritätsannahme im Level vor (die Varianzverhältnisse hier sind: V3/V2: 14.81/5.16 = 2.86 (p>.05); V2/V1: 5.16/2.77= 1.86 (p>.05); V1/V0: 2.77/5.42=0.51 (p<.01))

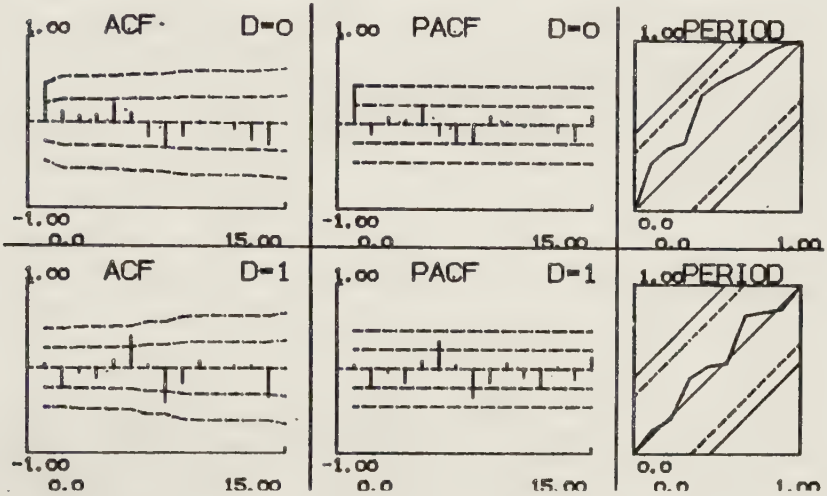


Abb.7.3 (b): ACF, PACF und kumuliertes Periodogramm der Daten nach der Intervention.

Beim Differenzenbildungsgrad d=1 sprechen allerdings wiederum sowohl die geplotteten Funktionen aus Abb.7.3 (b), als auch der PORTMANTEAUTEST (I: p=99741; II: p=6293) für einen white noise Prozess. Wir sahen allerdings bei Person 310, dass sich bei kurzen Zeitreihen die Gefahr eines Beta Fehlers stark erhöht. Es scheint von daher sinnvoll, bei kurzen Zeitreihen (n <50) ein Alphaniveau von 10% anzulegen. Aber selbst bei diesem Signifikanzniveau zeigt das Verhalten von ACF und PACF der Daten sowohl vor, als auch nach der Intervention keinen schlüssigen Hinweis für einen MA(1) Prozess. Dieser Problematik waren sich GWG offensichtlich bewusst, als sie vorschlugen, die ACF der beiden Phasen einfach zu mitteln. Allerdings sind dafür keinerlei theoretischen Begründungen aus der entsprechenden Literatur bekannt.

III Modellidentifikation der Daten über die Residuen des OLS - Modells.

Bei der Identifikation über die Residuen ergab der RAO - TINTNER Test keine signifikante Abweichung von der Stationaritätsannahme des Levels. Der Portmanteautest II ist hier ebenfalls nicht signifikant (p=.60509). Will man jedoch einen stochastischen Prozess annehmen, so zeigt die ACF aus Abb.7.3 (c) nur einen signifikanten Koeffizienten.

Die PACF dagegen gibt Anzeichen für ein exponentielles Ausschwingen, wie es für einen MA(1) Prozess typisch ist. Obwohl dieser Datensatz als Beispiel für einen MA(1) Prozess sicher nicht sehr glücklich gewählt ist, ist eine Modellidentifikation des MA(1) Prozesses über die Residuen des OLS Modells dennoch leichter möglich, als mit dem Ansatz von GWG.

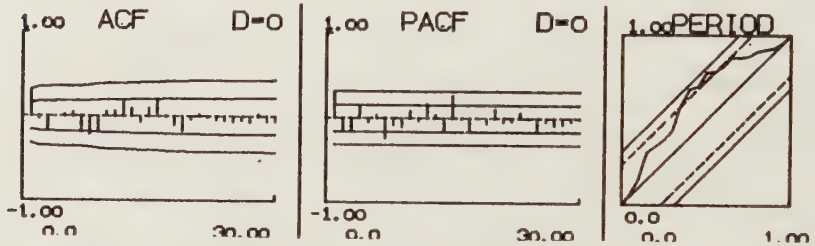


Abb. 7.3 (c): ACF,PACF und kumuliertes Periodogramm der Residuen des OLS Modells.

IV Modellidentifikation der ganzen Zeitreihe.

Der RAO - TINNER Test verlangt hier einmalige Differenzenbildung, was auch an dem linearen Abfall der ACF bei d=0 aus Abb.7.3 (d) zu sehen ist. Bei ACF und PACF bei d=1 ist nur der erste Koeffizient signifikant. Der Portmanteautest (I: p=.966; II: p=.784) macht einen "white noise" bei d=1 wahrscheinlich. In diesem Fall wären dann jedoch die zu schätzenden Interventionsparameter völlig falsch, da wir es durch die falsche Differenzenbildung mit einem anderen Datenraum zu tun hätten.

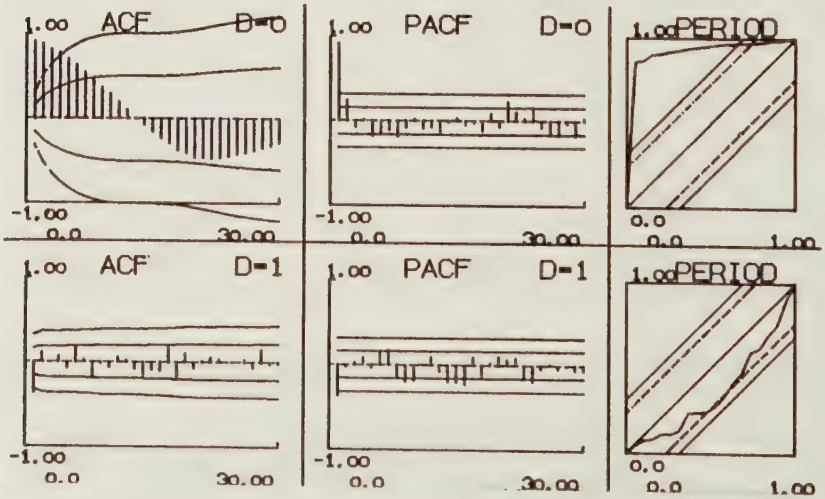


Abb.7.3 (d): ACF,PACF und Periodogramm der ganzen Zeitreihe.

Parameterschätzung:

Mit dem iterativen Schätzverfahren von GWG sind bei einem einparametrigen ARIMA Modell 100 sequentielle ARIMA - Transformationen des OLS Modells mit anschliessender "Least Squares Schätzung" der Beta Parameter notwendig, um den unbekannten ϕ oder θ Parameter zu finden. Im obigen Fall wurde über das Verfharen von GWG das Minimum der Fehlervarianz bei θ=.34 mit dem entsprechenden Interventionaparameter Delta=-14.28 (t=-16.39;p <.01) gefunden. Das heisst, die experimentelle Einführung von Lob kombiniert mit der Möglichkeit kontingent sich mit einer geschätzten Tätigkeit zu befassen, brachte eine Reduktion von etwa 16 "Schwätzperioden" mit sich. Die MAXIMUM LIKELIHOOD Schätzungen anhand der Residuen brachten hier folgendes Ergebnis:

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHÄTZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
MEAN	0	-0.00894	-0.90243	0.88455
MOVING AVERAGE 1	1	-0.34046	-0.65216	-0.02876

ANZAHL DER RESIDUEN	40
SSQ DER RESIDUEN	169.92839
FREIHEITSGRADE	38
MSQ DER RESIDUEN	4.47180
STANDARDFEHLER	2.11466

Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen von der Normalverteilung p=0.97826

Interkorrelation der Parameter

	1	2
1	1.0000	
2	0.0220	1.0000

Portmanteau-Test I p=0.96927

Portmanteau-Test II P=0.76623

Wie man sieht ist die Übereinstimmung ausgezeichnet.

Beispiel 2:

Als Illustration für einen AR(1) Prozess mit einem vermuteten Interventionseffekt benutzen GWG auf den Seiten 130-133 ihres Buches Daten eines Projektes zur Reduktion von Überfällen im Hyde Park von Chicago. Die Zeitreihe ist in Abb.7.4 zu sehen.

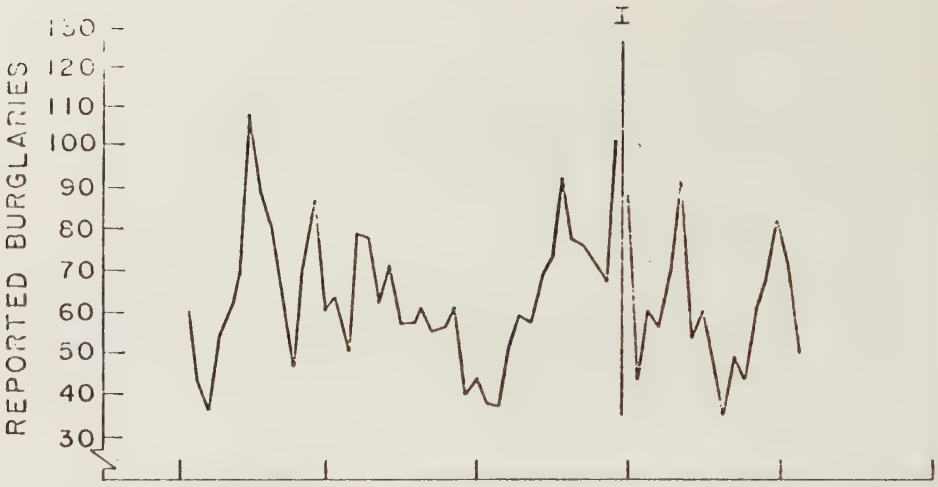


Abb.7.4: Angezeigte monatliche Überfälle des Hyde Park Polizeirevier von Chicago (April 1969 - September 1973). (N1=41,n2=17) (aus GLASS, WILLSON & GOTTMAN, 1975, S.132)

I Modellidentifikation der Daten vor der Intervention:

Der RAO - TINTNER Test für die Daten vor der Intervention ist nicht signifikant. Der Portmanteautest ist in seiner modifizierten Version signifikant (I: p=.26; II: p=.04). Die ACF und PACF aus Abb.7.5 (a) lassen einen AR(1) Prozess ziemlich klar erkennen.

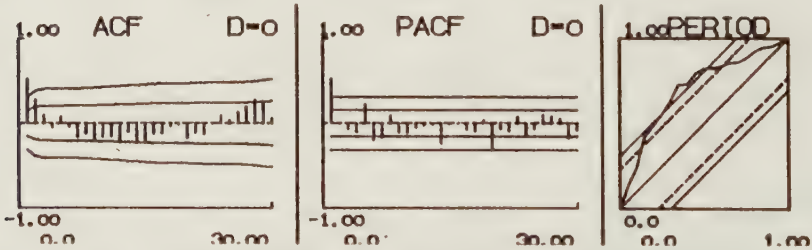


Abb.7.5 (a): ACF, PACF und kumuliertes Periodogramm der Daten vor der Intervention.

II Modellidentifikation der Daten nach der Intervention:

Die Modellidentifikation der Post Interventionsdaten sind zwar mit 17 Zeitpunkten viel zu kurz, doch lässt sich in ihnen beim besten Willen kein AR(1) Prozess ausmachen. Der RAO - TINTER Test zeigt hier keine signifikante Abweichung von einem stationären Prozess an. Sowohl ACF, PACF, kumuliertes Periodogramm aus Abb.7.5 (b) wie auch der

Portmanteautest (I: p=1.0; II: p=.95) bei d=0 deuten mit grosser Wahrscheinlichkeit auf einen "white noise" Prozess. Selbst bei Anlegen des 90% Vertrauensintervalls sind in der ACF nur der Koeffizient zum Lag 4 und bei der PACF die Koeffizienten zu den Lags 4 und 7 signifikant, was beides ebenfalls gegen die Annahme eines AR(1) Verhaltens der Zeitreihe nach der Intervention spricht.

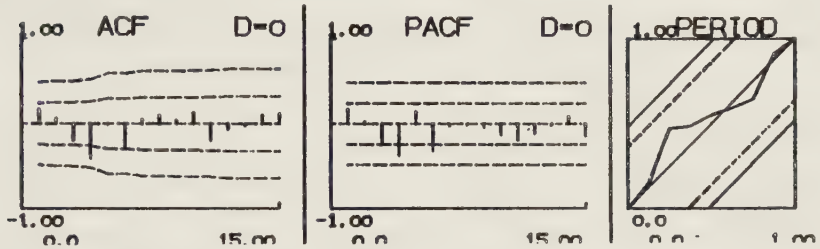


Abb.7.5 (b): ACF, PACF und kumuliertes Periodogramm der Daten nach der Intervention.

III Modellidentifikation der Daten über die Residuen des OLS - Modells.

Der RAO - TINTER Test ist hier nicht signifikant, also wird Stationarität angenommen. Der Portmanteautest ist in seiner schärferen Form signifikant (I: p=.06; II: p=.01). Das Verhalten der ACF und PACF aus Abb.7.5 (c) lassen einen AR(1) Prozess zu.

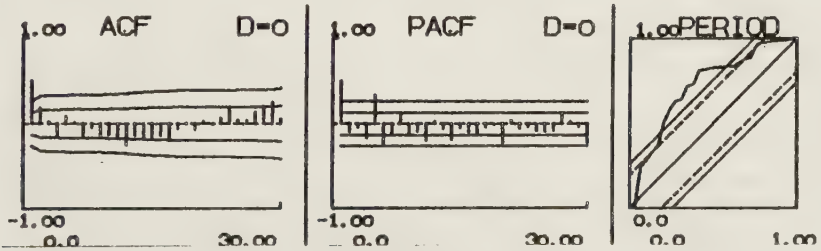


Abb. 7.5(c): ACF,PACF und kumuliertes Periodogramm der Residuen des OLS Modells.

IV Modellidentifikation der ganzen Zeitreihe.

der RAO - TINTER Test der Daten der ganzen Zeitreihe ist in diesem Fall nicht signifikant. Die ACF und PACF aus Abb.7.5 (d) sind hier praktisch identisch mit Abb.7.5 (c) der Residuen des OLS - Modells.

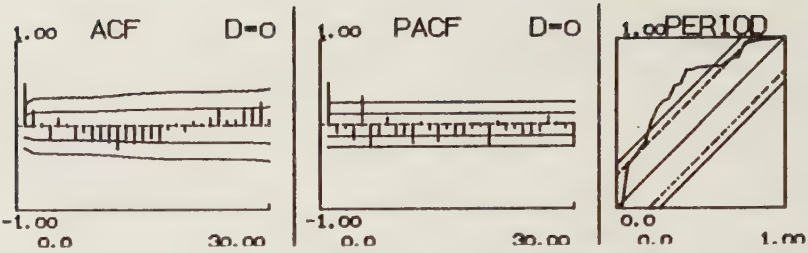


Abb.7.5 (d): ACF, PACF und Periodogramm der ganzen Zeitreihe.

Diese Ähnlichkeit liegt jedoch daran, dass der postulierte Interventionseffekt hierbei nicht signifikant war (Delta=-5.41; t=-.72; p>.10) In so einem Fall sind die Originaldaten von einer additiven Konstante abgesehen, mit den Residuen praktisch identisch, wie man aus dem Vergleich von Abb.7.6 (a) und 7.6 (b) entnehmen kann.

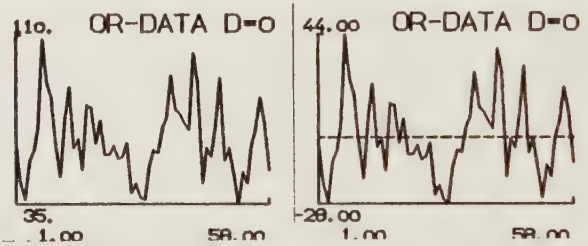


Abb.7.6 (a) Originalzeitreihe (b) Residuen des OLS - Modells.

Parameterschätzung:

Das minimum der Errorvarianz wurde mit dem Verfahren von GWG bei ϕ=.50 gefunden. Der entsprechende Interventionsparameter Delta=-5.41 (t=-.72; p >.10) unterscheidet sich damit nicht zufällig von Null. Das heisst die Einführung von vermehrten Polizeistreifen brachte in diesem Fall keine Reduktion der Überfälle mit sich. Die MAXIMUM LIKELIHOOD Schätzung anhand der Residuen brachte folgende Ergebnisse :

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHÄTZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
AUTOREGRESSIVE 1	1	0.50143	-0.02623	1.02909
MEAN	0	0.00010	-0.95240	0.95259

ANZAHL DER RESIDUEN	57
SSQ DER RESIDUEN	11507.2344
FREIHEITSGRADE	55
MSQ DER RESIDUEN	209.22249

```
STANDARDFEHLER          14.46453
-------------------------------------------------------------
Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen
von der Normalverteilung  p=0.50136
Interkorrelation der Parameter
        1       2
  1  1.0000
  2  0.8960 1.0000
Portmanteau-Test I  p=0.34340
Portmanteau-Test II P=0.08207
-------------------------------------------------------------
```

Es zeigt sich auch in diesem Fall, dass die Parameterschätzung über die Residuen den zugrundeliegenden AR(1) Prozess mit derselben Genauigkeit erfassen, wie der Ansatz von GWG. Allerdings ist an diesem Beispiel schön zu sehen, dass selbst ein ϕ=.50 statistisch nicht signifikant sein muss, wie man aus den Konfidenzintervallen sieht.

Beispiel 3:

Als Beispiel fuer einen IMA(1,1) Prozess mit einem Interventionseffekt analysierten GWG die schon von HOLTZMANN (1963) verwendeten Daten von MEFFERED. Das Design von MEFFERED ist in Abb.7.7 wiedergeben.

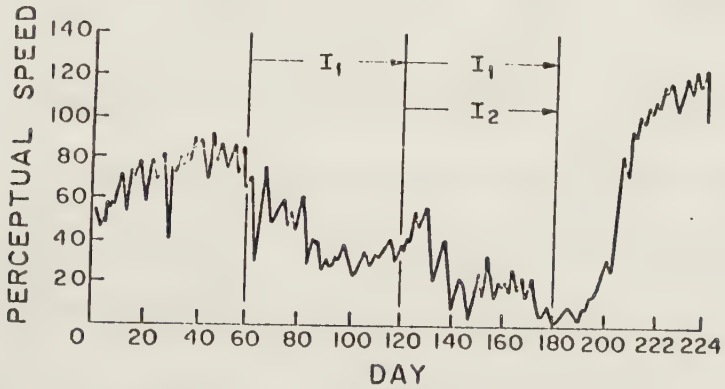


Abb.7.7: Der Effekt eines Tranquilizers (Chlorpromazin) -I1- und Elektroschocks -I2- auf die Wahrnehmungsgeschwindigkeit eines schizophrenen Patienten (aus GLASS, WILLSON & GOTTMAN, 1970, S.21).

Die Untersuchung von MEFFERED stellte in der Entwicklung der experimentellen Einzelfallanalyse zweifellos eine Pionierleistung dar: Ein schizophrener Patient wurde über einen Zeitraum von 245 Tagen intensiv beforscht. Hierbei wurden täglich mehrere objektive psychomotorische Tests und biochemische Untersuchungen durchgeführt. Die experimentellen Bedingungen bestanden aus 60 Tagen Verabreichung eines Placebos, 60 Tage Verabreichung von Chlorpromazin, 60 Tage kombiniert Chlorpromazin und

Heilkrampfbehandlung und zum Schluss noch einmal 65 Tage Placebobedingung. GWG reanalysierten die Ergebnisse des psychomotorischen Wahrnehmungsgeschwindigkeitstests, wobei sie nur die Baselinephase und die Chlorpromazinbehandlungsphase benutzten.

I Modellidentifikation der Daten vor der Intervention:

Der RAO - TINTER Test gibt keinen Hinweis auf notwendige Differenzenbildung (V3/V2: 1735.3/531.4=3.266 (p>5%); V2/V1: 531.4/178.5=2.977 (p>5%); V1/V0: 178.5/161.0=1.109 (p>5%)). Der Portmanteautest lehnt einen "white noise" Prozess mit grosser Zuverlässigkeit ab (I: ρ=.000; II: p=.000) Das Verhalten der ACF und PACF deuten in mancher Hinsicht auf einen gemischten ARMA(1,1) Prozess. Dafür spricht vor allem auch die Tatsache, dass die beiden ersten Autokorrelationskoeffizienten in der entsprechenden Stationaritäts - Invertibilitätsregion liegen.

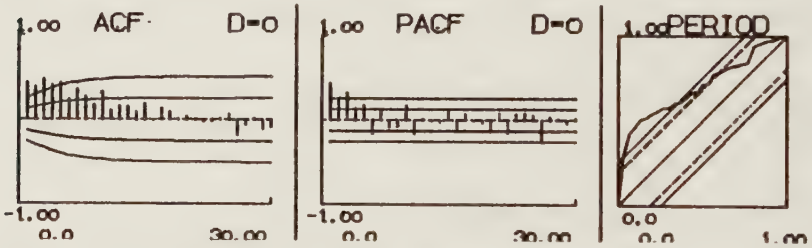


Abb.7.8 (a): ACF,PACF und kumuliertes Periodogramm der Daten vor der Intervention.

II Modellidentifikation der Daten nach der Intervention:

Hier verlangt der RAO - TINTNER Test auf dem 1% Niveau einmalige Differenzenbildung (V3/V2: 1226.0/354.3=3.460 (p>5%); V2/V1: 354.3/118.9=2.981 (p>5%); V1/V0: 118.9/166.5=0.714 (p<1%)). Das Verhalten der ACF und PACF bei d=1 aus Abb.7.8 (b) lassen einen IMA(1,1) Prozess als plausibles Modell zu.

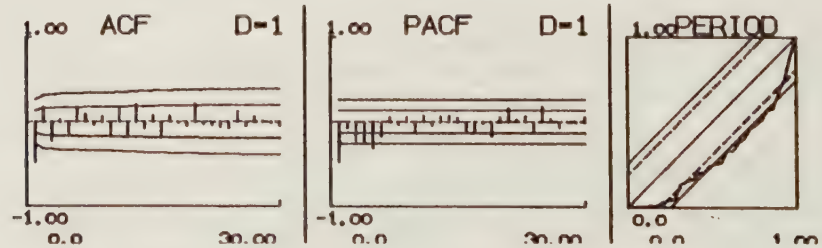


Abb.7.8 (b): ACF,PACF und kumuliertes Periodogramm der Daten nach der Intervention.

III Modellidentifikation der Daten über die Residuen des OLS - Modells.

Der RAO - TINTNER Test verlangt einmalige Differenzenbildung um Stationartität zu erzielen. (V3/V2: 1447.8/435.5=3.324 (p>5%); V2/V1: 435.5/148.5=2.933 (p>5%); V1/V0: 148.5/163.8=0.907 (p<5%)). Die ACF aus Abb.7.8 (c) hat nur einen signifikanten Koeffizienten während die PACF exponentiell gegen Null ausschwingt, wie es für einen MA(1) Prozess typisch ist. Bemerkenswert ist hier vor allem, dass eine vorhandene Nichtstationarität der der Daten, die unabhängig von einer Intervention ist, in den Residuen voll erhalten bleibt.

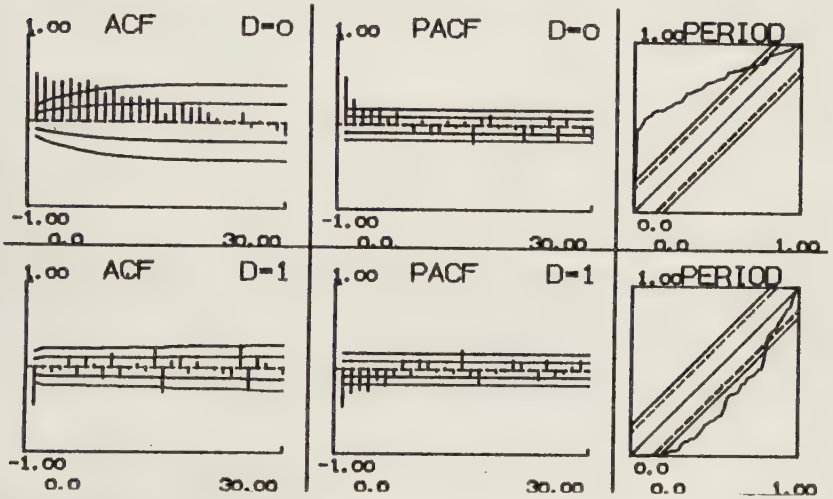


Abb.7.8 (c): ACF,PACF und Periodogramm der Residuen des OLS Modells.

IV Modellidentifikation der ganzen Zeitreihe.

Nach dem RAO - TINTENER Test einmalige Differenzenbildung notwendig. (V3/V2: 1513.3/451.3=3.354 (p>5%); V2/V1: 451.3/151.4=2.981 (p>5%); V1/V0: 151.4/398.9=0.380 (p<1%)). Das Verhalten von ACF, PACF und kumuliertem Periodogramm aus Abb. 7.8 (d) zeigt hier grosse Übereinstimmung mit den entsprechenden Funktion der Residuen von Abb.7.8 (c), obwohl, wie unten gezeigt wird, der Interventionseffekt Delta signifikant ist.

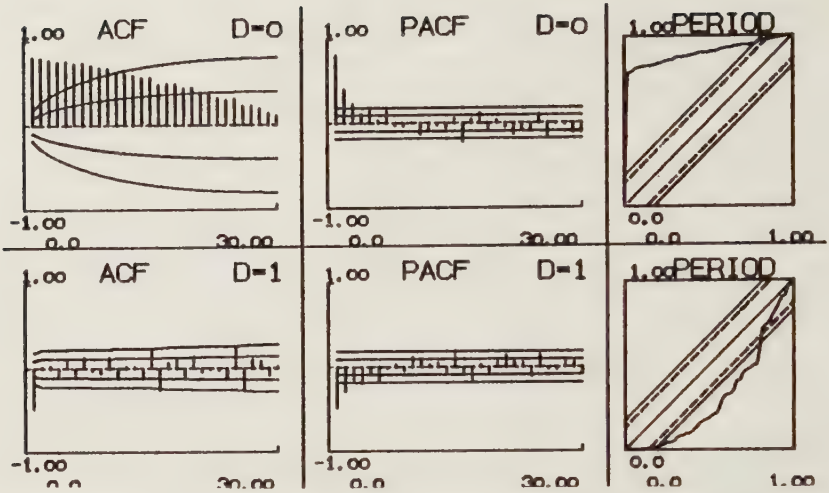


Abb.7.8 (d): ACF,PACF und Periodogramm der ganzen Zeitreihe.

Parameterschätzung:

GWG fanden das Minimum der Fehlervarianz bei θ=.76 mit einem Interventionseffekt Delta=21.83 ($t=-3.48; p<.05$). Die Einführung des Pharmakon bewirkte also eine deutlich Verlangsamung der Wahrnehmungsgeschwindigkeit. Die Parameterschätzung mit dem Program UNESAF anhand der Residuen ergab auch hier völlige Übereinstimmung:

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHÄTZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
MOVING AVERAGE 1	1	0.76902	0.65330	0.88474

ANZAHL DER RESIDUEN	119
SSQ DER RESIDUEN	11187.1250
FREIHEITSGRADE	118
MSQ DER RESIDUEN	94.80617
STANDARDFEHLER	9.73685

Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen von der Normalverteilung p=0.83897
Interkorrelation der Parameter
Portmanteau-Test I p=0.40157
Portmanteau-Test II P=0.20090

Beispiel 4:

In Beispiel 3 stimmten die Modellidentifikation, wie sie mit der gesamten Zeitreihe und mit den Resdiuen durchgeführt wurden, erstaunlich gut überein. Um zu überpruefen, ob dies

Eventuell für IMA(1,1) Prozesse typisch ist wurde ein weiteres Beispiel für einen IMA(1,1) Prozess mit Interventionseffekt aus GWG (Seite 193-196) analysiert. Hierbei handelte es sich um die Überprüfung eines legislativen Effektes aus dem Schulbereich. Die Zeitreihe ist in Abb.7.9 abgebildet.

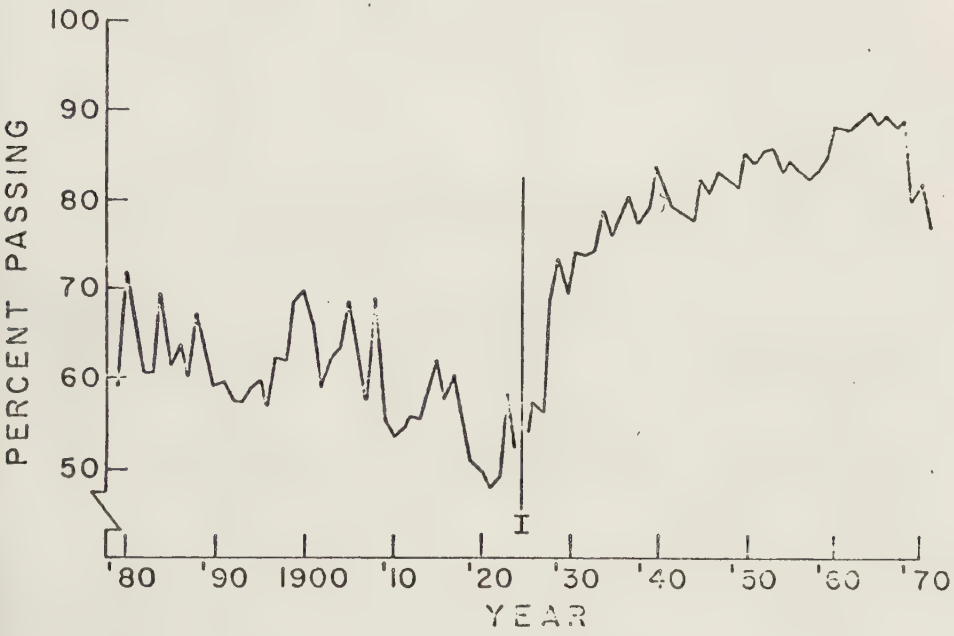


Abb.7.9: Prozentsatz der Studenten, die die Zwischen- und Abschlussprüfungen in Irland bestanden (1879-1971) (n1=45;n2=47) (aus GLASS, WILLSON & GOTTMAN, 1970, S. 195).

I Modellidentifikation der Daten vor der Intervention:

Der RAO - TINTNER Test ist bei Daten vor der Intervention statistisch nicht signifikant. ACF und PACF aus Abb.7.9 (a) deuten ziemlich deutlich auf einen AR(1) Prozess.

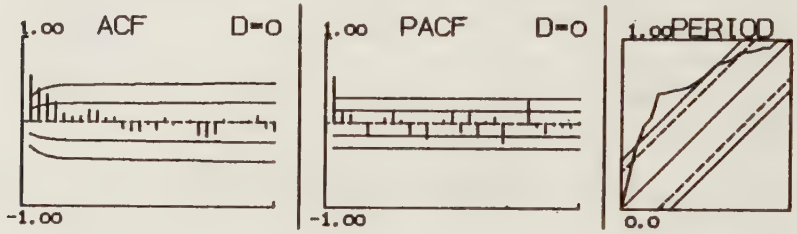


Abb.7.9 (a): ACF, PACF und kumuliertes Periodogramm der Daten vor der Intervention.

II Modellidentifikation der Daten nach der Intervention:

Bei den Post- Interventionsdaten ist nach dem RAO - TINTNER Test einmalige Differenzenbildung erforderlich, um Stationarität im Level zu erzielen. (Die Varianzverhältnisse hier sind: V3/V2: 90.2/28.0=3.221 (p>5%); V2/V1: 28.0/11.6= 2.406 (p>.05%); V1/V0: 11.6/67.6=0.172 (p<0.1%)) Inspektion der ACF und PACF bei d=1 in Abb.7.9 (b) deuten recht deutlich auf einen "white noise" Prozess, wofür auch der Portmanteautest spricht (I: p=.98; II: p=.92). Gegen einen Zufallsprozess spricht höchstens das Verhalten des kumulierten Periodogramms aus Abb.7.9 (b).

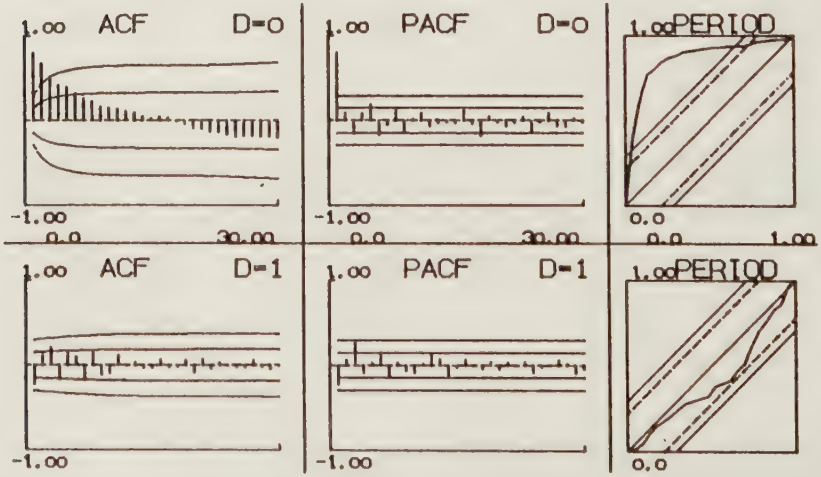


Abb.7.9 (b): ACF, PACF und kumuliertes Periodogramm der Daten nach der Intervention.

III Modellidentifikation der Daten über die Residuen des OLS - Modells.

Der RAO - TINTNER Test verlangte hier einmalige Differenzenbildung, um Stationarität zu erzielen. (Die Varianzverhältnisse sind: V3/V2: 171.3/57.7=2.970 (p>.05%); V2/V1: 57.7/24.4= 2.364 (p>.05%); V1/V0: 24.4/49.9=0.489 (p<.01%)) ACF und PACF aus Abb.7.9 (c) und der Portmanteautest (I: p=.78; II: p=.58) deuten auf einen "white noise". Allerdings spricht hiergegen das Verhalten des kumulierten Periodogramms aus Abb.7.9 (c).

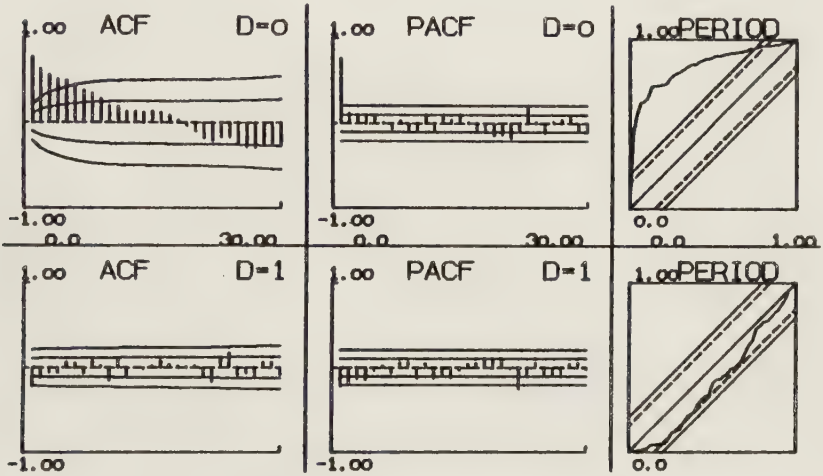


Abb.7.9 (c): ACF, PAC und kumuliertes Periodogramm der Residuen des OLS Modells.

IV Modellidentifikation der ganzen Zeitreine.

Auch hier verlangt der RAO - TINTNER Test einmalige Differenzenbildung, um die Nichtstationarität der Daten zu beseitigen. ACF, PACF und kumuliertes Periodogramm aus Abb.7.9 (d) zeigen in diesem Fall wieder grosse Ähnlichkeit mit den entsprechenden Funktionen der Residuen aus Abb.7.9 (c), doch hängt diese Ähnlichkeit, wie schon bei dem Beispiel 2, wieder damit zusammen, dass der postulierte Interventionseffekt sich als nicht signifikant herausstellte.

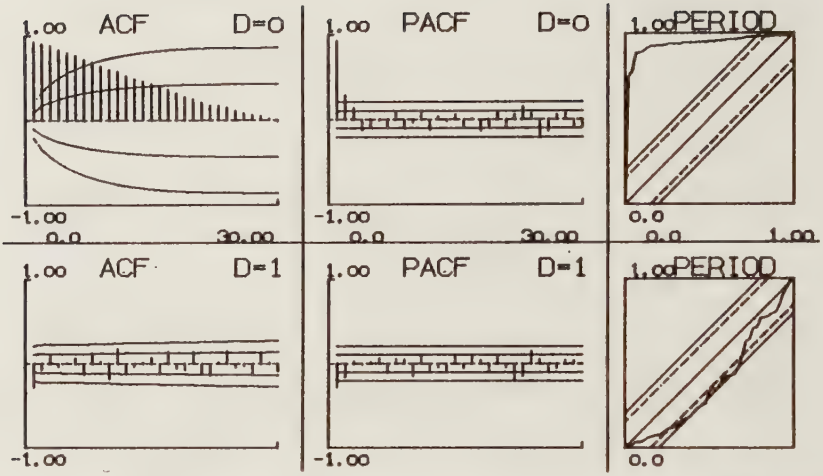


Abb.7.9 (d): ACF, PAC und kumuliertes Periodogramm der ganzen Zeitreihe.

Parameterschätzung:

Mit dem Programm TSX von BOWER et al. (1974) wurde das Minimum der Fehlervarianz bei θ=.36 gefunden. Wie schon erwähnt war der entsprechende Interventionsparameter Delta hierbei nicht signifikant (delta=1.65;t=.41,p >.10). Die MAXIMUM LIKELIHOOD Parameterschätzung über die Residuen ergab auch hier wieder völlige Übereinstimmung.

Differenzenbildungsgrad 1 der Periodik 1

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHÄTZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
MOVING AVERAGE 1	1	0.36907	0.17182	0.56632

ANZAHL DER RESIDUEN	92
SSQ DER RESIDUEN	2074.57520
FREIHEITSGRADE	91
MSQ DER RESIDUEN	22.79753
STANDARDFEHLER	4.77468

Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen von der Normalverteilung p=0.09763
Portmanteau-Test I p=0.77228
Portmanteau-Test II p=0.53024

Die Parameterschätzung widerlegt damit auch die Vermutung, dass der zugrundeliegende Prozess ein white noise Prozess ist.

7.3.2 Beispiele aus der Psychotherapieforschung.

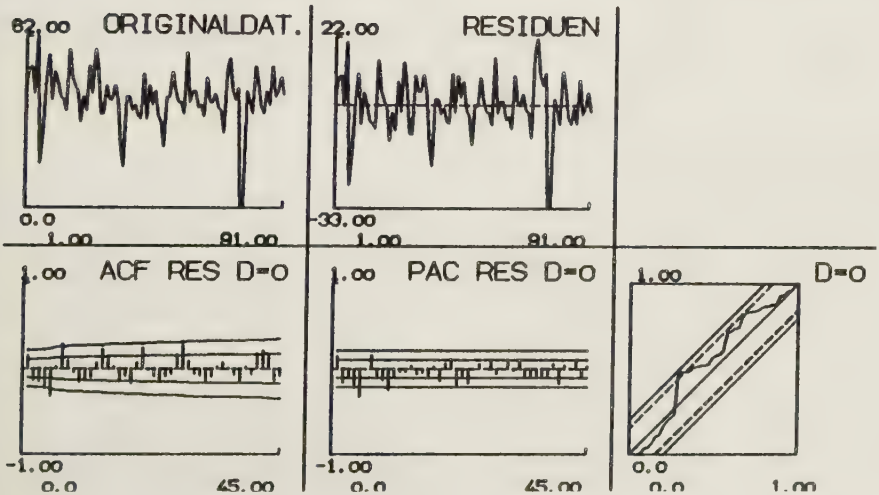
Im folgenden Abschnitt sollen nach der im Kapitel 7.3 erarbeiteten Methode 27 der 40 Verläufe des täglichen Zigarettenkonsums einer Treatmentgruppe des Therapieexperimentes von BRENGELMANN & SEDLMAYR (1975) analysiert werden. Die Wahl für das Therapieverfahren "Covert Sensitization" war dabei eher zufällig als absichtlich. Die 13 ausgeschiedenen Verläufe wiesen in mindestens 10% Der Daten hintereinander einen konstanten Wert auf, weswegen, wie es im Kapitel 4.17 begründet wurde, eine stochastische Zeitreihenanalyse dieser Daten nicht sinnvoll ist. Das experimentelle Design bestand aus einer einwöchigen Baseline Phase, 6 Wochen Therapie mit wöchentlich zwei Sitzungen. Daran schloss sich zwei Wochen Auffrischungstherapie ("Boostersitzungen") mit wöchentlich einer Therapiesitzung an. Danach folgten jeweils eine Woche Reversalphase (Reversal 1), Auffrischungssitzung ("Booster 2"), erneute Reversalphase (Reversal 2), Boostersitzung ("Booster" 3) und abschliessend eine erneute Reversalphase (Reversal 3). Für nähere Einzelheiten des Designs und der Therapiedurchführung wird auf BRENGELMANN & SEDLMAYR (1975) verwiesen. Aus Gründen einer möglichst sensiblen Analyse, die auch spezifische Verlaufsmuster sichtbar werden lässt, wählten wir als Designmatrix die Form, wie sie in Tab.7.1 abgebildet ist. Diese Designmatrix erlaubt dabei die Testung jedes Wochenmittelwertes von Woche 2 bis Woche 13 gegenüber dem Mittelwert der Anfangsbaseline, was uns klinisch sinnvoll erscheint. Der Regressionskoeffizient, der sich aus der ersten Spalte ergibt stellt dabei den Mittelwert der Anfangsbaseline dar, und die 12 weiteren Regressionskoeffizienten sind die Differenz der entsprechenden Woche und der Anfangsbaseline. Damit lässt sich der Mittelwert jeder Woche(i) unmittelbar als Summe des ersten Regressionskoeffizienten und des (i) Regressionskoeffizienten berechnen. Mit diesen Wochenmittelwerten können dann u.U. ohne grossen Aufwand, weitere post - hoc Tests im Sinne von geplanten Vergleichen durchgeführt werden.

Tab.7.1: Designmatrix des Regressionsmodell (OLS) der "Covert Senzitization" Daten.

(1)	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(2)	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(3)	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(4)	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(5)	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(6)	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(7)	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(8)	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(9)	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(10)	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(11)	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(12)	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(13)	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(14)	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(15)	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(16)	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(17)	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(18)	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(19)	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(20)	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(21)	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(22)	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(23)	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(24)	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(25)	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(26)	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(27)	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(28)	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(29)	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
(30)	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
(31)	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
(32)	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
(33)	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
(34)	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
(35)	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
(36)	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
(37)	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
(38)	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
(39)	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
(40)	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
(41)	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
(42)	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
(43)	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
(44)	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
(45)	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
(46)	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
(47)	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
(48)	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
(49)	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
(50)	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
(51)	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
(52)	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
(53)	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
(54)	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
(55)	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
(56)	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
(57)	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
(58)	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
(59)	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
(60)	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
(61)	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
(62)	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
(63)	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
(64)	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
(65)	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
(66)	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
(67)	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
(68)	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
(69)	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
(70)	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
(71)	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
(72)	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
(73)	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
(74)	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
(75)	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
(76)	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
(77)	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
(78)	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
(79)	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
(80)	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
(81)	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
(82)	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
(83)	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
(84)	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
(85)	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
(86)	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
(87)	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
(88)	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
(89)	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
(90)	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
(91)	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

Für alle 27 Verläufe wurde ein gewöhnliches Regressionsmodell (OLS) berechnet, und anhand der Residuen wurde überprüft, ob die wichtigste Voraussetzung für dieses Modell, nämlich die Unabhängigkeit der Residuen statistisch, erfüllt ist. Lag offensichtlich kein unabhängiger Prozess vor, wurde für diese Zeitreihe die iterative Schleife einer versuchsweisen ARIMA Modellidentifikation, Parameterschätzung und anschliessenden Modelldiagnostik etc. angewandt. Da die Prüfung auf einen "white noise" Prozess und der Vorgang der Modellidentifikation, Parameterschätzung und Modelldiagnostik in den vorangehenden Kapiteln ausführlich behandelt wurde, soll hierauf im Detail nicht mehr eingegangen werden, sondern die Ergebnisse im folgenden gleich dargestellt werden. Die sich anschliessenden Tabellen und Plots zeigen für jede Person zuerst die geplotteten Residuen des OLS Modells zusammen mit der ACF, PACF und dem kumuliertem Periodogramm davon. Zeigten diese Residuen keine statistischen Abweichungen von einem "white noise" Prozess, so schliessen sich an diese Plots die eigentlichen Ergebnisse des OLS Verfahrens an. Folgten die Residuen des OLS Modells jdeoch einem ARIMA Prozess, so folgen auf die geplotteten Funktionen der OLS - Residuen zuerst die MAXIMUM LIKELIHOOD Schätzungen des ARIMA Modells, einschliesslich der geplotteten diagnostischen Funktionen der ARIMA - Residuen. An diese schliesst sich dann, zum Vergleich nebeneinander gestellt, die Ergebnisse des OLS und des Modells nach der ARIMA Transformation an, das wegen der Identität mit dem GLS Verfahren, mit "GLS" bezeichnet wird.

PERSON 209



PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHÄTZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
MEAN	0	0.00557	-0.56061	0.57176
MOVING AVERAGE 1	4	0.23841	0.05549	0.42133
MOVING AVERAGE 1	5	0.48001	0.29734	0.66267

ANZAHL DER RESIDUEN	91
SSQ DER RESIDUEN	6420.17969
FREIHEITSGRADE	88
MSQ DER RESIDUEN	72.95662
STANDARDFEHLER	8.54146

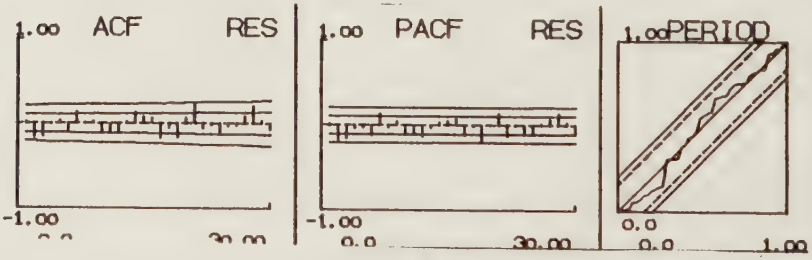
R**2 = 0.20774
F-Wert = 7.69140 p = 0.1217

Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen
von der Normalverteilung (K-S) P=0.95819
Interkorrelation der Parameter

	1	2	3
1	1.0000		
2	0.0508	1.0000	
3	0.0463	-0.0081	1.0000

Portmanteau-Test I p=0.37076
Portmanteau-Test II P=0.15898

ACF,PACF und kumuliertes Periodogramm der Residuen

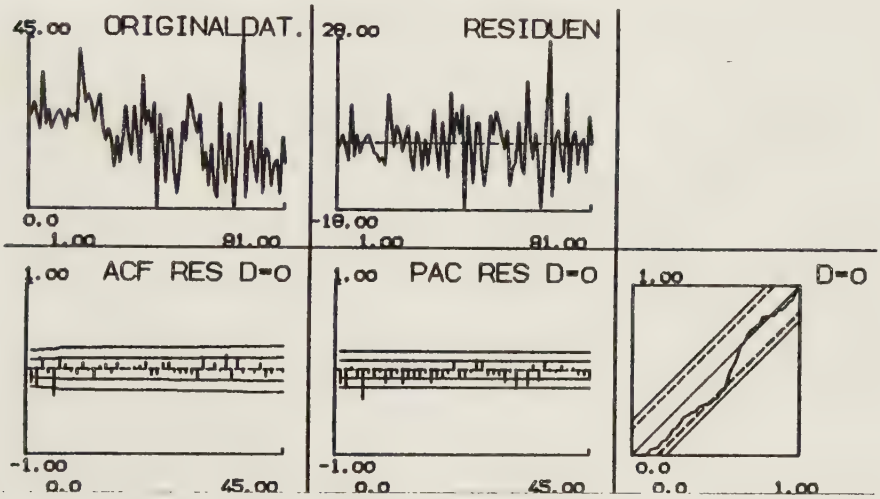


	OLS b-Wert	OLS t-Wert	OLS Prob.	GLS b-Wert	GLS t-Wert	GLS Prob.
(1)	41.43	10.76	(p=0.00)	40.47	16.43	(p=0.00)
(2)	3.43	0.63	(p=0.53)	6.25	1.36	(p=0.18)
(3)	0.86	0.16	(p=0.88)	1.04	0.26	(p=0.79)
(4)	1.72	0.32	(p=0.75)	3.42	0.94	(p=0.35)
(5)	-7.00	-1.29	(p=0.20)	-7.92	-2.08	(p=0.04)
(6)	-3.57	-0.66	(p=0.51)	-0.36	-0.10	(p=0.92)
(7)	-7.00	-1.29	(p=0.20)	-7.74	-2.05	(p=0.04)
(8)	-1.28	-0.24	(p=0.81)	0.01	0.00	(p=1.00)
(9)	-0.86	-0.16	(p=0.88)	0.88	0.23	(p=0.82)
(10)	-4.00	-0.73	(p=0.46)	-0.98	-0.26	(p=0.80)
(11)	-9.00	-1.65	(p=0.10)	-9.77	-2.59	(p=0.01)

(12)	-1.43	-0.26	(p=0.79)	-1.63	-0.43 (p=0.67)
(13)	1.43	0.26	(p=0.79)	1.34	0.34 (p=0.73)

R**2 = 0.13	R**2 = 0.89
F(12;78) = 0.98 (p=0.47)	F(12;78) = 53.69 (p=0.0)
Analyse der Residuen	Analyse der Residuen
Varianz = 103.77	Varianz = 78.93
"Portmanteau I" = 51.52 (df= 24;p=0.00)	"Portmanteau I" = 25.17 (df= 22;p=0.29)
"Portmanteau II" = 59.89 (df= 24;p=0.00)	"Portmanteau II" = 30.48 (df= 22;p=0.11)
K-S = 0.88 (p=0.42)	K-S = 0.67 (p=0.77)

PERSON 211

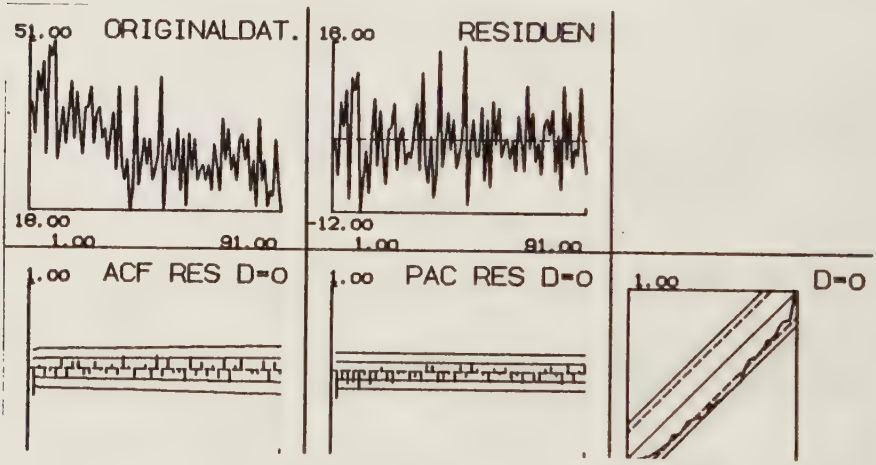


O L S

	b-Wert	t-Wert	Prob.
(1)	25.71	8.62	(p=0.00)
(2)	-2.00	-0.47	(p=0.64)
(3)	3.29	0.78	(p=0.44)
(4)	-0.43	-0.10	(p=0.92)
(5)	-7.71	-1.83	(p=0.07)
(6)	-4.43	-1.05	(p=0.30)
(7)	-8.14	-1.93	(p=0.06)
(8)	-10.29	-2.44	(p=0.02)
(9)	-4.29	-1.02	(p=0.31)
(10)	-14.57	-3.45	(p=0.00)
(11)	-8.57	-2.03	(p=0.05)

```
(12) -11.43   -2.71   (p=0.01)
(13) -14.14   -3.35   (p=0.00)
-----------------------------
 R**2 =  0.35
 F(12;78) =    3.51 (p=0.00)
-----------------------------
    Analyse der Residuen:
-----------------------------
Varianz =    62.30
"Portmanteau  I" =   21.17
(df= 24;p=0.63)
"Portmanteau II" =   23.32
(df= 24;p=0.50)
K-S =    0.63 (P=0.82)
-----------------------------
```

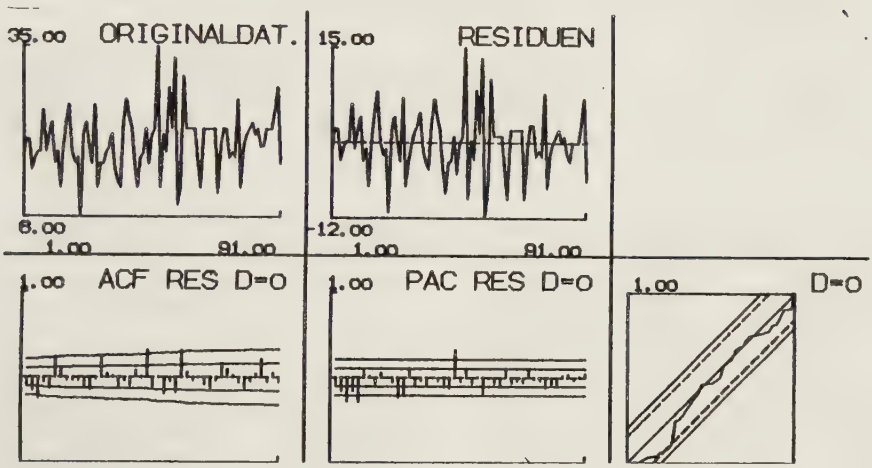
PERSON 212




```
-----------------------------
            O L S
-----------------------------
      b-Wert t-Wert    Prob.
-----------------------------
( 1)  38.86  16.84   (p=0.00)
( 2)   1.00   0.31   (p=0.76)
( 3)  -2.57  -0.79   (p=0.43)
( 4)  -2.86  -0.88   (p=0.38)
( 5)  -7.86  -2.41   (p=0.02)
( 6) -11.43  -3.50   (p=0.00)
( 7) -10.28  -3.15   (p=0.00)
( 8) -10.28  -3.15   (p=0.00)
( 9) -12.14  -3.72   (p=0.00)
(10) -11.86  -3.63   (p=0.00)
(11)  -9.43  -2.89   (p=0.00)
(12) -11.86  -3.63   (p=0.00)
```

```
(13) -15.57   -4.77   (p=0.00)
-----------------------------
 R**2 =   0.44
 F(12;78) =    5.15 (p=0.00)
-----------------------------
    Analyse der Residuen:
-----------------------------
Varianz =    37.27
"Portmanteau  I" =   22.34
(df= 24;p=0.56)
"Portmanteau II" =   25.52
(df= 24;p=0.38)
K-S =    0.64 (P=0.81)
-----------------------------
```

PERSON 213



PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHÄTZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
MEAN	0	0.03510	-1.49675	1.56695
MOVING AVERAGE 1	6	-0.30637	-0.50854	-0.10420
MOVING AVERAGE 1	22	-0.26782	-0.49425	-0.04139
MOVING AVERAGE 1	28	-0.37016	-0.60376	-0.13655

ANZAHL DER RESIDUEN	91
SSQ DER RESIDUEN	1621.21265
FREIHEITSGRADE	87
MSQ DER RESIDUEN	18.63463
STANDARDFEHLER	4.31678

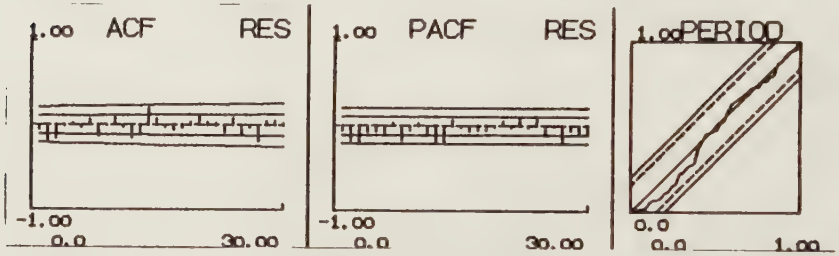
R**2 = 0.22637
F-Wert = 6.36414 p = 0.0752

Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen
von der Normalverteilung (K-S) P=0.81515
Interkorrelation der Parameter

	1	2	3	4
1	1.0000			
2	-0.0084	1.0000		
3	0.0145	-0.0476	1.0000	
4	-0.0097	0.1698	0.2083	1.0000

Portmanteau-Test I p=0.60716
Portmanteau-Test II P=0.40440

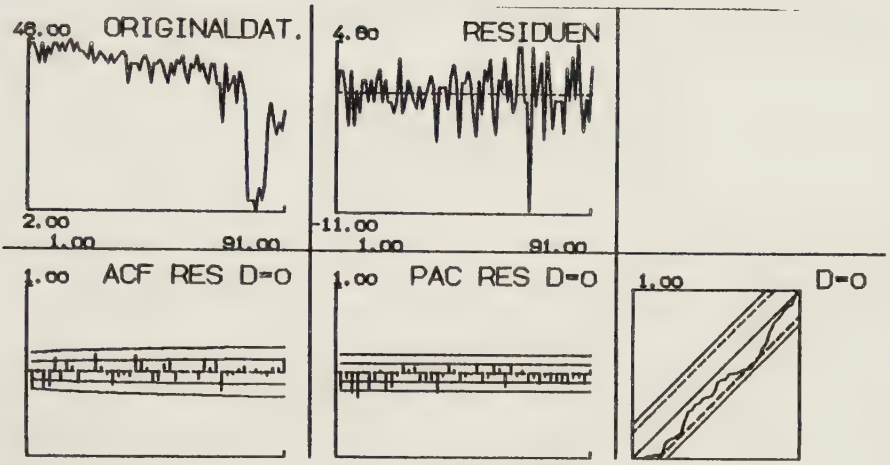
ACF,PACF und kumuliertes Periodogramm der Residuen



	OLS			GLS		
	b-Wert	t-Wert	Prob.	b-Wert	t-Wert	Prob.
(1)	16.86	8.61	(p=0.00)	16.71	9.56	(p=0.00)
(2)	1.14	0.41	(p=0.68)	0.52	0.24	(p=0.81)
(3)	0.14	0.05	(p=0.96)	1.04	0.42	(p=0.68)
(4)	1.14	0.41	(p=0.68)	1.13	0.50	(p=0.62)
(5)	-1.57	-0.57	(p=0.57)	-2.46	-1.14	(p=0.26)
(6)	2.29	0.83	(p=0.41)	2.65	1.02	(p=0.31)
(7)	3.14	1.13	(p=0.26)	3.82	1.46	(p=0.15)
(8)	2.86	1.03	(p=0.31)	2.73	1.03	(p=0.30)
(9)	3.14	1.13	(p=0.26)	3.12	1.19	(p=0.24)
(10)	2.14	0.77	(p=0.44)	2.64	1.00	(p=0.32)
(11)	1.43	0.52	(p=0.61)	1.44	0.55	(p=0.59)
(12)	3.14	1.13	(p=0.26)	3.70	1.40	(p=0.16)
(13)	4.29	1.55	(p=0.13)	4.75	1.79	(p=0.08)

R**2 = 0.09	R**2 = 0.37
F(12;78) = 0.68 (p=0.76)	F(12;78) = 3.80 (p=0.0)
Analyse der Residuen	**Analyse der Residuen**
Varianz = 26.86	Varianz = 20.55
"Portmanteau I" = 36.82 (df= 24;p=0.05)	"Portmanteau I" = 19.24 (df= 21;p=0.57)
"Portmanteau II" = 43.80 (df= 24;p=0.01)	"Portmanteau II" = 22.53 (df= 21;p=0.37)
K-S = 1.06 (p=0.21)	K-S = 0.72 (p=0.67)

PERSON 214



PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHÄTZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
AUTOREGRESSIVE 1	3	0.35185	0.04454	0.74825
MEAN	0	-0.04897	-0.29747	0.19954
MOVING AVERAGE 1	3	0.69836	0.39124	1.00548

ANZAHL DER RESIDUEN	88
SSQ DER RESIDUEN	451.59131
FREIHEITSGRADE	85
MSQ DER RESIDUEN	5.31284
STANDARDFEHLER	2.30496

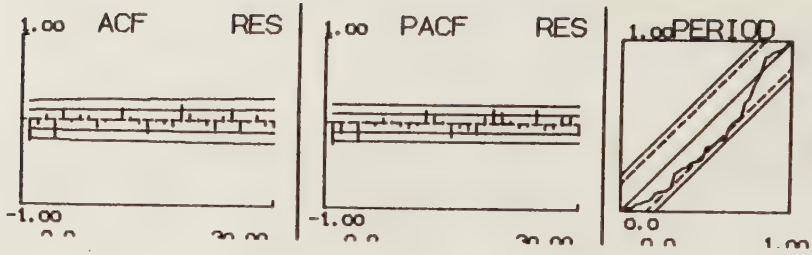
R**2 = 0.09880
F-Wert = 3.10619 p = 0.2744

Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen
von der Normalverteilung (K-S) P=0.99795
Interkorrelation der Parameter

	1	2	3
1	1.0000		
2	-0.1695	1.0000	
3	0.8577	-0.1683	1.0000

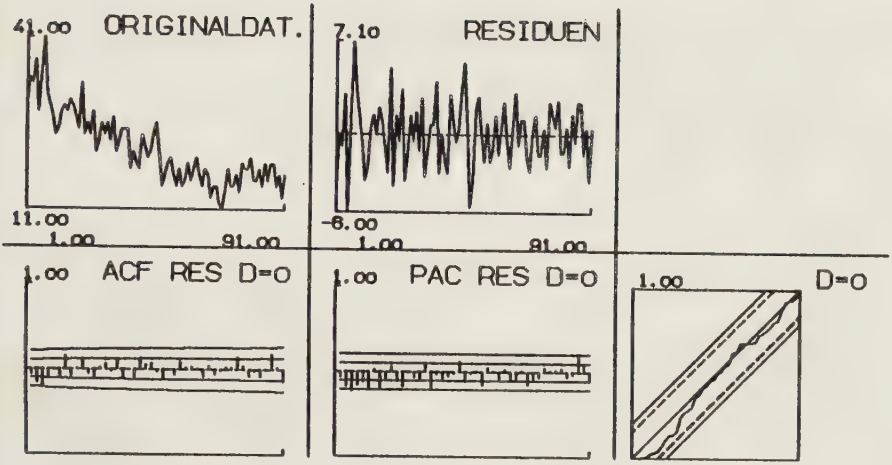
Portmanteau-Test I p=0.45512
Portmanteau-Test II P=0.25968

ACF,PACF und kumuliertes Periodogramm der Residuen



	OLS b-Wert	OLS t-Wert	OLS Prob.	GLS b-Wert	GLS t-Wert	GLS Prob.
(1)	43.00	44.58	(p=0.00)	42.99	60.86	(p=0.00)
(2)	0.86	0.63	(p=0.53)	0.91	0.75	(p=0.45)
(3)	0.86	0.63	(p=0.53)	0.88	0.84	(p=0.40)
(4)	-1.14	-0.84	(p=0.41)	-1.41	-1.35	(p=0.18)
(5)	-1.57	-1.15	(p=0.25)	-1.67	-1.62	(p=0.11)
(6)	-3.57	-2.62	(p=0.01)	-3.53	-3.40	(p=0.00)
(7)	-4.00	-2.93	(p=0.00)	-3.92	-3.79	(p=0.00)
(8)	-4.14	-3.04	(p=0.00)	-4.15	-4.01	(p=0.00)
(9)	-4.28	-3.14	(p=0.00)	-4.13	-3.98	(p=0.00)
(10)	-7.28	-5.34	(p=0.00)	-6.84	-6.61	(p=0.00)
(11)	-8.86	-6.49	(p=0.00)	-9.44	-9.11	(p=0.00)
(12)	-37.43	-27.44	(p=0.00)	-37.40	-36.06	(p=0.00)
(13)	-17.57	-12.88	(p=0.00)	-17.41	-16.65	(p=0.00)
R**2 = 0.95				R**2 = 0.98		
F(12;78) =117.60 (p=0.0)				F(12;78) = 362.55 (p=0.0)		
Analyse der Residuen				Analyse der Residuen		
Varianz = 6.51				Varianz = 5.71		
"Portmanteau I" = 30.47 (df= 24;p=0.17)				"Portmanteau I" = 23.13 (df= 22;p=0.39)		
"Portmanteau II" = 35.42 (df= 24;p=0.06)				"Portmanteau II" = 26.40 (df= 22;p=0.23)		
K-S = 0.90 (p=0.39)				K-S = 0.42 (p=0.99)		

PERSON 215



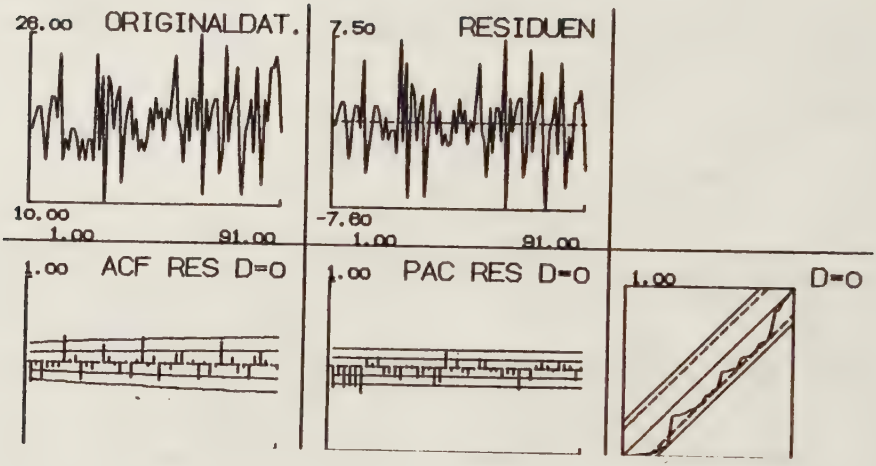
O L S			
	b-Wert	t-Wert	Prob.
(1)	34.00	34.54	(p=0.00)
(2)	-6.43	-4.62	(p=0.00)
(3)	-6.00	-4.31	(p=0.00)
(4)	-9.43	-6.77	(p=0.00)
(5)	-9.71	-6.98	(p=0.00)
(6)	-13.00	-9.34	(p=0.00)
(7)	-13.43	-9.65	(p=0.00)
(8)	-16.86	-12.11	(p=0.00)
(9)	-16.43	-11.80	(p=0.00)
(10)	-20.14	-14.47	(p=0.00)
(11)	-17.43	-12.52	(p=0.00)
(12)	-16.57	-11.90	(p=0.00)
(13)	-17.43	-12.52	(p=0.00)

R**2 = 0.84
F(12;78) = 35.40 (p=0.0)

Analyse der Residuen:

Varianz = 6.78
"Portmanteau I" = 18.26
(df= 24;p=0.79)
"Portmanteau II" = 21.08
(df= 24;p=0.63)
K-S = 0.62 (P=0.84)

PERSON 216



PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHÄTZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
MEAN	0	-0.10800	-0.33203	0.11604
MOVING AVERAGE 1	1	0.47258	0.30913	0.63603
MOVING AVERAGE 1	7	-0.49156	-0.66105	-0.32207
MOVING AVERAGE 1	21	-0.45735	-0.65385	-0.26086

ANZAHL DER RESIDUEN	91
SSQ DER RESIDUEN	495.20215
FREIHEITSGRADE	87
MSQ DER RESIDUEN	5.69198
STANDARDFEHLER	2.38579

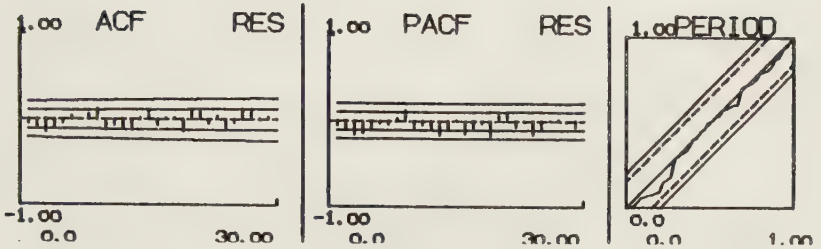
R**2 = 0.40928
F-Wert = 15.06938 p = 0.0224

Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen
von der Normalverteilung (K-S) P=0.74306
Interkorrelation der Parameter

	1	2	3	4
1	1.0000			
2	0.7077	1.0000		
3	0.0555	0.3819	1.0000	
4	0.2451	0.1647	-0.5466	1.0000

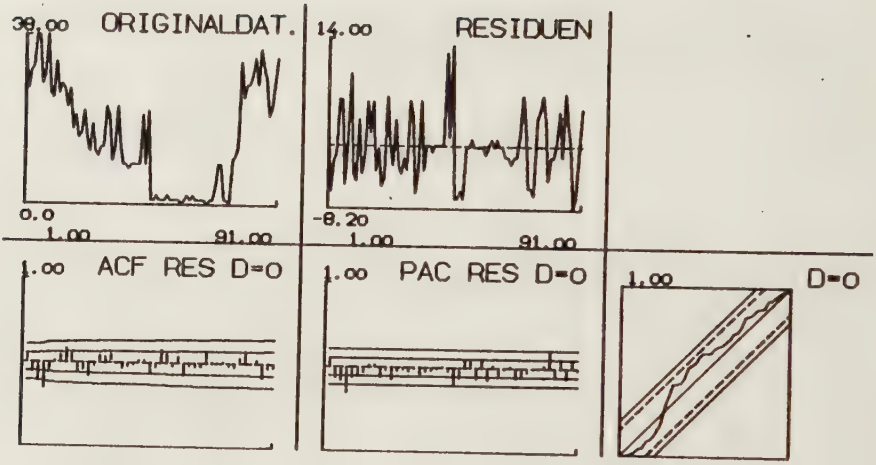
Portmanteau-Test I p=0.75134
Portmanteau-Test II P=0.55376

ACF,PACF und kumuliertes Periodogramm der Residuen



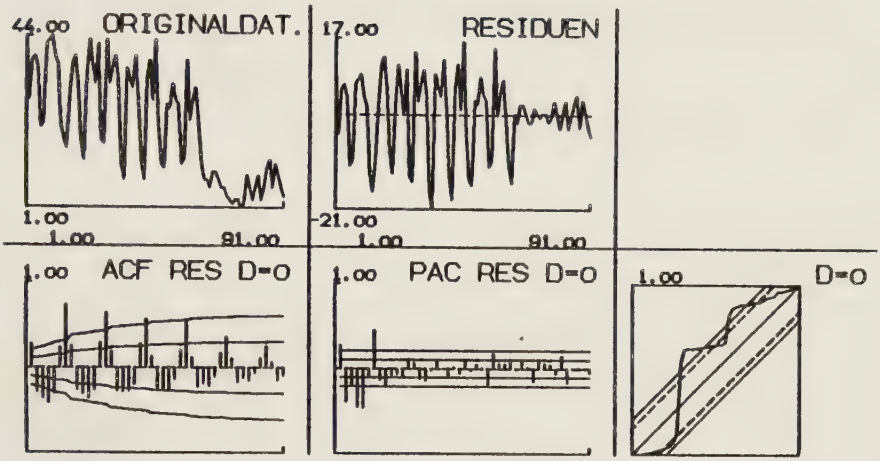
	O L S			G L S		
	b-Wert	t-Wert	Prob.	b-Wert	t-Wert	Prob.
(1)	17.29	14.01	(p=0.00)	17.18	40.15	(p=0.00)
(2)	1.29	0.74	(p=0.46)	1.26	2.87	(p=0.01)
(3)	-1.71	-0.98	(p=0.33)	-1.78	-2.27	(p=0.03)
(4)	-0.57	-0.33	(p=0.74)	-0.33	-0.49	(p=0.63)
(5)	1.29	0.74	(p=0.46)	1.57	2.02	(p=0.05)
(6)	-0.29	-0.16	(p=0.87)	-0.55	-0.58	(p=0.57)
(7)	0.57	0.33	(p=0.74)	0.68	0.81	(p=0.42)
(8)	1.43	0.82	(p=0.42)	1.75	1.87	(p=0.07)
(9)	1.29	0.74	(p=0.46)	1.35	1.55	(p=0.12)
(10)	0.43	0.25	(p=0.81)	0.77	0.83	(p=0.41)
(11)	1.14	0.66	(p=0.51)	1.18	1.33	(p=0.19)
(12)	0.29	0.16	(p=0.87)	0.01	0.01	(p=0.99)
(13)	3.71	2.13	(p=0.04)	4.00	4.45	(p=0.00)
	R**2 = 0.14			R**2 = 1.00		
	F(12;78) = 1.10 (p=0.38)			F(12;78) =****** (p=0.0)		
	Analyse der Residuen			Analyse der Residuen		
	Varianz = 10.65			Varianz = 6.17		
	"Portmanteau I" = 43.86 (df= 24;p=0.01)			"Portmanteau I" = 18.70 (df= 21;p=0.60)		
	"Portmanteau II" = 52.32 (df= 24;p=0.00)			"portmanteau II" = 21.92 (df= 21;p=0.40)		
	K-S = 0.86 (p=0.45)			K-S = 0.75 (p=0.62)		

PERSON 217




```
-----------------------------
            O L S
-----------------------------
      b-Wert t-Wert   Prob.
-----------------------------
( 1)  32.00  18.48  (p=0.00)
( 2)  -3.43  -1.40  (p=0.17)
( 3) -11.71  -4.78  (p=0.00)
( 4) -17.43  -7.12  (p=0.00)
( 5) -15.86  -6.48  (p=0.00)
( 6) -23.14  -9.45  (p=0.00)
( 7) -24.14  -9.86  (p=0.00)
( 8) -30.86 -12.60  (p=0.00)
( 9) -30.86 -12.60  (p=0.00)
(10) -29.57 -12.08  (p=0.00)
(11) -25.57 -10.44  (p=0.00)
(12)  -3.57  -1.46  (p=0.15)
(13)  -3.86  -1.57  (p=0.12)
-----------------------------
 R**2 =  0.87
 F(12;78) =  43.36 (p=0.0 )
-----------------------------
    Analyse der Residuen:
-----------------------------
Varianz =   20.99
"Portmanteau  I" =  26.69
(df= 24;p=0.32)
"Portmanteau II" =  29.99
(df= 24;p=0.18)
K-S =   1.18 (P=0.12)
-----------------------------
```

PERSON 218



PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHÄTZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
AUTOREGRESSIVE 1	4	-0.17220	-0.32295	-0.02146
AUTOREGRESSIVE 1	7	0.67618	0.49690	0.85547
MEAN	0	-0.00086	-1.54471	1.54300

ANZAHL DER RESIDUEN	84
SSQ DER RESIDUEN	2370.37964
FREIHEITSGRADE	81
MSQ DER RESIDUEN	29.26395
STANDARDFEHLER	5.40962

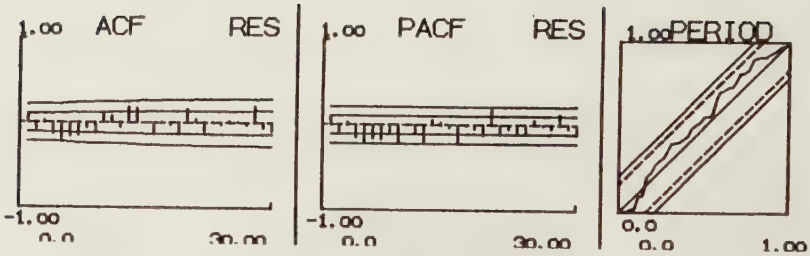
R**2 = 0.60791
F-Wert = 41.86258 p = 0.0236

Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen
von der Normalverteilung (K-S) P=0.83212
Interkorrelation der Parameter

	1	2	3
1	1.0000		
2	0.1771	1.0000	
3	0.2095	-0.5798	1.0000

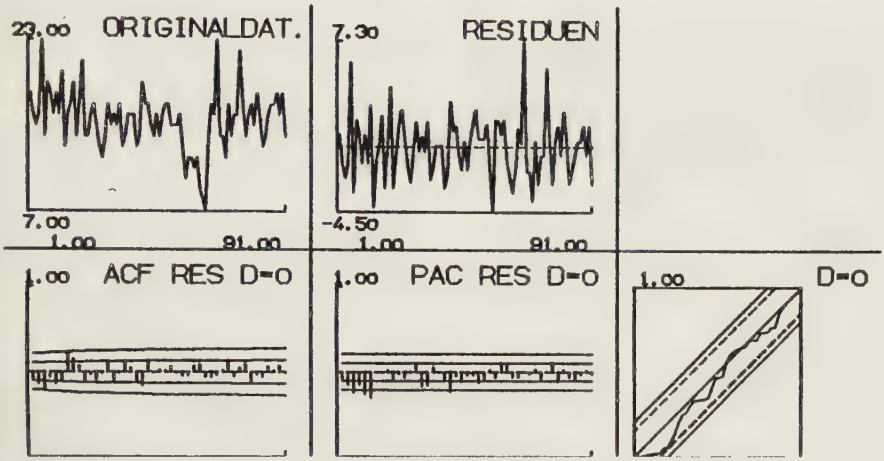
Portmanteau-Test I p=0.29944
Portmanteau-Test II P=0.13254

ACF,PACF und kumuliertes Periodogramm der Residuen



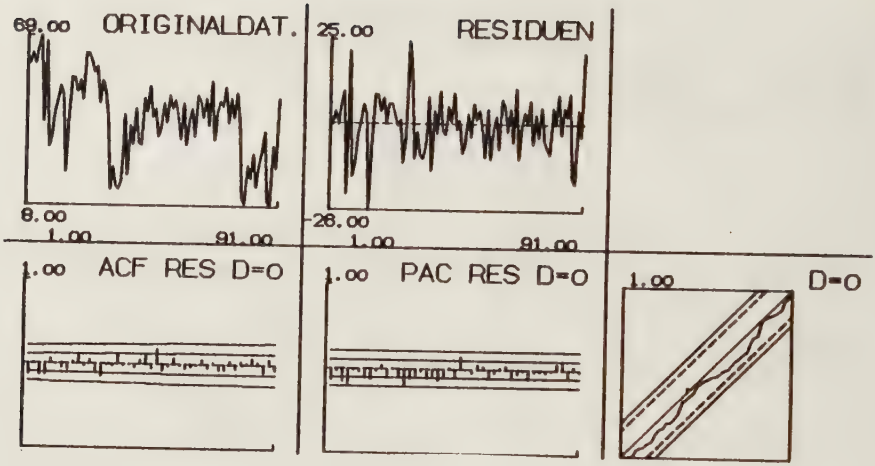
	OLS			GLS		
	b-Wert	t-Wert	Prob.	b-Wert	t-Wert	Prob.
(1)	32.29	9.39	(p=0.00)	32.33	15.36	(p=0.00)
(2)	2.71	0.56	(p=0.58)	2.76	1.19	(p=0.24)
(3)	-6.14	-1.26	(p=0.21)	-6.33	-2.25	(p=0.03)
(4)	-0.43	-0.09	(p=0.93)	-0.11	-0.03	(p=0.97)
(5)	-3.29	-0.68	(p=0.50)	-3.29	-1.04	(p=0.30)
(6)	-5.43	-1.12	(p=0.27)	-5.59	-1.74	(p=0.09)
(7)	-5.57	-1.15	(p=0.26)	-5.97	-1.84	(p=0.07)
(8)	-8.71	-1.79	(p=0.08)	-8.86	-2.72	(p=0.01)
(9)	-9.14	-1.88	(p=0.06)	-9.53	-2.92	(p=0.00)
(10)	-24.57	-5.05	(p=0.00)	-24.86	-7.60	(p=0.00)
(11)	-29.71	-6.11	(p=0.00)	-29.84	-9.12	(p=0.00)
(12)	-26.29	-5.41	(p=0.00)	-26.31	-8.03	(p=0.00)
(13)	-23.57	-4.85	(p=0.00)	-23.66	-7.22	(p=0.00)
R**2 = 0.62				R**2 = 0.75		
F(12;78) = 10.56 (p=0.0)				F(12;78) = 19.44 (p=0.0)		
Analyse der Residuen				Analyse der Residuen		
Varianz = 82.78				Varianz = 35.98		
"Portmanteau I" =261.89 (df= 24;p=0.00)				"Portmanteau I" = 19.65 (df= 22;p=0.61)		
"Portmanteau II" =308.84 (df= 24;p=0.00)				"Portmanteau II" = 22.86 (df= 22;p=0.41)		
K-S = 1.17 (p=0.13)				K-S = 0.60 (p=0.87)		

PERSON 219




```
-----------------------------
            O L S
-----------------------------
      b-Wert t-Wert   Prob.
-----------------------------
( 1)  17.14  20.09  (p=0.00)
( 2)   0.00   0.00  (p=1.00)
( 3)  -0.29  -0.24  (p=0.81)
( 4)  -2.71  -2.25  (p=0.03)
( 5)  -1.86  -1.54  (p=0.13)
( 6)  -1.29  -1.07  (p=0.29)
( 7)  -1.57  -1.30  (p=0.20)
( 8)  -2.71  -2.25  (p=0.03)
( 9)  -7.00  -5.80  (p=0.00)
(10)  -1.43  -1.18  (p=0.24)
(11)  -0.57  -0.47  (p=0.64)
(12)  -1.57  -1.30  (p=0.20)
(13)  -0.57  -0.47  (p=0.64)
-----------------------------
 R**2 =  0.42
 F(12;78) =   4.67 (p=0.00)
-----------------------------
    Analyse der Residuen:
-----------------------------
Varianz =    5.10
"Portmanteau  I" =  25.42
(df= 24;p=0.38)
"Portmanteau II" =  29.25
(df= 24;p=0.21)
K-S =   0.74 (P=0.65)
-----------------------------
```

PERSON 220



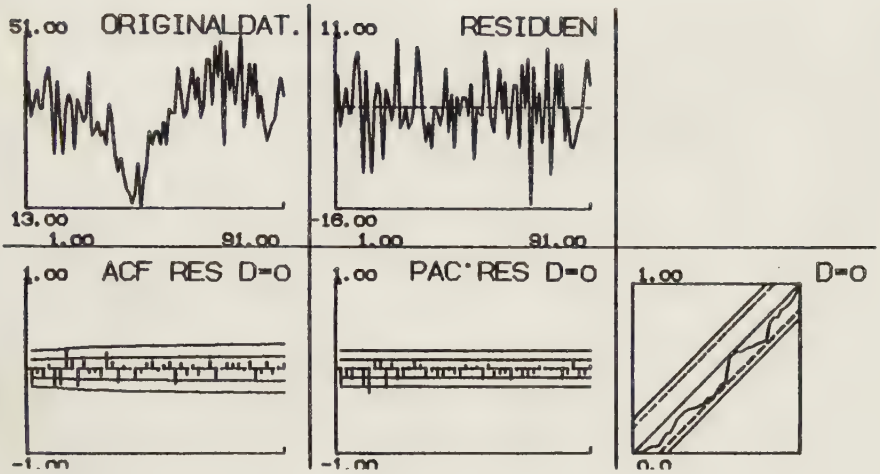
O L S			
	b-Wert	t-Wert	Prob.
(1)	59.28	16.77	(p=0.00)
(2)	-14.14	-2.83	(p=0.01)
(3)	-14.00	-2.80	(p=0.01)
(4)	-2.43	-0.49	(p=0.63)
(5)	-34.86	-6.97	(p=0.00)
(6)	-26.28	-5.26	(p=0.00)
(7)	-17.57	-3.51	(p=0.00)
(8)	-17.43	-3.49	(p=0.00)
(9)	-18.71	-3.74	(p=0.00)
(10)	-16.86	-3.37	(p=0.00)
(11)	-15.28	-3.06	(p=0.00)
(12)	-41.28	-8.26	(p=0.00)
(13)	-33.57	-6.71	(p=0.00)

R**2 = 0.64
F(12;78) = 11.46 (p=0.0)

Analyse der Residuen:

Varianz = 87.48
"Portmanteau I" = 15.11
(df= 24;p=0.92)
"Portmanteau II" = 18.12
(df= 24;p=0.80)
K-S = 0.66 (P=0.78)

PERSON 221



O L S

---

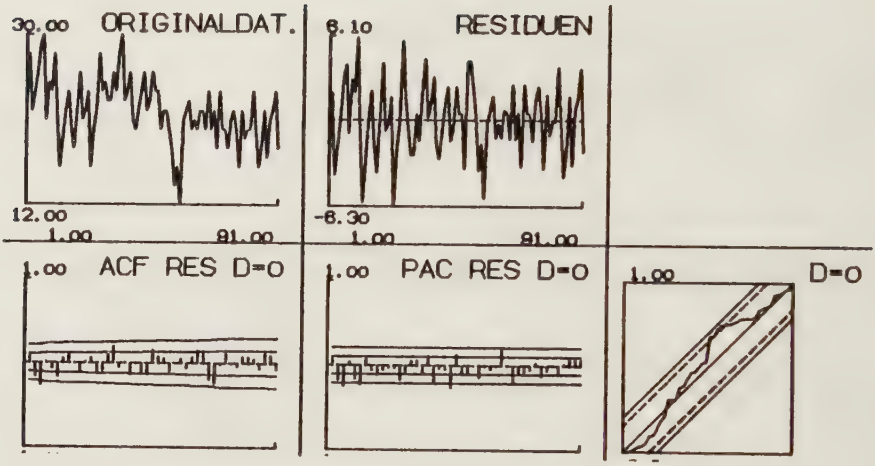
	b-Wert	t-Wert	Prob.
(1)	36.00	17.58	(p=0.00)
(2)	-0.71	-0.25	(p=0.81)
(3)	-1.86	-0.64	(p=0.52)
(4)	-3.71	-1.28	(p=0.20)
(5)	-9.57	-3.31	(p=0.00)
(6)	-19.14	-6.61	(p=0.00)
(7)	-7.71	-2.66	(p=0.01)
(8)	-0.86	-0.30	(p=0.77)
(9)	1.86	0.64	(p=0.52)
(10)	6.29	2.17	(p=0.03)
(11)	5.57	1.92	(p=0.06)
(12)	2.14	0.74	(p=0.46)
(13)	-1.57	-0.54	(p=0.59)

R**2 = 0.63
F(12;78) = 10.96 (p=0.0)

Analyse der Residuen:

Varianz = 29.35
"Portmanteau I" = 28.46
(df= 24;p=0.24)
"Portmanteau II" = 32.55
(df= 24;p=0.11)
K-S = 0.49 (P=0.97)

PERSON 222



O L S

---

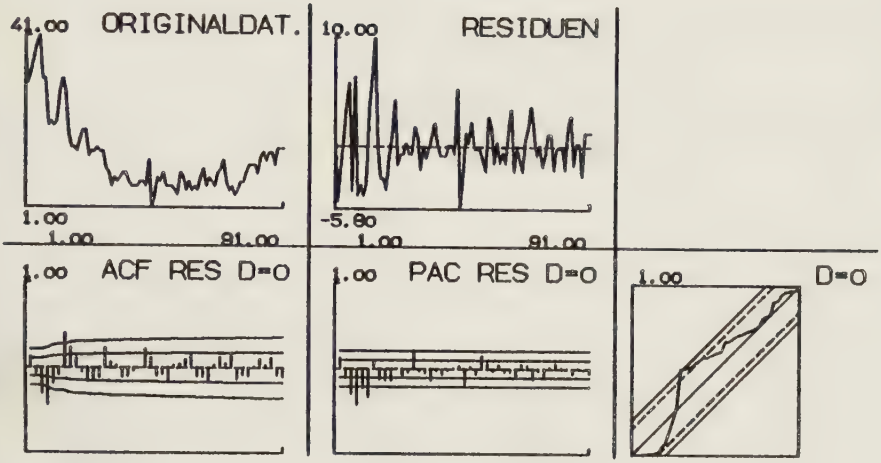
	b-Wert	t-Wert	Prob.
(1)	26.00	24.74	(p=0.00)
(2)	-4.00	-2.69	(p=0.01)
(3)	-4.14	-2.79	(p=0.01)
(4)	-3.71	-2.50	(p=0.01)
(5)	-0.43	-0.29	(p=0.77)
(6)	-3.14	-2.11	(p=0.04)
(7)	-2.43	-1.63	(p=0.11)
(8)	-8.29	-5.57	(p=0.00)
(9)	-4.71	-3.17	(p=0.00)
(10)	-4.57	-3.08	(p=0.00)
(11)	-6.43	-4.32	(p=0.00)
(12)	-5.86	-3.94	(p=0.00)
(13)	-5.71	-3.84	(p=0.00)

R**2 = 0.42
F(12;78) = 4.78 (p=0.00)

Analyse der Residuen:

Varianz = 7.73
"Portmanteau I" = 27.48
(df= 24;p=0.28)
"Portmanteau II" = 32.18
(df= 24;p=0.12)
K-S = 0.48 (P=0.98)

PERSON 223



PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHÄTZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
MEAN	0	-0.00938	-0.13781	0.11905
MOVING AVERAGE 1	2	0.25304	0.06631	0.43976
MOVING AVERAGE 1	3	0.40499	0.21561	0.59438
MOVING AVERAGE 1	4	0.35789	0.15827	0.55750
MOVING AVERAGE 1	7	-0.28122	-0.48435	-0.07809

ANZAHL DER RESIDUEN	91
SSQ DER RESIDUEN	416.80933
FREIHEITSGRADE	86
MSQ DER RESIDUEN	4.84662
STANDARDFEHLER	2.20150

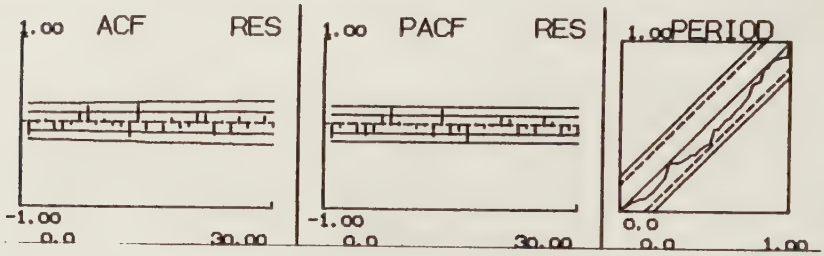
R**2 = 0.34166
F-Wert = 8.92635 p = 0.0220

Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen
von der Normalverteilung (K-S) P=0.39005
Interkorrelation der Parameter

	1	2	3	4	5
1	1.0000				
2	-0.0948	1.0000			
3	-0.1142	-0.0300	1.0000		
4	-0.0722	-0.3596	0.0989	1.0000	
5	-0.0580	0.0331	-0.3907	-0.3267	1.0000

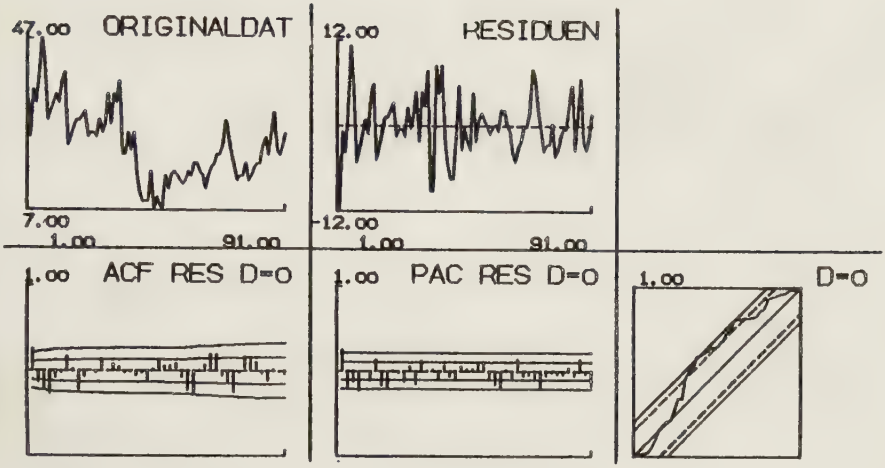
Portmanteau-Test I p=0.41112
Portmanteau-Test II P=0.20440

ACF,PACF und kumuliertes Periodogramm der Residuen



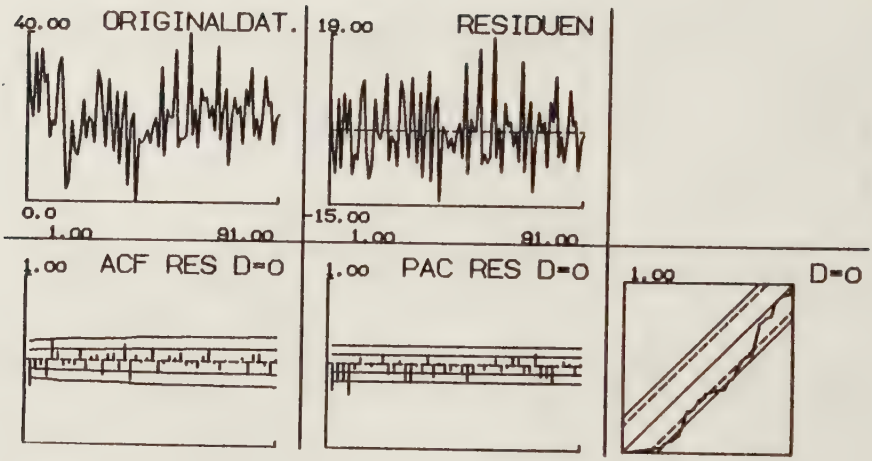
O L S			G L S		
	b-Wert	t-Wert Prob.		b-Wert	t-Wert Prob.
(1)	35.14	32.80 (p=0.00)		34.70	83.51 (p=0.00)
(2)	-10.57	-6.98 (p=0.00)		-9.34	-11.34 (p=0.00)
(3)	-17.14	-11.31 (p=0.00)		-16.68	-28.40 (p=0.00)
(4)	-20.43	-13.48 (p=0.00)		-20.21	-29.38 (p=0.00)
(5)	-27.00	-17.82 (p=0.00)		-26.58	-39.85 (p=0.00)
(6)	-28.29	-18.67 (p=0.00)		-27.89	-41.63 (p=0.00)
(7)	-28.43	-18.76 (p=0.00)		-28.26	-42.16 (p=0.00)
(8)	-28.86	-19.04 (p=0.00)		-28.40	-42.40 (p=0.00)
(9)	-28.57	-18.86 (p=0.00)		-28.38	-42.35 (p=0.00)
(10)	-26.86	-17.72 (p=0.00)		-26.23	-39.13 (p=0.00)
(11)	-29.29	-19.33 (p=0.00)		-28.70	-42.78 (p=0.00)
(12)	-24.00	-15.84 (p=0.00)		-23.78	-35.19 (p=0.00)
(13)	-21.43	-14.14 (p=0.00)		-20.79	-28.93 (p=0.00)
R**2 = 0.91			R**2 = 0.99		
F(12;78) = 66.48 (p=0.0)			F(12;78) =****** (p=0.0)		
Analyse der Residuen			Analyse der Residuen		
Varianz = 8.04			Varianz = 4.97		
"Portmanteau I" = 71.35 (df= 24;p=0.00)			"Portmanteau I" = 26.66 (df= 20;p=0.15)		
"Portmanteau II" = 80.56 (df= 24;p=0.00)			"Portmanteau II" = 31.00 (df= 20;p=0.06)		
K-S = 0.99 (p=0.29)			K-S = 0.72 (p=0.68)		

PERSON 224




```
-----------------------------
            O L S
-----------------------------
      b-Wert t-Wert   Prob.
-----------------------------
( 1)  35.71  21.36  (p=0.00)
( 2)  -2.57  -1.09  (p=0.28)
( 3)  -9.00  -3.81  (p=0.00)
( 4) -10.29  -4.35  (p=0.00)
( 5)  -6.57  -2.78  (p=0.01)
( 6) -19.29  -8.16  (p=0.00)
( 7) -25.43 -10.75  (p=0.00)
( 8) -21.57  -9.12  (p=0.00)
( 9) -20.00  -8.46  (p=0.00)
(10) -15.71  -6.65  (p=0.00)
(11) -18.14  -7.67  (p=0.00)
(12) -17.43  -7.37  (p=0.00)
(13) -12.43  -5.26  (p=0.00)
-----------------------------
 R**2 =  0.76
 F(12;78) =  21.04 (p=0.0 )
-----------------------------
    Analyse der Residuen:
-----------------------------
Varianz =   19.57
"Portmanteau  I" =  28.73
(df= 24;p=0.23)
"Portmanteau II" =  31.67
(df= 24;p=0.14)
K-S =   0.79 (P=0.57)
-----------------------------
```

PERSON 226



PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHÄTZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
MEAN	0	-0.06014	-0.96942	0.84914
MOVING AVERAGE 1	1	0.54799	0.38829	0.70770
MOVING AVERAGE 1	5	-0.29108	-0.45321	-0.12894

ANZAHL DER RESIDUEN	91
SSQ DER RESIDUEN	3141.94067
FREIHEITSGRADE	88
MSQ DER RESIDUEN	35.70387
STANDARDFEHLER	5.97527

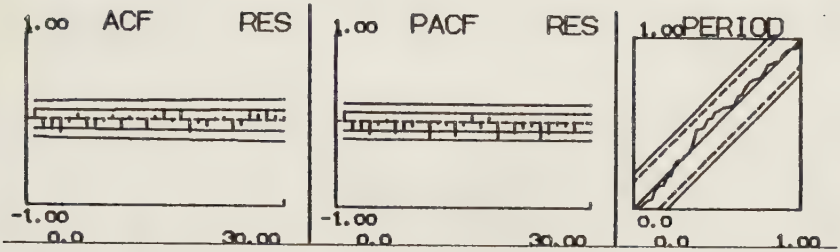
R**2 = 0.25709
F-Wert = 10.15106 p = 0.0937

Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen
von der Normalverteilung (K-S) P=0.56874
Interkorrelation der Parameter

	1	2	3
1	1.0000		
2	-0.0150	1.0000	
3	0.0154	0.2384	1.0000

Portmanteau-Test I p=0.90018
Portmanteau-Test II P=0.77679

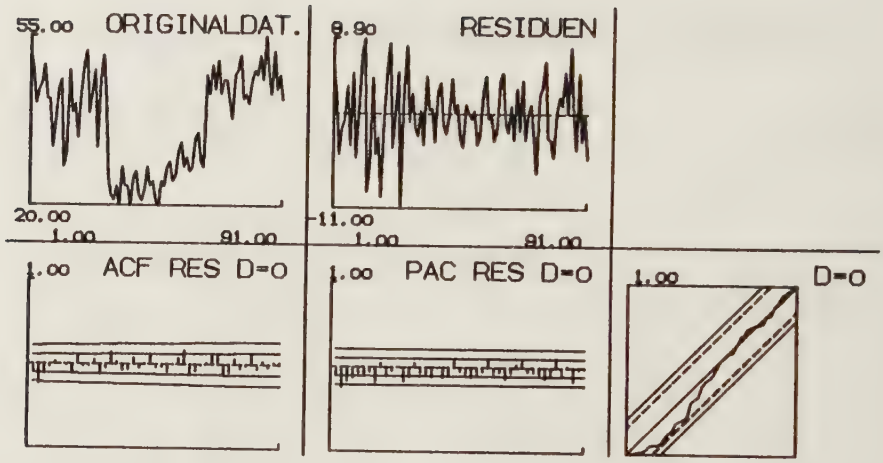
ACF,PACF und kumuliertes Periodogramm der Residuen



	OLS			GLS		
	b-Wert	t-Wert	Prob.	b-Wert	t-Wert	Prob.
(1)	28.71	10.34	(p=0.00)	28.16	21.52	(p=0.00)
(2)	-4.71	-1.20	(p=0.23)	-4.53	-2.91	(p=0.00)
(3)	-16.00	-4.07	(p=0.00)	-15.50	-8.01	(p=0.00)
(4)	-7.57	-1.93	(p=0.06)	-6.61	-3.45	(p=0.00)
(5)	-10.29	-2.62	(p=0.01)	-9.46	-4.97	(p=0.00)
(6)	-14.57	-3.71	(p=0.00)	-14.16	-7.41	(p=0.00)
(7)	-10.29	-2.62	(p=0.01)	-10.80	-5.66	(p=0.00)
(8)	-9.14	-2.33	(p=0.02)	-7.59	-3.98	(p=0.00)
(9)	-7.43	-1.89	(p=0.06)	-6.64	-3.48	(p=0.00)
(10)	-5.71	-1.46	(p=0.15)	-5.02	-2.63	(p=0.01)
(11)	-7.71	-1.96	(p=0.05)	-8.16	-4.28	(p=0.00)
(12)	-7.71	-1.96	(p=0.05)	-6.12	-3.20	(p=0.00)
(13)	-7.00	-1.78	(p=0.08)	-6.65	-3.45	(p=0.00)

OLS	GLS
R**2 = 0.25	R**2 = 0.67
F(12;78) = 2.15 (p=0.02)	F(12;78) = 13.43 (p=0.0)
Analyse der Residuen	**Analyse der Residuen**
Varianz = 53.96	Varianz = 38.22
"Portmanteau I" = 36.99	"Portmanteau I" = 17.12
(df= 24;p=0.04)	(df= 22;p=0.76)
"Portmanteau II" = 42.87	"Portmanteau II" = 20.05
(df= 24;p=0.01)	(df= 22;p=0.58)
K-S = 0.74 (p=0.64)	K-S = 0.75 (p=0.63)

PERSON 231



O L S

---

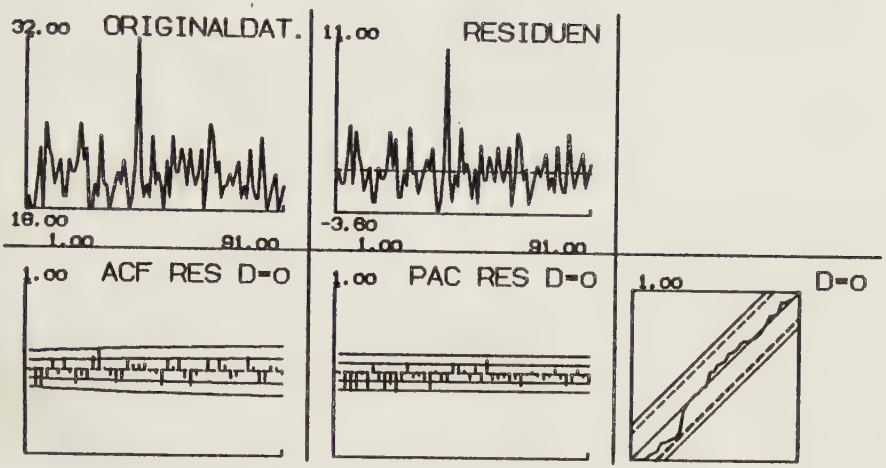
	b-Wert	t-Wert	Prob.
(1)	45.71	27.97	(p=0.00)
(2)	-8.57	-3.71	(p=0.00)
(3)	-2.00	-0.86	(p=0.39)
(4)	-2.71	-1.17	(p=0.24)
(5)	-22.14	-9.58	(p=0.00)
(6)	-22.43	-9.70	(p=0.00)
(7)	-21.86	-9.46	(p=0.00)
(8)	-17.14	-7.42	(p=0.00)
(9)	-15.57	-6.74	(p=0.00)
(10)	0.29	0.12	(p=0.90)
(11)	-0.86	-0.37	(p=0.71)
(12)	0.29	0.12	(p=0.90)
(13)	1.43	0.62	(p=0.54)

R**2 = 0.85
F(12;78) = 35.65 (p=0.0)

Analyse der Residuen:

Varianz = 18.69
"Portmanteau I" = 14.79
(df= 24;p=0.93)
"Portmanteau II" = 16.91
(df= 24;p=0.85)
K-S = 0.59 (P=0.88)

PERSON 233



PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHÄTZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
MEAN	0	0.00337	-0.29738	0.30411
MOVING AVERAGE 1	3	0.28147	0.07738	0.48557

ANZAHL DER RESIDUEN	91
SSQ DER RESIDUEN	345.42139
FREIHEITSGRADE	89
MSQ DER RESIDUEN	3.88114
STANDARDFEHLER	1.97006

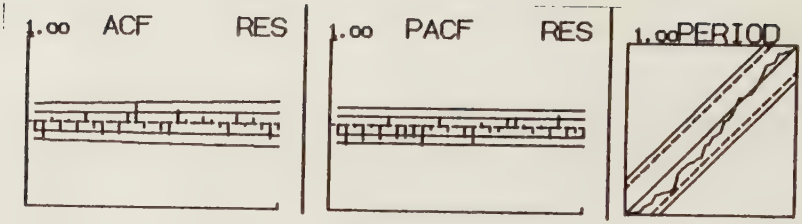
R**2 = 0.05860
F-Wert = 2.76993 p = 0.4505

Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen
von der Normalverteilung (K-S) P=0.31397
Interkorrelation der Parameter

	1	2
1	1.0000	
2	-0.0110	1.0000

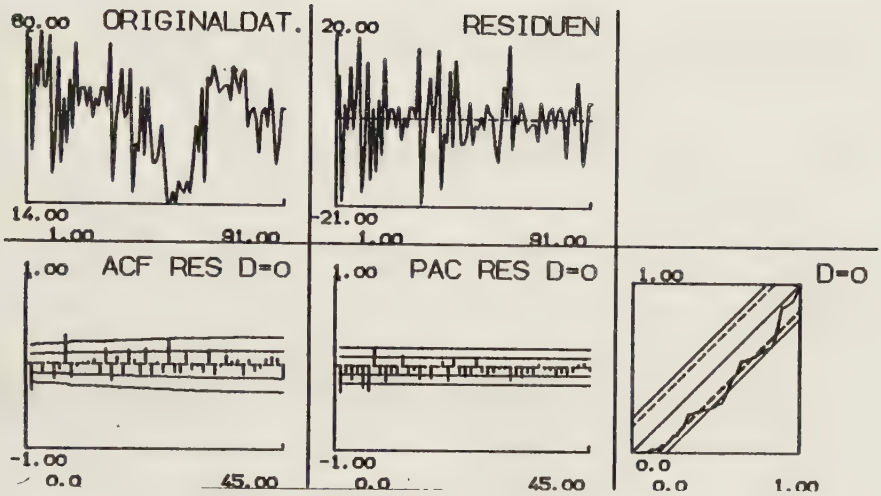
Portmanteau-Test I p=0.42915
Portmanteau-Test II P=0.21938

ACF,PACF und kumuliertes Periodogramm der Residuen



	O L S			G L S		
	b-Wert	t-Wert	Prob.	b-Wert	t-Wert	Prob.
(1)	19.14	23.36	(p=0.00)	19.24	28.94	(p=0.00)
(2)	2.57	2.22	(p=0.03)	2.46	2.42	(p=0.02)
(3)	2.57	2.22	(p=0.03)	2.26	2.40	(p=0.02)
(4)	1.14	0.99	(p=0.33)	1.12	1.18	(p=0.24)
(5)	0.86	0.74	(p=0.46)	0.58	0.61	(p=0.54)
(6)	2.43	2.10	(p=0.04)	2.47	2.61	(p=0.01)
(7)	1.14	0.99	(p=0.33)	1.24	1.31	(p=0.19)
(8)	2.57	2.22	(p=0.03)	2.42	2.56	(p=0.01)
(9)	1.71	1.48	(p=0.14)	1.74	1.83	(p=0.07)
(10)	2.57	2.22	(p=0.03)	2.41	2.55	(p=0.01)
(11)	1.29	1.11	(p=0.27)	1.10	1.16	(p=0.25)
(12)	1.57	1.36	(p=0.18)	1.36	1.44	(p=0.15)
(13)	0.14	0.12	(p=0.90)	0.17	0.18	(p=0.86)
	R**2 = 0.16			R**2 = 0.55		
	F(12;78) = 1.27 (p=0.25)			F(12;78) = 7.91 (p=0.0)		
	Analyse der Residuen			Analyse der Residuen		
	Varianz = 4.70			Varianz = 4.40		
	"Portmanteau I" = 29.32 (df= 24;p=0.21)			"Portmanteau I" = 23.35 (df= 23;p=0.44)		
	"Portmanteau II" = 34.32 (df= 24;p=0.08)			"Portmanteau II" = 27.19 (df= 23;p=0.25)		
	K-S = 1.40 (p=0.04)			K-S = 0.96 (p=0.32)		

PERSON 236



PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHÄTZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
MEAN	0	0.03141	-0.95882	1.02165
MOVING AVERAGE 1	1	0.34797	0.15695	0.53899
MOVING AVERAGE 1	5	0.24939	0.05320	0.44557
MOVING AVERAGE 1	7	-0.27983	-0.47922	-0.08044

ANZAHL DER RESIDUEN	91
SSQ DER RESIDUEN	4193.75000
FREIHEITSGRADE	87
MSQ DER RESIDUEN	48.20404
STANDARDFEHLER	6.94291

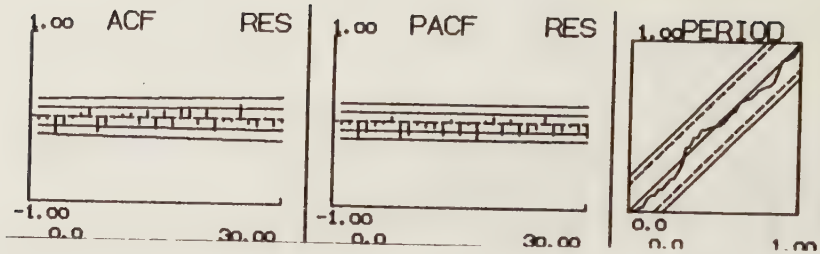
R**2 = 0.23667
F-Wert = 6.74356 p = 0.0695

Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen
von der Normalverteilung (K-S) P=0.63689
Interkorrelation der Parameter

	1	2	3	4
1	1.0000			
2	-0.0029	1.0000		
3	0.0238	0.0646	1.0000	
4	-0.0062	-0.0971	0.0159	1.0000

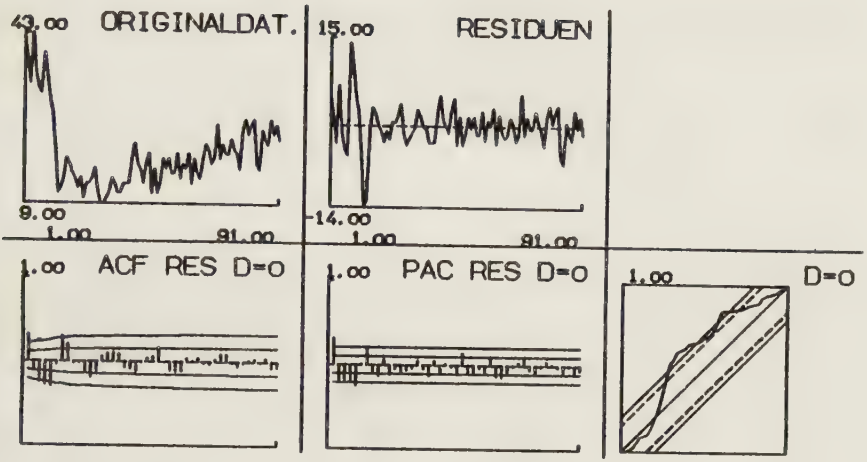
Portmanteau-Test I p=0.55925
Portmanteau-Test II P=0.31960

ACF,PACF und kumuliertes Periodogramm der Residuen



	OLS			GLS		
	b-Wert	t-Wert	Prob.	b-Wert	t-Wert	Prob.
(1)	47.71	15.09	(p=0.00)	48.87	28.69	(p=0.00)
(2)	-8.14	-1.82	(p=0.07)	-9.92	-4.20	(p=0.00)
(3)	-5.14	-1.15	(p=0.25)	-7.19	-3.08	(p=0.00)
(4)	-5.71	-1.28	(p=0.21)	-6.03	-2.47	(p=0.02)
(5)	-7.57	-1.69	(p=0.09)	-8.48	-3.53	(p=0.00)
(6)	-14.14	-3.16	(p=0.00)	-14.58	-6.03	(p=0.00)
(7)	-16.71	-3.74	(p=0.00)	-18.40	-7.63	(p=0.00)
(8)	-31.28	-7.00	(p=0.00)	-33.78	-13.99	(p=0.00)
(9)	-20.57	-4.60	(p=0.00)	-20.98	-8.69	(p=0.00)
(10)	-0.86	-0.19	(p=0.85)	-1.87	-0.78	(p=0.44)
(11)	-0.71	-0.16	(p=0.87)	-2.16	-0.90	(p=0.37)
(12)	-10.86	-2.43	(p=0.02)	-11.87	-4.91	(p=0.00)
(13)	-11.71	-2.62	(p=0.01)	-12.71	-5.17	(p=0.00)
	R**2 = 0.55			R**2 = 0.84		
	F(12;78) = 7.93 (p=0.0)			F(12;78) = 33.16 (p=0.0)		
	Analyse der Residuen			Analyse der Residuen		
	Varianz = 69.97			Varianz = 52.12		
	"Portmanteau I" = 44.38 (df= 24;p=0.01)			"portmanteau i" = 19.79 (df= 21;p=0.53)		
	"Portmanteau II" = 51.58 (df= 24;p=0.00)			"Portmanteau II" = 22.99 (df= 21;p=0.34)		
	K-S = 1.24 (p=0.09)			K-S = 0.67 (p=0.76)		

PERSON 238



PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHÄTZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
AUTOREGRESSIVE 1	1	0.33837	0.12371	0.55304
AUTOREGRESSIVE 1	2	-0.27402	-0.47681	-0.07123
AUTOREGRESSIVE 1	4	-0.14602	-0.34876	0.05672
AUTOREGRESSIVE 1	5	-0.22224	-0.42710	-0.01737
MEAN	0	-0.07353	-0.62041	0.47334

ANZAHL DER RESIDUEN	86
SSQ DER RESIDUEN	880.20703
FREIHEITSGRADE	81
MSQ DER RESIDUEN	10.86676
STANDARDFEHLER	3.29648

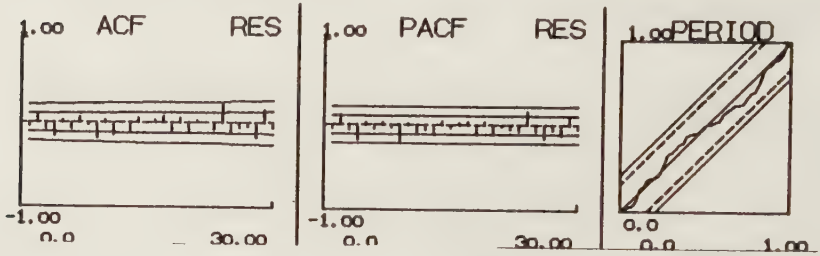
R**2 = 0.26140
F-Wert = 5.73327 p = 0.0491

Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen
von der Normalverteilung (K-S) P=0.87936
Interkorrelation der Parameter

	1	2	3	4	5
1	1.0000				
2	-0.2973	1.0000			
3	0.2186	-0.0635	1.0000		
4	0.1645	0.1733	-0.2677	1.0000	
5	0.0462	-0.0019	0.0314	-0.0002	1.0000

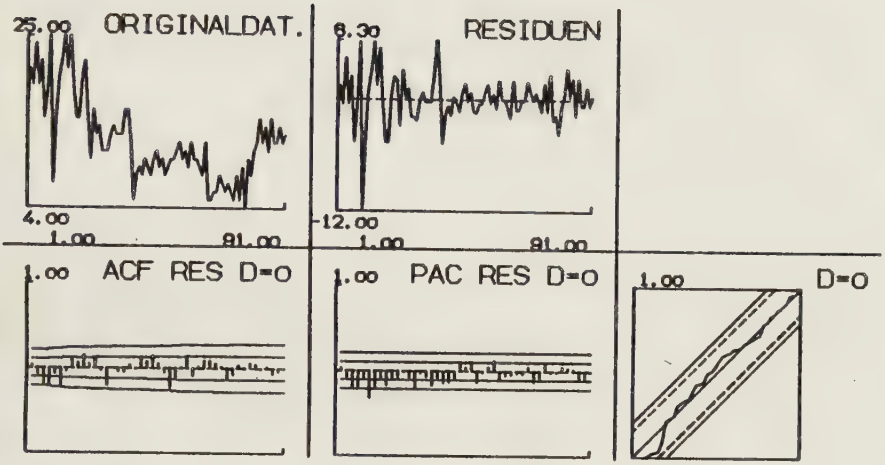
Portmanteau-Test I p=0.65153
Portmanteau-Test II P=0.39928

ACF,PACF und kumuliertes Periodogramm der Residuen



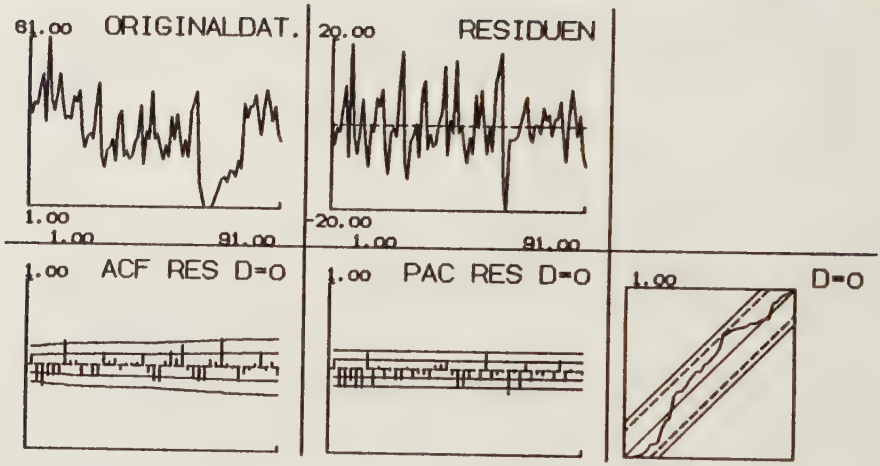
	O L S			G L S		
	b-Wert	t-Wert	Prob.	b-Wert	t-Wert	Prob.
(1)	36.14	23.62	(p=0.00)	37.32	30.43	(p=0.00)
(2)	-11.29	-5.22	(p=0.00)	-12.45	-6.49	(p=0.00)
(3)	-21.29	-9.84	(p=0.00)	-23.61	-13.75	(p=0.00)
(4)	-23.86	-11.03	(p=0.00)	-25.19	-14.32	(p=0.00)
(5)	-24.86	-11.49	(p=0.00)	-26.30	-15.02	(p=0.00)
(6)	-20.29	-9.38	(p=0.00)	-21.16	-12.07	(p=0.00)
(7)	-21.86	-10.10	(p=0.00)	-22.86	-13.05	(p=0.00)
(8)	-19.71	-9.11	(p=0.00)	-21.11	-12.04	(p=0.00)
(9)	-20.14	-9.31	(p=0.00)	-21.20	-12.10	(p=0.00)
(10)	-16.57	-7.66	(p=0.00)	-18.06	-10.31	(p=0.00)
(11)	-16.71	-7.72	(p=0.00)	-17.13	-9.77	(p=0.00)
(12)	-13.71	-6.34	(p=0.00)	-15.23	-8.68	(p=0.00)
(13)	-12.86	-5.94	(p=0.00)	-14.43	-8.10	(p=0.00)
	R**2 = 0.74			R**2 = 0.83		
	F(12;78) = 18.81 (p=0.0)			F(12;78) = 32.49 (p=0.0)		
	Analyse der Residuen			Analyse der Residuen		
	Varianz = 16.38			Varianz = 12.34		
	"Portmanteau I" = 56.56 (df= 24;p=0.00)			"Portmanteau I" = 19.56 (df= 20;p=0.49)		
	"Portmanteau II" = 63.26 (df= 24;p=0.00)			"portmanteau II" = 23.33 (df= 20;p=0.27)		
	K-S = 0.88 (p=0.42)			K-S = 0.73 (p=0.67)		

PERSON 239




```
---------------------------
          O L S
---------------------------
      b-Wert t-Wert   Prob.
---------------------------
( 1)  19.57  18.76  (p=0.00)
( 2)  -0.71  -0.48  (p=0.63)
( 3)   0.00   0.00  (p=1.00)
( 4)  -6.71  -4.55  (p=0.00)
( 5)  -6.29  -4.26  (p=0.00)
( 6)  -9.86  -6.68  (p=0.00)
( 7) -10.29  -6.97  (p=0.00)
( 8)  -9.14  -6.20  (p=0.00)
( 9)  -9.57  -6.49  (p=0.00)
(10) -13.43  -9.10  (p=0.00)
(11) -13.29  -9.00  (p=0.00)
(12)  -7.86  -5.33  (p=0.00)
(13)  -6.86  -4.65  (p=0.00)
---------------------------
 R**2 =  0.75
 F(12;78) =  19.08 (p=0.0 )
---------------------------
    Analyse der Residuen:
---------------------------
Varianz =    7.62
"Portmanteau  I" =  24.02
(df= 24;p=0.46)
"Portmanteau II" =  27.63
(df= 24;p=0.28)
K-S =   0.87 (P=0.44)
---------------------------
```

PERSON 241



PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHÄTZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
MEAN	0	0.01253	-1.77309	1.79814
MOVING AVERAGE 1	7	-0.24552	-0.45445	-0.03660

ANZAHL DER RESIDUEN	91
SSQ DER RESIDUEN	4248.52734
FREIHEITSGRADE	89
MSQ DER RESIDUEN	47.73630
STANDARDFEHLER	6.90915

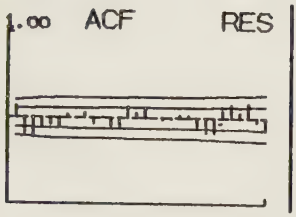
R**2 = 0.06977
F-Wert = 3.33770 p = 0.4145

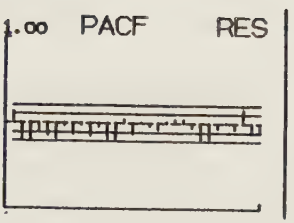
Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen
von der Normalverteilung (K-S) P=0.44418
Interkorrelation der Parameter

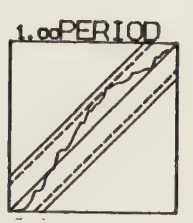
	1	2
1	1.0000	
2	-0.0096	1.0000

Portmanteau-Test I p=0.47948
Portmanteau-Test II P=0.26960

ACF,PACF und kumuliertes Periodogramm der Residuen

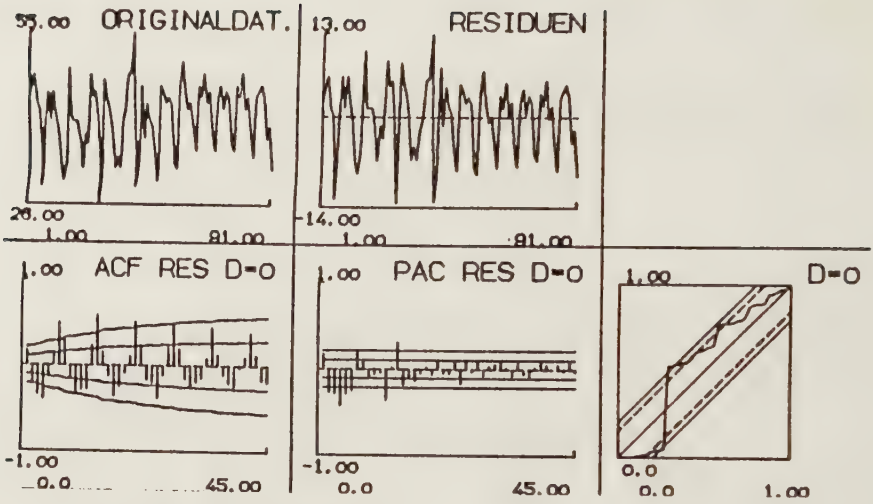






	O L S				G L S		
	b-Wert	t-Wert	Prob.		b-Wert	t-Wert	Prob.
(1)	38.71	13.39	(p=0.00)		38.71	13.88	(p=0.00)
(2)	3.14	0.77	(p=0.44)		3.14	0.90	(p=0.37)
(3)	-5.14	-1.26	(p=0.21)		-5.14	-1.28	(p=0.20)
(4)	-11.00	-2.69	(p=0.01)		-11.00	-2.75	(p=0.01)
(5)	-14.14	-3.46	(p=0.00)		-14.14	-3.53	(p=0.00)
(6)	-15.71	-3.84	(p=0.00)		-15.71	-3.92	(p=0.00)
(7)	-12.00	-2.94	(p=0.00)		-12.00	-3.00	(p=0.00)
(8)	-13.14	-3.21	(p=0.00)		-13.14	-3.28	(p=0.00)
(9)	-13.86	-3.39	(p=0.00)		-13.86	-3.46	(p=0.00)
(10)	-34.57	-8.46	(p=0.00)		-34.57	-8.63	(p=0.00)
(11)	-25.14	-6.15	(p=0.00)		-25.14	-6.28	(p=0.00)
(12)	-3.57	-0.87	(p=0.39)		-3.57	-0.89	(p=0.38)
(13)	-4.43	-1.08	(p=0.28)		-4.43	-1.11	(p=0.27)
R**2 = 0.66					R**2 = 0.65		
F(12;78) = 12.49 (p=0.0)					F(12;78) = 12.08 (p=0.0)		
Analyse der Residuen					Analyse der Residuen		
Varianz = 58.49					Varianz = 54.47		
"Portmanteau I" = 34.66					"portmanteau I" = 21.95		
(df= 24;p=0.07)					(df= 23;p=0.52)		
"Portmanteau II" = 40.20					"portmanteau II" = 25.68		
(df= 24;p=0.02)					(df= 23;p=0.32)		
K-S = 0.89 (p=0.41)					K-S = 0.87 (p=0.44)		

PERSON 243



O L S

---

	b-Wert	t-Wert	Prob.
(1)	41.71	18.63	(p=0.00)
(2)	-3.00	-0.95	(p=0.35)
(3)	-3.00	-0.95	(p=0.35)
(4)	-2.43	-0.77	(p=0.45)
(5)	-3.14	-0.99	(p=0.32)
(6)	0.43	0.14	(p=0.89)
(7)	-3.43	-1.08	(p=0.28)
(8)	-0.86	-0.27	(p=0.79)
(9)	1.14	0.36	(p=0.72)
(10)	1.00	0.32	(p=0.75)
(11)	0.00	0.00	(p=1.00)
(12)	0.57	0.18	(p=0.86)
(13)	-0.71	-0.23	(p=0.82)

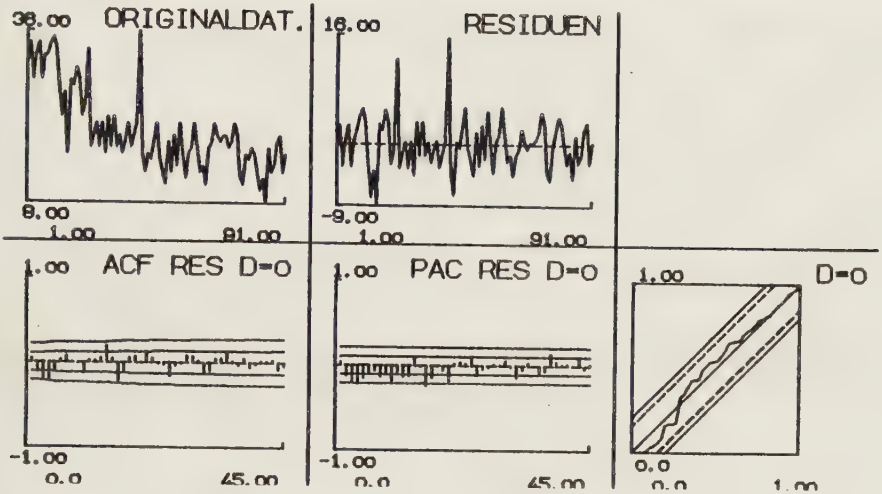
R**2 = 0.08
F(12;78) = 0.59 (p=0.84)

Analyse der Residuen:

Varianz = 35.10
"Portmanteau I" =177.84
(df= 24;p=0.00)
"Portmanteau II" =210.85
(df= 24;p=0.00)
K-S = 1.04 (P=0.23)

Für diese Person konnten trotz etwa 20 versuchter Modelle kein passendes Modell gefunden werden, bei dem die Residuen einen white noise Prozess darstellten.

PERSON 245



O L S

---

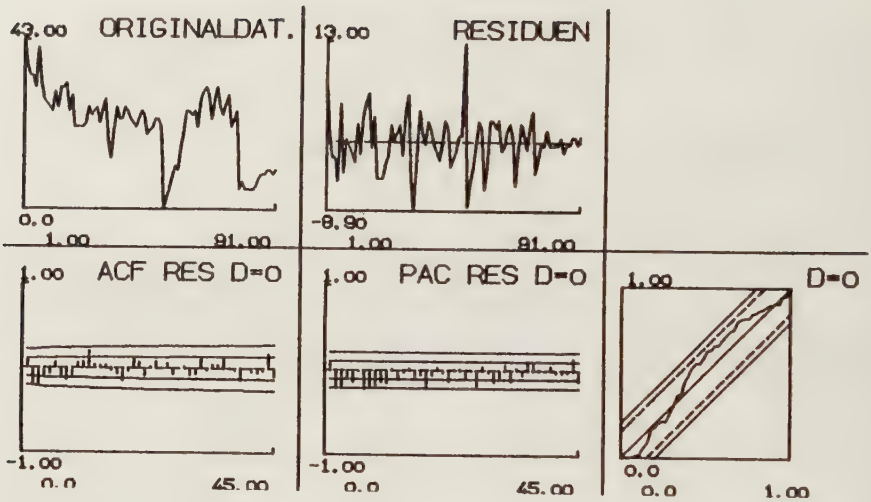
	b-Wert	t-Wert	Prob.
(1)	31.29	20.50	(p=0.00)
(2)	-1.43	-0.66	(p=0.51)
(3)	-6.29	-2.91	(p=0.00)
(4)	-10.71	-4.96	(p=0.00)
(5)	-12.57	-5.82	(p=0.00)
(6)	-10.86	-5.03	(p=0.00)
(7)	-15.71	-7.28	(p=0.00)
(8)	-15.14	-7.02	(p=0.00)
(9)	-15.71	-7.28	(p=0.00)
(10)	-12.57	-5.82	(p=0.00)
(11)	-15.00	-6.95	(p=0.00)
(12)	-18.29	-8.47	(p=0.00)
(13)	-15.57	-7.21	(p=0.00)

R**2 = 0.68
F(12;78) = 13.88 (p=0.0)

Analyse der Residuen:

Varianz = 16.30
"Portmanteau I" = 23.33
(df= 24;p=0.50)
"Portmanteau II" = 27.00
(df= 24;p=0.30)
K-S = 0.76 (P=0.61)

PERSON 251



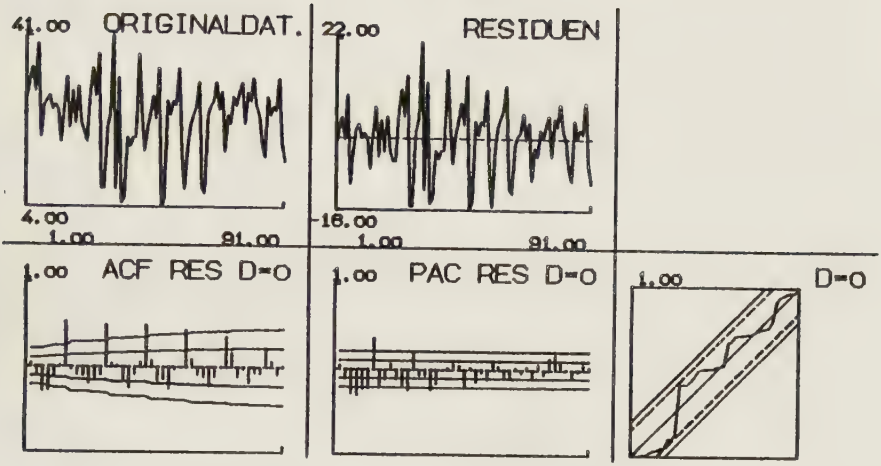
O L S			
	b-Wert	t-Wert	Prob.
(1)	36.00	26.59	(p=0.00)
(2)	-8.43	-4.40	(p=0.00)
(3)	-10.29	-5.37	(p=0.00)
(4)	-12.29	-6.42	(p=0.00)
(5)	-14.14	-7.39	(p=0.00)
(6)	-12.71	-6.64	(p=0.00)
(7)	-13.86	-7.24	(p=0.00)
(8)	-27.71	-14.47	(p=0.00)
(9)	-13.86	-7.24	(p=0.00)
(10)	-7.43	-3.88	(p=0.00)
(11)	-11.00	-5.74	(p=0.00)
(12)	-30.57	-15.97	(p=0.00)
(13)	-26.71	-13.95	(p=0.00)

R**2 = 0.87
F(12;78) = 41.75 (p=0.0)

Analyse der Residuen:

Varianz = 12.83
"Portmanteau I" = 22.72
(df= 24;p=0.54)
"Portmanteau II" = 25.97
(df= 24;p=0.35)
K-S = 0.70 (P=0.71)

PERSON 252



	O L S			G L S		
	b-Wert	t-Wert	Prob.	b-Wert	t-Wert	Prob.
(1)	29.43	9.62	(p=0.00)	29.39	14.05	(p=0.00)
(2)	-4.43	-1.02	(p=0.31)	-4.22	-1.70	(p=0.09)
(3)	-4.29	-0.99	(p=0.33)	-4.23	-1.52	(p=0.13)
(4)	-6.29	-1.45	(p=0.15)	-5.38	-1.83	(p=0.07)
(5)	-9.86	-2.28	(p=0.03)	-11.00	-3.65	(p=0.00)
(6)	-7.71	-1.78	(p=0.08)	-7.75	-2.54	(p=0.01)
(7)	-9.43	-2.18	(p=0.03)	-8.63	-2.81	(p=0.01)
(8)	-6.29	-1.45	(p=0.15)	-6.52	-2.11	(p=0.04)
(9)	-10.14	-2.34	(p=0.02)	-10.25	-3.32	(p=0.00)
(10)	-4.00	-0.92	(p=0.36)	-4.28	-1.38	(p=0.17)
(11)	-3.43	-0.79	(p=0.43)	-3.16	-1.02	(p=0.31)
(12)	-5.00	-1.16	(p=0.25)	-4.55	-1.47	(p=0.15)
(13)	-5.57	-1.29	(p=0.20)	-5.93	-1.91	(p=0.06)
	R**2 = 0.12			R**2 = 0.4		
	F(12;78) = 0.89 (p=0.56)			F(12;78) = 6.06 (p=0.00)		
	Analyse der Residuen			Analyse der Residuen		
	Varianz = 65.53			Varianz = 43.55		
	"Portmanteau I" =105.14			"Portmanteau I" = 26.05		
	(df= 24;p=0.00)			(df= 22;p=0.25)		
	"Portmanteau II" =125.55			"portmanteau II" = 31.25		
	(df= 24;p=0.00)			(df= 22;p=0.09)		
	K-S = 0.78 (p=0.58)			K-S = 0.60 (p=0.86)		

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHÄTZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
AUTOREGRESSIVE 1	7	0.52215	0.33073	0.71357
MEAN	0	0.01620	-2.08740	2.11979
MOVING AVERAGE 1	3	0.27562	0.05609	0.49515

ANZAHL DER RESIDUEN	84
SSQ DER RESIDUEN	3178.30322
FREIHEITSGRADE	81
MSQ DER RESIDUEN	39.23831
STANDARDFEHLER	6.26405

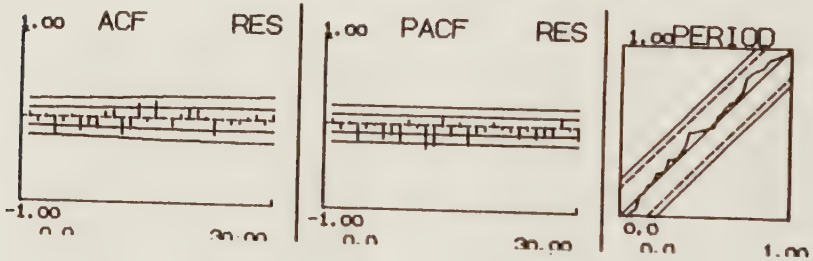
R**2 = 0.34722
F-Wert = 14.36146 p = 0.0672

Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen
von der Normalverteilung (K-S) P=0.67389
Interkorrelation der Parameter

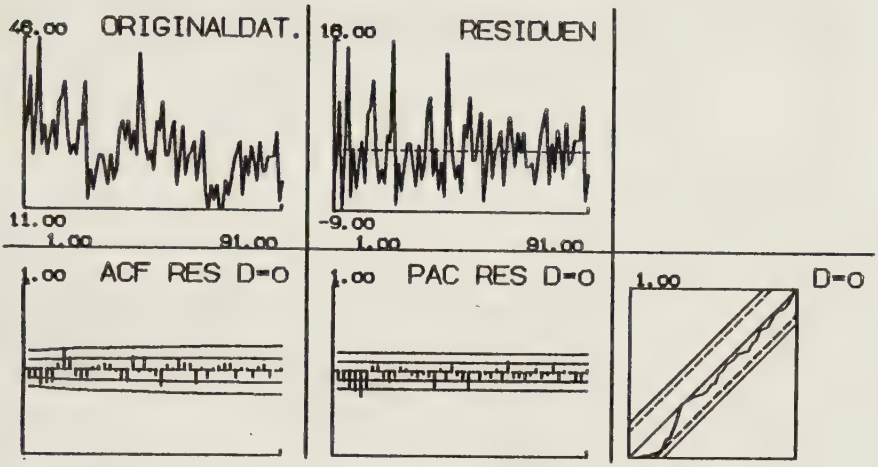
	1	2	3
1	1.0000		
2	0.0090	1.0000	
3	-0.1724	0.0150	1.0000

Portmanteau-Test I p=0.38738
Portmanteau-Test II P=0.16389

ACF,PACF und kumuliertes Periodogramm der Residuen



PERSON 254



PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHÄTZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
MEAN	0	-0.00078	-1.25634	1.25479
MOVING AVERAGE 1	7	-0.27077	-0.48427	-0.05726

ANZAHL DER RESIDUEN	91
SSQ DER RESIDUEN	2064.99780
FREIHEITSGRADE	89
MSQ DER RESIDUEN	23.20222
STANDARDFEHLER	4.81687

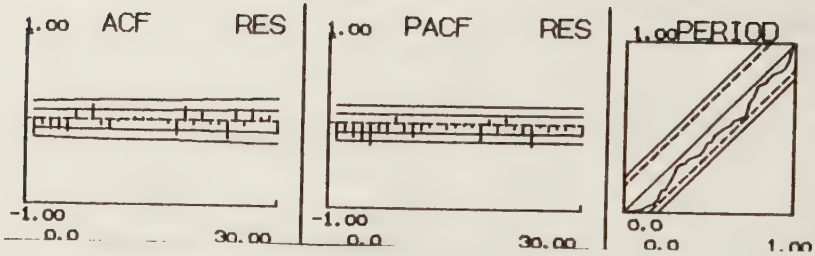
R**2 = 0.06234
F-Wert = 2.95865 p = 0.4375

Wahrscheinlichkeit der Abweichung der Residuen
von der Normalverteilung (K-S) P=0.48526
Interkorrelation der Parameter

	1	2
1	1.0000	
2	-0.0027	1.0000

Portmanteau-Test I p=0.42162
Portmanteau-Test II P=0.19371

ACF,PACF und kumuliertes Periodogramm der Residuen



	OLS			GLS		
	b-Wert	t-Wert	Prob.	b-Wert	t-Wert	Prob.
(1)	31.00	15.44	(p=0.00)	31.00	15.94	(p=0.00)
(2)	-3.14	-1.11	(p=0.27)	-3.14	-1.30	(p=0.20)
(3)	-4.14	-1.46	(p=0.15)	-4.14	-1.48	(p=0.14)
(4)	-10.00	-3.52	(p=0.00)	-10.00	-3.57	(p=0.00)
(5)	-9.71	-3.42	(p=0.00)	-9.71	-3.47	(p=0.00)
(6)	-2.29	-0.80	(p=0.42)	-2.28	-0.82	(p=0.42)
(7)	-5.86	-2.06	(p=0.04)	-5.86	-2.09	(p=0.04)
(8)	-7.57	-2.67	(p=0.01)	-7.57	-2.70	(p=0.01)
(9)	-9.00	-3.17	(p=0.00)	-9.00	-3.21	(p=0.00)
(10)	-17.71	-6.24	(p=0.00)	-17.71	-6.33	(p=0.00)
(11)	-12.29	-4.33	(p=0.00)	-12.28	-4.39	(p=0.00)
(12)	-10.14	-3.57	(p=0.00)	-10.14	-3.62	(p=0.00)
(13)	-10.71	-3.77	(p=0.00)	-10.71	-3.83	(p=0.00)
	R**2 = 0.46			R**2 = 0.52		
	F(12;78) = 5.63 (p=0.00)			F(12;78) = 7.16 (p=0.0)		
	Analyse der Residuen			Analyse der Residuen		
	Varianz = 28.23			Varianz = 26.47		
	"Portmanteau I" = 29.21 (df= 24;p=0.21)			"Portmanteau I" = 22.23 (df= 23;p=0.51)		
	"Portmanteau II" = 34.30 (df= 24;p=0.08)			"portmanteau II" = 26.57 (df= 23;p=0.27)		
	K-S = 0.83 (p=0.50)			K-S = 0.83 (p=0.50)		

7.4. Der Ansatz von BOX & TIAO (1975).

BOX und TIAO (1975) generalisierten das Transferfunktionsmodell (siehe Kap.5) für Fälle, bei denen ein oder mehrere Inputs aus Indikator bzw. Dummy Variablen, die die Werte 1 ("on") und 0 ("off") annehmen, bestehen. Dabei können auch weiterhin gewöhnliche reale Inputreihen vorkommen, die einem ARIMA Modell gehorchen. Die Autoren unterscheiden bei den Indikatorvariablen zwischen sogenannten Stepinputs

(7.4.1)

$$S_t^{(T)} = \begin{cases} 0, & t < T \\ 1, & t \geq T \end{cases}.$$

und sogenannten Pulsinputs

(7.4.2)

$$P_t^{(T)} = \begin{cases} 0, & t \neq T \\ 1, & t = T \end{cases}.$$

Ein Beispiel für einen "Pulsinput" wäre etwa bei psychophysiologischen Untersuchungen zum evozierten Potential die Darbietung eines akustischen oder optischen Stimulus. Das Überaus Attraktive an dem Ansatz von BOX und TIAO (1975) besteht darin, dass sich damit, neben den gewöhnlichen "statischen" Hypothesen, wie Veränderung im Level und Trend, die sich nicht von dem Verfahren des letzten Kapitels unterscheiden, auch dynamische Interventionshypothesen testen lassen, wie sie für den therapeutischen Bereich, aber vor allem für den psychophysiologischen Bereich, viel angemessener erscheinen. In Abb.7.10 sind 6 verschiedene "Impulseresponses" für Step- und Impulsinputs abgebildet. Dabei entspricht (a) und (c) den Testveränderungen im Level bwz. dem Test auf Trend.

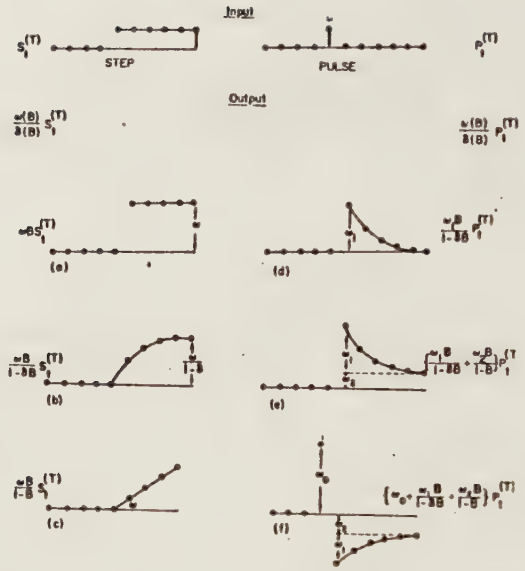


Abb.7.10: Verschiedene "Responses" auf einen "Step-" und einen "Pulse-" Input. (aus BOX & TIAO, 1975, S.72).

Inhaltlich lässt sich Abb.7.10 dabei wie folgt interpretieren: Der Teil von Abb.7.10 der mit "Input" bezeichnet ist, stellt gewissermassen die "naive" Designmatrix X des linearen Modells dar. Der Teil, der mit "Output" bezeichnet ist, darf nicht mit dem eigentlichen Output, also der Y Variable verwechselt werden, sondern stellt die Hypothese für den Output dar. In der Schreibweise des linearen Modells entspricht dies der modifizierten Designmatrix. Die Struktur der modifizierten Designmatrix ist jeweils durch das Modell vorgegeben. Die individuelle Form ergibt sich jedoch von der dynamischen Eigenart der Daten. Das heisst, anders als bei herkömmlichen Verfahren, werden damit nicht Modelle über die Daten "gestülpt", sondern die Daten bestimmen die Form (nicht die Struktur) des Modells. Liegen als Inputs nur binäre Hypothesen vor, ist es natürlich unsinnig, den Vorgang des "pre-whitening" vorzunehmen. Deswegen ist das weitere Vorgehen um einiges einfacher als bei den Transferfunktionsmodellen mit realen Inputs. Im einzelnen geht man dabei folgendermassen vor: Zuerst postuliert man aufgrund theoretischer Überlegungen ein oder mehrere Interventionsmodelle, wobei die Abb. 7.10 nur als kreative Anregung dienen soll. Als nächstes gilt es, analog zum Transferfunktionsmodell, mit realen Inputs das noise Modell zu bestimmen, da dieses vor allem die Varianz-Kovarianzmatrix der Parameterschätzungen und damit die

darauf aufbauenden Signifikanztests korrumpiert. Das Vorgehen, das BOX und Tiao hierfür vorschlagen, muss jedoch abgelehnt werden. BOX und TIAO schlagen hierzu entgegen ihrem Vorgehen bei gewöhnlichen Transferfunktionsmodellen, bei denen das Noise Modell wie folgt bestimmt wird

(5.2.23)

$$N_t = \tilde{y}_t - \frac{\omega(B)}{\delta(B)} B^b \tilde{x}_t$$

zur Bestimmung des noise Modelles bei Daten mit dynamischen Interventionseffekten vor, entweder die ganze Zeitreihe zu verwenden oder nur die entsprechenden Zeitpunkte vor der Intervention. Wie jedoch in den letzten Kapiteln gezeigt wurde, kann eine solche Strategie unter Umständen sehr irreführend sein. Deswegen wird empfohlen, das noise Modell nach Elimination des dynamischen Interventionsteiles, also des Transferfunktionsmodelles, aufgrund der Residuen zu bestimmen.
Für den gleichzeitigen Fall von realen Inputs und binären Inputs ergibt sich keine Veränderung gegenüber den in Kap.5 geschilderten Vorgehensweise. Die Schätzung aller Parameter, also sowohl der Interventionsparameter als auch der autoregressiven und moving average Parameter, sowie des Mittelwertes bzw. Trends erfolgt simultan mit dem nichtlinearen MARQUARD - Algorithmus.

7.4.1 Beispiele.

Beispiel 1:

In diesem Beispiel wird simultan der Transfer der Atmung auf die Herzrate und die triphasische Herzpotentialhypothese von LANG (1971) getestet. Hierzu wird das Beispiel 1 aus Kapitel 5.2.2 wieder aufgegriffen. Bei dieser Person wurde zum Zeitpunkt 188 ein akustischer Stimulus gegeben, um die triphasische Herzpotentialhypothese von LANG (1971) zu testen. Die Hypothese, wie sie in Abb.5.4 dargestellt ist, stellt dabei, obwohl sie nicht nur aus 0,1-Werten besteht, keinen stochastischen Input im üblichen Sinne dar, sondern entspricht den Transferfunktionsmodellen a - c von Abb.7.10. Prinzipiell müsste es dabei möglich sein, diese im vorliegenden Fall schon ausformulierte Transferhypothese in Form einer Funktion anzugeben, die aus einem Pulsinput (dem experimentellen Stimulus) die entsprechende Transferfunktion selbst generiert. Dies war beim augenblicklichen Stand der Dinge jedoch nicht möglich. Als Ergebnis ergaben sich für dieses Modell:

NOISE MODELL PARAMETER

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHÄTZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
AUTOREGRESSIVE 1	1	0.95025	0.95562	0.97489
MEAN	0	62.809	48.828	75.789

TRANSFER FUNCTION PARAMETER FUER DIE ATMUNG

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHÄTZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
INPUT LAG 1	0	-0.08134	-0.10695	-0.00186
INPUT LAG 1	1	-0.09789	-0.17865	-0.01813
INPUT LAG 1	2	-0.09369	-0.01285	0.17233

TRANSFER FUNCTION DER EVOZIERTEN HERZPOTENTIALSHYPOTHESE.

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHÄTZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
INPUT LAG 1	0	1.4710	0.45381	2.4882

ANZAHL DER RESIDUEN	578
SSQ DER RESIDUEN	36649.00
FREIHEITSGRADE	572
MSQ DER RESIDUEN	64.072
STANDARDFEHLER	8.0045

Vergleichen wir das Transfermodell nur von der Atmung auf die Herzrate (a), mit dem kombinierten Modell des Transfers von Atmung und LANG - Hypothese auf die Herzrate (b):

(7.4.3)

(a) $(1-B)\, Y_t = -.145\, X_{t-18} + .179\, X_{t-19} - .15\, X_{t-20} + a_t$

(b) $Y_t = 62.3 + .081\, X_{1,t-18} + .097\, X_{1,t-19} + .093\, X_{1,t-20} + 1.471\, X_{2,t} + \frac{1}{1-.95B}\, a_t$

so fällt auf, dass die LANG Hypothese den Effekt der Atmung auf die Herzrate fast völlig absorbiert.

Beispiel 2:

Dieses Beispiel stammt von einem verhaltenstherapeutischen Experiment zur Reduktion des Rauchens (SCHWARZE-BINDHARD, 1975). Die Behandlungsmethode bestand aus verschiedenen Selbstkontrolltechniken. REVENSTORF et al. (1978) benutzte das gruppenstatistische LISREL Modell von JÖRESKOG (1973) und entdeckte eine dynamische Beziehung zwischen

Therapiemotivation und dem Rauchverhalten. Abb.7.11 zeigt die Anzahl der täglich gerauchten Zigaretten und den entsprechenden täglichen Motivationsscore, der sich folgendermassen zusammensetzte: Jeder Klient sollte vor dem Anzünden einer Zigarette auf einer Skala anstreichen, wie motiviert er noch ist, das Rauchen aufzugeben. Die Skala reichte dabei von -2 (völlig unmotiviert) bis +2. Am Ende jedes Tages wurden diese Werte addiert. Dieses Vorgehen ist zwar nicht ganz unproblematisch, doch soll uns das hier nicht weiter beschäftigen. Neben der Hypothese, ob die dynamische Beziehung zwischen Rauchverhalten und Motivation innerhalb einer einzelnen Person nachgewiesen werden konnte, wurde gleichzeitig der Effekt der therapeutischen Intervention, die nach dem 7. Tag einsetzte, getestet.

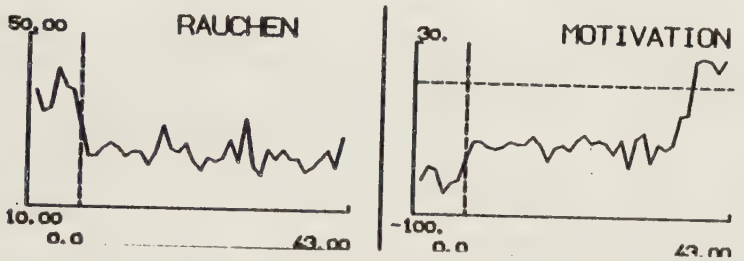


Abb.7.11: (a) Zigarettenkonsum (b) Motivation das Rauchen aufzuhören.

Als Output System Y wurden die gerauchten Zigaretten angenommen, und die Motivation und die Interventionshypothese als Input Systeme. Als ARIMA Modell für die Motivation ergab sich ein "Random Walk" Modell (ARIMA (0,1,0)). da der Mittelwert nach einmaliger Differenzenbildung sich signifikant von Null unterschied, wurde ein deterministischer Trend mit θ_0= 2.3 angenommen. Die Identifikation des Transferfunktionsmodells ergab keine Notwendigkeit für ein ARIMA Noise Modell. Als Modellschätzungen ergab sich:

NOISE MODELL PARAMETER

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHÄTZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
MEAN	0	35.5800	33.569	37.591

TRANSFER FUNCTION PARAMETER FUER DIE MOTIVATION

DIFFERENZENBILDUNG D=1

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHÄTZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
OUTPUT LAG 1	1	0.39002	0.02665	0.75340
INPUT LAG 1	0	-0.16142	-0.22992	-0.09292

TRANSFER FUNKTION DER THERAPIE

PARAMETERTYP	LAG	ML-SCHÄTZUNG	95-PROZENT KONFIDENZINTERVALL	
INPUT LAG 1	0	-12.210	-14.419	-10.001

ANZAHL DER RESIDUEN	41
SSQ DER RESIDUEN	222.58
FREIHEITSGRADE	37
MSQ DER RESIDUEN	6.0157
STANDARDFEHLER	2.4527

Weder die ACF der Residuen a(t), noch die CCF zwischen der "prewhitened" Motivation und den Residuen a(t) ergab Hinweise für eine Modellabweichung. Damit konnte zum einen das gruppenstatistisch gefundene Ergebnis von REVENSTORF et al. Innerhalb einer einzelnen, zufällig selegierten Person (1978) repliziert werden. Weiter zeigte sich bei dieser Person, dass das Einsetzen der Therapie eine durchschnittliche Verringerung des Rauchverhaltens um 12 Zigaretten pro Tag mit sich brachte.

8. Diskussion.

Zusammenfassend ergaben sich für die univariaten ARIMA Modelle der beiden untersuchten Gruppen (Kontrollgruppe und "Covert Sensitization" Behandlungsgruppe+) recht unterschiedliche Modelle, wie sie in Tab. 9.1 (a),(b) zu sehen sind.

Form und Anzahl der ARMA Parameter sowie der notwendige Differenzenbildungsgrad d unterscheiden sich beträchtlich sowohl von den ARIMA Modellen, wie sie von GLASS, WILLSON & GOTTMAN für 95 Zeitreihen aus dem sozialwissenschaftlichen Bereich gefunden wurden, die in Tab. 9.2 zum Vergleich abgedruckt sind, als auch von der Auffassung von BOX & JENKINS (1970, S.173), nach der die Anzahl der p+q Parameter gewöhnlich 2 ist.

Inwieweit diese grössere Komplexität von ARIMA Modellen charakteristisch für Zeitreihen aus dem klinischen Sektor ist, können erst weitere Studien zeigen. Beim Vergleich der von uns identifizierten ARIMA Modelle mit denen von GLASS, WILLSON & GOTTMAN, fällt zum einen auf, dass der Differenzenbildungsgrad d >0 bei diesen Autoren bei ca. 50%, bei unseren Beispielen jedoch nur bei ca. 12% lag. Ein möglicher Grund für diese Diskrepanz liegt darin, dass GLASS, WILLSON & GOTTMAN im Gegensatz zu unserer Vorgehensweise über den RAO - TINTNER Test, kein statistisches, sondern ein sehr subjektives Kriterium zur Bestimmung des Differenzenbildungsgrades d anlegen. Insbesondere ist der Verdacht nicht von der Hand zu weisen, dass die Dominanz der ARIMA (0,1,1) Prozesse ein historisch bedingtes Artefakt sind. Dafür sprechen mehrere Annahmen: Nach Erscheinen des BOX & TIAO Artikels von 1965 veröffentlichten MAGUIRE & GLASS (1969) ein Computerprogramm, das Interventionsanalysen bei IMA(1,1) Prozessen erlaubte. Dieses Programm war lange Zeit das einzige verfügbare Computerprogramm für Zeitreihenanalysen mit Interventionseffekten. GOTTMAN & LEIBLUM (1975) haben z.B. dieses Programm in ihrem ansonsten sehr hübschen Buch "How to do psychotherapy and how to evaluate it" im Anhang abgedruckt und damit sicherlich dazu beigetragen, dass bei vielen Zeitreihen aus dem klinischen Bereich dieses Programm eingesetzt wurde. Ein Beispiel einer vermutlich falschen Anwendung dieses Programms, das einen ARIMA(0,1,1) der Zeitreihe voraussetzt, ist die Doktorarbeit von JOHNSON (1975), der den Effekt von Familientherapie und Einzeltherapie an zwei Einzelfallstudien zeitreihenanalytisch untersuchte. Die optische Inspektion der Zeitreihen von JOHNSON lassen einen stationären Prozess mit sehr grosser Wahrscheinlichkeit annehmen. Durch die (vermutlich) falsche Differenzenbildung d=1, wie sie dem IMA(1,1) Modell immanent ist, wird aber ein anderer stochastischer Prozess zugrundegelegt, mit dem Erfolg, dass

---

+Die entsprechenden ARIMA Modelle hiervon wurden über die Residuen des OLS Modells (siehe Kapitel 7.3) bestimmt.

sowohl die Interventionsparameter als auch deren Statistiken nicht interpretierbar sind. Ob bei diesen Zeitreihen der eigentlich zugrundeliegende Prozess z.B. "white noise" Prozesse waren, konnte nicht ermittelt werden, weil JOHNSON die γ Parameter (die der Nomenklatur von BOX & TIAO (1965) entsprechen und identisch mit $1-\theta$ sind) in seiner Dissertation nicht veröffentlichte. Die fälschliche Identifikation von IMA(1,1) Prozessen statt "white noise Prozessen durch GLASS(1968) konnte im Abschnitt 4.5.1 gezeigt gezeigt werden.

Abb.9.1 (a): ARIMA Modelle der Kontrollgruppe (N=21).

	d=0			
p \ q	0	1	2	3
0	2 (10%)	5 (24%)		
1	6 (29%)	1 (5%)		
2	2 (10%)			
3	1 (5%)			

	d=1			
p \ q	0	1	2	3
0	1 (5%)	1 (5%)		
1	1 (5%)			
2	1 (5%)			
3				

Abb.9.1 (b): ARIMA Modelle der "Covert Sensitization" Gruppe (N=27).

	d=0			
p \ q	0	1	2	3
0	14 (52%)	3 (11%)	2 (7%)	4 (15%)
1		2 (7%)		
2	1 (4%)			
3	1 (4%)			

Tab. 9.2: Zusammenstellung der ARIMA Modelle von 95 Zeitreihen aus dem sozialwissenschaftlichen Bereich (nach GLASS, WILLSON & GOTTMAN, 1975, S.117)

d=0				
p \ q	0	1	2	3
0	16	10	2	
1	21			
2	2			

d=1				
p \ q	0	1	2	3
0	9	22	4	2
1	1			
2				

d=2				
p \ q	0	1	2	3
0	2	2	2	2
1				
2				

Wir glauben deshalb, dass die Zusammenstellung der ARIMA - Modelle aus dem sozialwissenschaftlichen Bereich durch GLASS, WILLSON & GOTTMAN zumindest teilweise ein falsches Bild wiedergibt. Für die Überbetonung der ARIMA(0,1,1) Prozesse bei Zeitreihen mit Interventionseffekten dürfte letztlich eine Bemerkung von BOX & TIAO (1965) schuld sein: " ... in many industrial and economic applications, it seems much more reasonable to suppose that as we move away from E (Intervention+) the observations should become less and less informative about delta (Interventionseffekt+) this is precisly what we find with the integrated moving average model. " (Seite 188). Dieses Argument leuchtet zwar intuitiv nur allzu gut ein, dabei wird aber vergessen, dass die Richtschnur zur Transformation von Zeitreihendaten und der Designmatrix X nicht plausible Vorstellungen sein dürfen, sondern der tatsächliche zugrundeliegende

---

+Einschub durch den Autor der vorliegenden Arbeit

stochastische Prozess. Verfehlen wir diesen, verfehlen wir damit auch die inhaltliche Bedeutung des Interventionseffektes und dessen statistische Aussagekraft.

Wegen der Dualität vieler ARIMA Modelle halten wir eine qualitative Unterscheidung und Interpretation etwa von AR und MA Prozessen nicht für sinnvoll. Ausgesprochen sinnvoll hingegen erwies sich die Berechnung des multiplen R**2 eines ARIMA Abhängigkeitsmodells. Mit diesem Mass lässt sich angeben, wieviel Prozent der Gesamtvarianz der Zeitreihe sich mit dem ARIMA Modell erklären lässt. Eine Verteilung der erklärten Varianz durch das ARIMA Modell für die beiden untersuchten Gruppen zeigt Abb. 9.4.

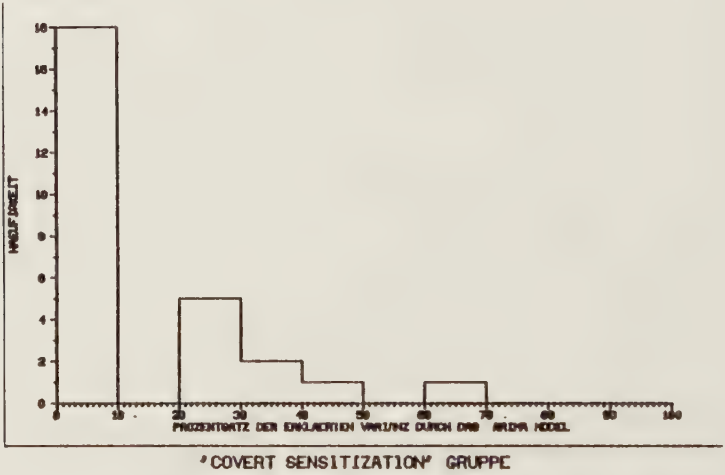


Abb. 9.4(a): Verteilung des Prozentsatzes der erklärten Totalen Varianz durch das ARIMA Modell bei der "Covert Sensitization" Gruppe.

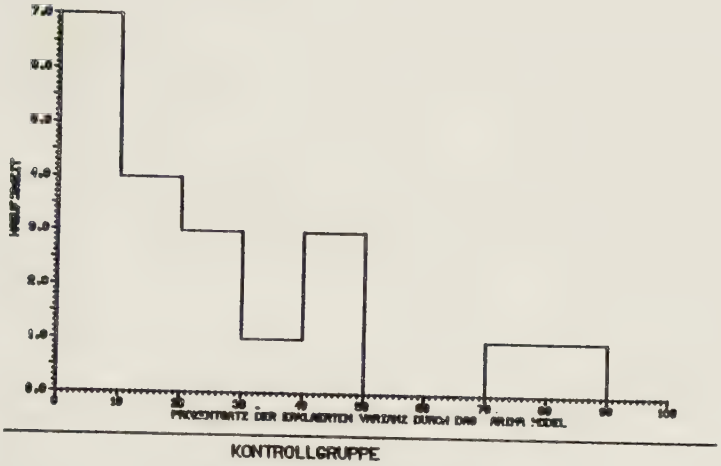


Abb. 9.4(b): Verteilung des Prozentsatzes der erklärten Totalen Varianz durch das ARIMA Modell bei der Kontrollgruppe.

Durchschnittlich lässt sich bei der Kontrollgruppe 25% Und bei der "Covert Sensitization" Gruppe ca. 12% Der Gesamtvarianz durch die serielle Abhängigkeit der Daten untereinander erklären. Damit ist zumindest für die 48 analysierten Zeitreihen gezeigt worden, dass das Bestehen serieller Abhängigkeit bei klinischen Zeitreihendaten keine methodische Spitzfindigkeit ist, sondern ein wichtiger und ernstzunehmender Faktor der Varianzerklärung mit möglicherweise eigenständiger klinischer Bedeutung. Auffallend bei dem vorliegenden Ergebnis ist dabei, dass die behandelte Gruppe eine niedrigere serielle Abhängigkeit aufwies, als die unbehandelte Kontrollgruppe. Dieser Unterschied ist statistisch signifikant ($F(1,45) = 4.85$; $p < .05$) Möglicherweise liegt ein genereller Effekt von wirksamer Therapie neben der "lokalen" Veränderung des Levels und/oder Trends in einer Veränderung der seriellen Abhängigkeit des Verhaltens. Aus diesem Ergebnis ergeben sich eine Reihe wichtiger Fragestellungen für zukünftige Untersuchungen:

(a) Welche serielle Abhängigkeit weisen verschiedene "Systeme" (z.B. Rauchverhalten, Motivation, Stress, Alkohol) vor, während und nach einer Therapie auf?

(b) Wirken unterschiedliche therapeutische Massnahmen unterschiedlich auf die serielle Abhängigkeit von Daten?

(c) Wie ist das dynamische Wirkungsgefüge dieser "Systeme" untereinander?

(d) Korreliert die serielle Abhängigkeit (z.B. in Form des

multiplen R**2) mit externen Kriterien, wie Therapieerfolg, Rückfällen, Persönlichkeitsdimensionen (z.B. Rigidität)?

Möglicherweise ist eine intensive Bearbeitung solcher Fragestellungen ein wichtiger Schritt in Richtung einer "massgeschneiderten" optimalen Therapie für den einzelnen Patienten.

Neben der Erfassung bestimmter Prozesseigenschaften von klinischen Daten über die univariaten ARIMA - Analysen bestand ein wichtiges Anliegen der vorliegenden Arbeit darin, eine effizientere Form der Modellidentifikation und Parameterschätzung bei Zeitreihendaten mit Interventionseffekten zu entwickeln, als es mit dem Ansatz von GLASS, WILLSON & GOTTMAN (1975) möglich ist. Das von uns erarbeitete Verfahren, die Modellidentifikation und die Parameterschätzung über die Residuen des OLS - Modells durchzuführen, kam dabei zu identischen Ergebnissen wie das Verfahren von GLASS, WILLSON & GOTTMAN (1975), besitzt aber eine Reihe unbestreitbarer Vorteile, sowohl was die Praxis anbetrifft, als auch bezüglich der theoretischen Herleitung und Einbettung in ein umfassenderes Modell. Was die Praxis anbelangt, ist mit unserem Ansatz generell nur eine Modellidentifikation im Gegensatz zu den getrennten Modellidentifikationen für jede experimentelle Phase bei GLASS, WILLSON & GOTTMAN (1975) notwendig. Wegen letzterer Restriktion scheiden Interventionsanalysen für Zeitreihendaten aus dem klinischen Bereich ohnedies meist aus, weil hier die Phasen gewöhnlich zu kurz sind, um eine einigermassen verlässliche Modellidentifikation zu erlauben. Auch das Verfahren der Schätzung der ARMA Parameter bei GLASS, WILLSON & GOTTMAN (1975) ist der von uns vorgeschlagenen Methode unterlegen. GLASS, WILLSON & GOTTMAN (1975) benötigen für einparametrigen AR oder MA Modelle 100 Regressionsanalysen des gesamten linearen Modells um den gesuchten AR oder MA Parameter mit einer Genauigkeit von .02 zu finden. Die Zahl der notwendigen vollständigen Regressionsanalysen mit vorangehender ARIMA - Transformation der Zeitreihe und der X - Designmatrix beträgt bei mehrparametrigen ARMA Modellen und einer Genauigkeit der ARMA Parameterschätzungen von 0.02 sogar 100**(p+q). Dabei erhält man mit diesem aufwendigen Verfahren keine statistische Information über die ARMA Parameter, wie Signifikanz, Streubreite, Interkorrelation etc. Die von uns berechneten MAXIMUM LIKELIHOOD Schätzungen anhand der Residuen benötigten selbst bei 3-4 parametrigen Modellen und einer Genauigkeit von .001 selten mehr als 20 Iterationen. Ausserdem liefern sie Konfidenzintervalle für die Parameter und deren Interkorrelation.

Den theoretischen Vorteil unseres Verfahrens sehen wir darin, dass es sich direkt von einem generellen Modell, nämlich dem GLS ("Generalized Least Squares") Verfahren, herleiten lässt. Wir glauben, dass damit die Logik und das Rationale der Anwendung des linearen Modells bei Zeitreihendaten, die eine serielle Abhängigkeit aufweisen, allgemeiner und unmittelbarer verständlich wird, als über

die Darstellung bei BOX & TIAO (1965) und bei GLASS, WILLSON & GOTTMAN (1975). Vereinfacht besteht der ganze Trick bei der Anwendung des generellen linearen Modells bei seriell abhängigen Daten darin, dass man

(1) die serielle Abhängigkeit der Residuen über den iterativen Prozess der ARIMA Modellidentifikation, Parameterschätzung und anschliessender Modelldiagnostik erfasst.

(2) Die Abhängigkeit der Residuen aufspaltet in den unabhängigen "white noise" Prozess a(t) und das die Abhängigkeit generierende Psi Polynom.

(3) Als Darstellung des generellen linearen Modells ergibt sich damit:

(7.3.2)

$$z_t = X_{t,k}B + \Psi(B)a_t$$

$$[\ \Psi(B) = 1+\Psi_1 B+\Psi_2 B^2+\ldots+\Psi_n B^n\ ]$$

$$[\ a_t \sim N,\ 0,\ \Sigma = I\sigma^2\ ]$$

(4) Um nun die entscheidende Voraussetzung des linearen Modells -die Unabhängigkeit der Residuen- zu schaffen, dividieren wir (7.3.2) einfach durch das Psi - Polynom.

(7.3.5)

$$\frac{z_t}{\Psi(B)} = \frac{X_{t,k}}{\Psi(B)} + \frac{\Psi(B)}{\Psi(B)}\,a_t$$

Das Ignorieren der seriellen Abhängigkeit verändert zwar kaum die Schätzung der Beta - Gewichte, was mit der (siehe 6.Kapitel) "unbiasedness" der OLS Schätzungen zusammenhängt. Die Teststatistiken der OLS - Schätzungen sind jedoch beim "GLS" Verfahren numerisch völlig verschieden von dem des OLS Verfahrens. Eine multivariate Varianzanalyse zwischen den 13 Beta Gewichten+ des "GLS" und des OLS Verfahrens brachte folgendes Ergebnis: Der multivariate F - Bruch mit dem Programm MULTIVARIANCE V (FINN, 1974) betrug F(13,8)=0.1701;Die Wahrscheinlichkeit dieses F - Wertes ist p=<.99974. Tab. 9.4 zeigt die Mittelwerte der 13 Beta - Gewichte aus OLS und "GLS" Verfahren.

+Bei diesen Analysen schieden die Personen 251 und 254 aus, da bei diesen die serielle Abhängigkeit so unerheblich ist (R**2 bei 0.06), dass OLS und "GLS" praktisch identisch sind.

Tab.9.4: Mittelwerte der 13 Beta - Gewichte aus OLS und "GLS" Verfahren.

	1	2	3	4	5	6	7
OLS	31.6	-2.5	-6.1	-5.6	-8.3	-8.5	-8.9
GLS	31.6	-2.4	-6.4	-5.4	-8.6	-8.2	-9.2

	8	9	10	11	12	13
OLS	-9.3	-8.6	-7.7	-9.2	-11.0	-8.2
GLS	-9.4	-8.5	-7.5	-9.5	-11.1	-8.3

Die multivariate Varianzanalyse der t- Werte dieser Beta Gewichte aus "GLS" und OLS Schätzungen ergab jedoch folgendes signifikante Ergebnis: $F(13,8)=3.82$; $p=<.03$. Die entsprechenden Mittelwerte dieser 13 t-Werte für das OLS und das "GLS" Verfahren sind in Tab.9.5 zu sehen.

Tab.9.5: Mittelwerte der 13 t-Werte aus OLS und "GLS" Verfahren.

	1	2	3	4	5	6	7
OLS	18.4	-1.0	-2.4	-2.6	-3.5	-3.5	-3.7
GLS	31.8	-1.6	-5.0	-4.6	-6.4	-6.5	-6.9

	8	9	10	11	12	13
OLS	-3.6	-3.5	-3.3	-3.8	-5.3	-3.6
GLS	-6.9	-6.6	-5.8	-7.0	-8.7	-5.9

Der Grund für diesen signifikanten Unterschied der Statistiken von "GLS" und OLS Verfahren liegt in der deutlichen Überschätzung der Fehlervarianz durch die OLS Methode.++

++Das ist streng genommen falsch, da bei Berechnung der Fehlervarianz des OLS Verfahren nach (6.1.9) die Fehlervarianz eine Unterschätzung darstellt. Da praktisch jedoch die Fehlervarianz seriell korrelierter Residuen mittels OLS immer über (6.1.4) berechnet wird, stellt diese Schätzung immer eine Überschätzung dar.

In unseren Beispielen lag der Mittwelwert der Fehlervarianz des OLS Verfahrens bei 41.2 und der des "GLS" Verfahrens bei 29.5. Da z.B. der t-Test eine Funktion des Beta Gewichts, der Fehlervarianz und der Wurzel des entsprechenden Diagonalelementes der Inversen der Designmatrix ist, wird unmittelbar klar, dass die t-Tests der Parameter der OLS Schätzungen verzerrt sind.+

Die Verzerrung der Statistiken durch das OLS Verfahren soll durch zwei Einzelergebnisse illustriert werden. Bei Person 209 lag der Unterschied der gerauchten Zigaretten zwischen Woche 11 und der Baseline nach der Schätzung des OLS Verfahrens bei b=-9.0. Der entsprechnde t-Wert war dabei nicht signifikant (p >.10). Die entsprechende GLS Schätzung betrug b=-9.77, was statistisch auf dem 1% Niveau signifikant war. Bei Person 226 betrug der Unterschied von Woche 13 zur Baseline 1 b=-7, was bei Anwendung des üblichen Signifikanzniveaus nicht signifikant ist. Die "GLS" Parameterschätzung ergab hier b=-6.65, was deutlich signifikant war (p=<.0001). In unseren Analysen resultierte die Verzerrung der Statistiken des OLS Verfahrens praktisch ausschliesslich in einer Erhöhung des Fehlers II (Beta Fehler), dass also signifikante Unterschiede zu Unrecht zurückgewiesen wurden. Wie die umfangreiche Monte Carlo Studie von BOX (1974) jedoch deutlich zeigt, sind dramatische Überschätzungen des Fehlers I (Alpha Fehler) genauso zu erwarten. Da man Zeitreihendaten gewönlich jedoch nicht ansieht, in welche Richtung sie die Teststatistiken verzerren und wie gross die Verzerrung ist, besteht die einzige wissenschaftlich vertretbare Antwort, auf das Problem der seriellen Abhängigkeit bei Zeitreihenendaten, die Daten so zu transformieren, dass die Voraussetzungen des generellen linearen Modells erfüllt sind. Die Strategie der Identifikation des zugrundeliegenden stochastischen Prozesses und der darin anschliessenden Transformation des linearen Modells über die Residuen des OLS Verfahrens ist allerdings nur sinnvoll, wenn in der Designmatrix X(t,k) keine stochastischen sondern nur fixe Variable (z.B. 0/1 Dummy Variablen, Vektoren die lineare oder höhere Trends oder Trendveränderung spezifizieren) vorkommen. Sind die X - Variablen selbst stochastische Zeitreihen, die einem genuinen ARIMA Modell folgen, so ist zur Bestimmung des Einflusses von X auf die abhängige Zeitreihe die Identifikation und Parameterschätzung von sogenannten Transfermodellen notwendig. Die von uns analysierten Beispiele aus dem psychophysiologischen und Psychotherapie Bereich demonstrierten recht eindrucksvoll, dass mit den Transferfunktionen dynamische Wechselwirkungen verschiedener Verhaltenssysteme sensibel erfasst werden können. Da in der

---

+Die Richtung der Verzerrung hängt dabei von c(ii) ab, wobei der numerische Wert von c(ii) von ϕ und/oder θ abhängt, da die Designmatrix ja damit (nach Umformung in die Psi - Gewichte) transformiert wird. Z.B ist bei einer Designmatrix analog zu (7.1.6) bei 10 Zeilen und $\phi(1)=+.4$, $c(11)=.56$. Bei einem ϕ von -.4 ist $c(11)=.34$.

Psychophysiologie, aber auch in der Psychotherapieforschung (z.B. innerhalb der Familientherapie) systemtheoretische Ansätze gross in Mode sind, besteht mit den Transfermodellen die Möglichkeit auch bei Einzelfällen, systemtheoretische Modelle empirisch zu überprüfen. Insbesondere die Möglichkeit der statistischen Erfassung dynamischer Reaktionen auf einzelne spezifische Stimuli, was bei psychologischen Fragestellungen oft viel angemessener erscheint, ist mit den Transferfunktionsmodellen möglich. Damit erschliessen sich z.B. für die psychophysiologische Forschung ganz neue methodische Möglichkeiten zur Beantwortung von Fragen der Reaktionsspezifität, um nur ein aktuelles Beispiel zu nennen.

Zweifellos ist der mit den BOX & JENKINS Zeitreihenanalysen verbundene Aufwand noch gross. Jedoch muss argumentiert werden, dass der Aufwand zur Planung und Durchführung einer Therapie oder eines klinischen Experimentes ebenfalls gross ist. Von daher ist es nicht einzusehen, warum die Analyse der Daten, die einem letzlich ja erst Aufklärung über die untersuchte Fragestellung gibt, nicht dieselben wissenschaftlichen Anforderungen stellen soll, wie die Planung und Durchführung von Experimenten. Darüber hinaus lassen sich über ARIMA Zeitreihenanalysen möglicherweise völlig neuartige Parameter schätzen, die die iterative "Feedbackschleife" zwischen klinischer Theorie und klinischer Praxis fruchtbar vorantreiben kann. Nicht zuletzt sind durch den raschen Fortschritt der Elektronik in den letzten Jahren die minutiöse Untersuchung von wichtigen klinischen Fragestellungen, wie z.B. telemetrische Langzeitstudien über motorische Aktivität bei psychiatrischen Patienten (KUPFER et al., 1972), polygrafische Schlafforschung etc. möglich geworden. Kennzeichnend für diese Untersuchungen ist dabei, dass sie wegen des grossen apparativen Aufwandes und der Fülle der dabei anfallenden Daten immer nur an wenigen Personen durchgeführt werden können. Die Erfahrung zeigt, dass die statistische Auswertung solcher Untersuchungen meist in keinem Verhältnis zu dem sonstigen Aufwand steht. Dementsprechend mager sind dann oft die Ergebnisse. Ein bildlicher Vergleich soll dies illustrieren: Man darf sich nicht wundern, wenn man an eine 10 000DM Stereoanalage einen Lautsprecher aus einem Volksempfänger der dreissiger Jahre anschliesst, dass das "Ergebnis" nicht gewaltig ist. (Die Umkehrung dieses Bildes gilt natürlich genauso). Zeitreihenanalysen, wie sie in der vorliegenden Arbeit diskutiert wurden, könnten hier Abhilfe schaffen.

Letzlich kann sich jede Methode nur durch ihre Bewährung behaupten. Das wird für die BOX & JENKINS Methodologie nicht anders sein. Dazu ist es aber dringend erforderlich, dass mehr empirische Beispiele von ARIMA Zeitreihenanalysen aus der klinischen Forschung vorliegen. Die Ergebnisse der etwa 50 univariaten und multivariaten ARIMA Zeitreihenanalysen der vorliegenden Arbeit ermutigen jedoch, zur Weiterarbeit in dieser Richtung.

L i t e r a t u r

AIGNER, D.J. A compendium on estimation of the autoregressive moving average model from time series data. International Economic Review, 1971, Vol.12(3), 348-371.

AITKEN, A.C. On least squares and linear combination of observations. Proceedings of the Royal Society of Edinburgh, 1935, 55.

AKAIKE, H. Information theory and an extension of the maximum likelihood principle. In PETROV, B.N & CSAKI, F. (Eds.): 2nd International Symposium on Information Theory. Budapest: Akademiai Kiado, 1973.

AKAIKE, H. A new look at the statistical model identification. IEEE Trans. Autom. Control, 1974, 19, 716-723.

AKAIKE, H. Canonical correlation analysis of time series and the use of an information criterion. In: MEHRA, R.K. & LAINIOTIS (Hrsg.), System identification: advances and case studies. New York: Academic Press, 1976.

AKAIKE, H., ARAHATA, E. & OZAKI, T. TIMSAC-74 A time series analysis and control package. Computer Science Monographs No.5, The Institute of Statistical Mathematics, Tokyo, 1975.

ANDERSON, O.D. Time series analysis and forecasting: the Box-Jenkins approach. London: Butterworths, 1975.

ANDERSON, O.D. Bounding sums for the autocorrelations of moving average processes. Biometrika, 1976, 62, 3, 706-707.

ANDERSON, R.L. Distribution of the serial correlation coefficient. Am. Math. Statistics, 1942, 13, 1-13.

ANDERSON, T.W. The statistical analysis of time series. New York: John Wiley & Sons, 1971.

ATKINSON, R.C., BOWER, G.H. & CROTHERS, E.J. An introduction to mathematical learning theory. New York: Wiley, 1965.

BAER, D.M Perhaps it would be better not to know everything. Journal of Applied Behavior Analysis, 1977, 10, 167-172.

BAKAN, D. A generalization of Sidman's results on group and individual functions. Psychological Bulletin, 1954, 51, 63-64.

BAKAN, D. The test of significance in psychological research. Psychological Bulletin, 1966, Vol.66, No.6, 423-437.

BARTLETT, M.S. Some aspects of the time-correlation problem in regard to tests of significance. Journal of the Royal Statistical Society, 1935, 98, 536-543.

BARTLETT, M.S. On the theoretical specifications of sampling properties of autocorrelated time-series. Journal of the Royal Statistical Society (Series B), 1946, 8, 27-36.

BASTINE, R. Forschungsmethoden in der Klinischen Psychologie. In : SCHRAML, W.J. (Hrsg.) Klinische Psychologie I. Bern: Huber, 1970, 523-559.

BAYER, G. Methodische Probleme der Verhaltens-therapieforschung. In: KRAIKER, C. (Hrsg.), Handbuch der

Verhaltenstherapie. München: Kindler, 1974.

BELLAK, L. Intensive design drug therapy and the psychotherapeutic process. Psychosomatics, 1965, 6, 287-289.

BEREITER, C. Some persisting dilemmas in the measurement of change. In: C.W. HARRIS (Ed.), Problems of measuring change. Madison, Wisc.: University of Wisconsin Press, 1963.

BERG, I.A. Measures before and after therapy. Journal of Clinical Psychology, 1952, 8, 46-50.

BIJOU, S.W. et al. Methodology for experimental studies. Psychological Records, 1969, 19, 177-210.

BIRBAUMER, N. Zur Anwendung psychophysiologischer Methoden in der Verhaltensmodifikation. In: KRAIKER, C. (Hrsg.), Handbuch der Verhaltenstherapie. München: Kindler, 1974.

BLACKMAN, R.B., & TUKEY, J.W. The measurement of power spectra. New york: dover publications, 1963.

BLANCHARD, E.B. The relative contributions of modeling, information influences and physical contact in the extinction of phobic behavior. Unpublished doctoral dissertation, Stanford University, 1969.

BOCK, R.D. Multivariate analysis of variance of repeated measurements. In: C.W. HARRIS (Ed.), Problems of measuring change. Madison, Wisc.: University of Wisconsin Press, 1963.

BOCK, R.D. Multivariate statistical methods in behavioral research. New York: McGraw Hill, 1975.

BÖTTGER, P., BASTINE, R., KIRCHNER, F.-Th. & KISSEL, E. Zum Informationsgehalt verhaltenstherapeutischer Veröffentlichungen. Eine empirische Analyse. In: PETERMANN, F. (Hrsg.), Psychotherapieforschung. Weinheim: Beltz, 1977.

BOWER, C.P., PADIA, W.L., & GLASS, G.V. TMS: Two Fortran IV programs for the analysis of time-series experiments. Boulder, Colorado: Laboratory of Educational Research, 1974.

BOX, G.E.P. Some theorems on quadratic forms applied in the study of analysis of variance problems. II. Effects of inequality of variance and correlation between errors in the two way classification. Annals of Mathematical Statistics, 1954, 25, 484-498.

BOX, G.E.P. Bayesian approaches to some bothersome problems in data analysis. In J.C. Stanley (ed.), Improving experimental design and statistical analysis. Chicago: Rand McNally, 1967.

BOX, G.E.P. Statistics and the environment. J. Wash. Acad. Sci., 1974, Vol.64(2), 52-59.

BOX, G.E.P. Science and statistics. Journal of the American Statistical Association, 1976, Vol.71(356), 791-799.

BOX, G.E.P., & DRAPER, N.R. Das EVOP Verfahren. München: Oldenburg, 1975.

BOX, G.E.P., & JENKINS, G.M. Time series analysis. Forecasting and control. San Francisco : Holden Day, 1970.

BOX, G.E.P., & PIERCE, D.A. Distribution of residual autocorrelations in autoregressive- integrated moving average time series models. Journal of the American

Statistical Association 65, 1970.
BOX, G.E.P., & TIAO, G.C. A change in level of a non-stationary time-series. Biometrika, 1965, 52, 181-192.
BOX, G.E.P., & TIAO, G.C. Intervention analysis with applications to economic and environmental problems. J.Amer.Statist.Ass., 1975, 70, 70-79.
BOX, G.E.P., & TIAO, G.C. Comparison of forecast and actuality. Journal of the Royal Statistical Society (Series C), 1976, 25, 195-200.
BOX, G.E.P., & TIAO, G.C. A canonical analysis of multiple time series. Biometrika, 1977, 64(2), 355-365.
BOX, G.E.P, JENKINS, G.M. & BACON, D.W. Models for forecasting seasonal and non - seasonal time - series. In: HARRIS, B. (Ed.): Spectral analysis of time series. New York: Wiley, 1967.
BRACHT, G.H., & GLASS, G.V. The external validity of experiments. American Educational Research Journal, 1969, 5, 437-474.
BRADY, J.V. "ulcers in "executive" monkeys. Scientific American 1958, 199, 95-104.
BRADY, J.V., FINLEY, S.D. & HARRIS, A. Experimental psychopathology and the psychophysiology of emotion. In: Kimmel, H.D. (Hrsg.), Experimental psychopathology, recent research and theory. New York, 1971.
BREDENKAMP, J. Der Signifikanztest in der psychologischen Forschung. Frankfurt/Main: Akademische Verlagsanstalt, 1972.
BRENGELMANN, J.C. & SEDLMAYR, E. Experimente zur Behandlung des Rauchens. Schriftenreihe des Bundesministeriums für Jugend, Bd.35, Stuttgart: Kohlhammer, 1976.
BROCA, P. Remarques sur la siege de la faculte du langage articule, suivies d'une observation d'aphemie (perte de la parole). Bulletines de la Societe Anatomique de Paris, Tome VI, 1861, 36, 330-357.
BRONSTEIN, I.N. & SEMENDJAJEW, K.A. Taschenbuch der Mathematik. Zürich: H.Deutsch, 1970.
BROWNSBERGER, C.N. Clinical versus statistical assessment of psychotherapy. Behavioral Science, 1965, 16, 421-428.
BUSE, A. Goodness of fit in generalized least sqares estimation. The American Statistician, 1973, 27.
BUTOLLO, W.H. Das systematische Experiment. In: PONGRATZ, L.J. (Hrsg.), Klinische Psychologie (Handbuch der Psychologie, 8.Band, 2.Halbband). Göttingen: Hogrefe, 1978.
CAMPBELL, D.T. From description to experimentation: interpreting trends as quasi- experiments. In: C.W. HARRIS (Ed.), Problems of measuring change. Madison, Wisc.: University of Wisconsin Press, 1963.
CAMPBELL, D.T. Administrative experimentation, institutional records, and nonreactive measures. In J.C. Stanley (ed.), Improving experimental design and statistical analysis. Chicago: Rand McNally, 1967
CAMPBELL, D.T. Reforms as experiments. American Psychologist, 1969, 24, 409-429.
CAMPBELL, D.T., & ROSS, H.L. The Connecticut crackdown on speeding: time-series data in quasi-experimental

analysis. Law and Society Review, 1968, 3, 33-53.
CAMPBELL, D.T., & STANLEY, J.C. Experimental and Quasi-Experimental Designs for Research. Chicago: Rand McNally & Co., 1966.
CANNON, W.B. & WASHBURN, A.L. An explanation of hunger. American Journal of Physiology, 1912, 12, 441-454.
CAPORASO, J.A., & PELOWSKI, A.L. Economic and political integration in Europe: a time-series quasi-experimental analysis. American Political Science Review, 1971, 65, 418-433.
CATTELL, R.B., CATTELL, A.K.S., & RHYMER, R.M. P-technique demonstrated in determining psycho-physiological source traits in a normal individual. Psychometrika, 1947, 12, 267-288.
CATTELL, R.B. Psychological theory and scientific method. In:CATTELL, R.B (Hrsg.): Handbook of multivariate experimental Psychology. Chicago: Rand McNally, 1966.
CHASSAN, J.B. Statistical inference and the single case in clinical design. Psychiatry, 1960, 23, 173-184.
CHASSAN, J.B. Stochastic models of the single case as the basis of clinical research design. Behavioral Science, 1961, 6, 42-50.
CHASSAN, J.B. Intensive design in clinical research. Psychosomatics, 1965, 6, 289-294.
CHASSAN, J.B. Research Designs in Clinical Psychology and Psychiatry. New York: Appleton-Century-Crofts, 1967.
CHASSAN, J.B. On psychodynamics and clinical research methodology. Psychiatry, 1970, 30, 94-101.
CHASSAN, J.B., & BELLAK, L. An introduction to intensive design. In L. Gottschalk & A. Auerbach (eds.): Methods of Research in Psychotherapy. New York: Appleton-Century-Crofts, 1965.
COHEN, J. & COHEN, P. Applied multiple regression / correlation analysis for the behavioral sciences. Hillsdale: Erlbaum, 1975.
COX, D.R., & LEWIS, P.A.W. The statistical analysis of time series. London: Methuen, 1966.
CRAMON, D.v., REVENSTORF, D. & KEESER, W. Synchronizität und Desynchronisation von Blinks und Saccaden. 1979 (in Vorbereitung).
CROWELL, D.H., JONES, R.H., KAPUNIAI, L.E. & LEUNG, p. Autoregressive representation of infant EEG for the purpose of hypothesis testing and classification. Electroencephalography and Clinical Neurophysiology, 1977, 43, 317-324.
CROWELL, D.H., KAPUNIAI, L.E. & JONES, R.H. Autoregressive spectral estimates of newborn brain maturational level: Classification and validation. Psychophysiolgy, 1978, vol.15(3), 204-208.
DAHME, B. Beziehungen zwischen Modellen der mathematischen Lern- und Entscheidungstheorien und ARIMA - Modellen. Konsequenzen für die Psychotherapie - Prozessforschung. Arbeitspapier Medizinische Psychologie, Universität Hamburg 1976.
DAHME, B. Zeitreihenanalyse des psychotherapeutischen Prozesses. In TACK, W.H (Hrsg.), Bericht über den 29. Kongress der Dt. Gesellschaft für Psychologie.

Göttingen: Hogrefe, 1975.
DAHME, B. Zeitreihenanalyse des psychotherapeutischen Prozesses. In F. Petermann (Hg.), Methodische Grundlagen Klinischer Psychologie. Weinheim: Beltz, 1977.
DAVIDSON, M.L. Univariate versus multivariate tests in repeated - measures experiments. Psychological Bulletin, 1972, 77, 446-452.
DENKER, P.G. Results of treatment of psychoneuroses by the general practitioner: A follow-up study of 500 cases. Archives of Neurology and Psychiatry, 1947, 57, 504-505.
DHRYMES, P.J. Efficient estimation of distributed lags with autocorrelated errors. International Economic Review, 1969, X, 47-67.
DHRYMES, P.J. Distributed lags: problems of estimation and formulation. San Francisco: Holden-Day, 1971.
DOUST, L. Spontaneous endogenous oscillation systems in autonomic and metabolic effectors: their relation to mental illness. Journal of Nervous and Mental Disorders, 1960, 131, 335-347.
DRAPER, N.R. & SMITH, H. Applied regression analysis. New York: Wiley, 1966.
DUKES, F. N=1. Psychological Bulletin, 1965, 64, 74-79.
DUNN, O.J., & CLARK, V. Correlation coefficients measured on the same individuals. J.Am.Statist.Assoc., 1969, 64, 366-377.
DURBIN, J. Efficient estimation of parameters in moving-average models. Biometrika, 1959, XLVI, Parts 3 and 4, 306-316.
DURBIN, J. Estimation of parameters in time-series regression models. Journal of the Royal Statistical Society (B), 1960a, XXII, 306-316.
DURBIN, J. The fitting of time-series models. Review of the International Statistical Institute, 1960b, XXVI, 233-244.
DURBIN, J. Efficient fitting of linear models for continuous stationary time series from discrete data. Bulletin of the International Statistical Institute, 1961, XXXVIII, 273-282.
DURBIN, J. Tests for serial correlation in regression analysis based on the periodogram of least-squares residuals. Biometrika, 1969, 56.
DURBIN, J. Testing for serial correlation in least-squares regression when some of the regressors are lagged dependent variables. Econometrica, 1970, 38.
DURBIN, J., & WATSON, G.S. Testing for serial correlation in least squares regression I. Biometrika, 1950, 37.
DURBIN, J., & WATSON, G.S. Testing for serial correlation in least squares regression II. Biometrika, 1951, 38.
EBBINGHAUS, H. Über das Gedächtnis. Leipzig: Duncker & Humblot, 1885.
EDWARDS, A.L., & Cronbach, L.J. Experimental design for research in psychotherapy. Journal of Clinical Psychology, 1952, 8, 51-59.
ENKE, H. Der Verlauf in der klinischen Psychotherapie. Monograph gesamtgeb. Neurol. Psychiatrie, Heft 111. Berlin: Springer, 1965.
EVERITT, B.S. Multivariate analysis: The need for data and

other problems. Br.J.Psychiat., 1975, 126, 237-240.
EYSENCK, H.J. The effects of psychotherapy: An evaluation. Journal of Consulting Psychology, 1954, 16, 319-324.
FAHRENBERG, J. Person als Prozess: Aufgaben und Methoden der psychologischen Verlaufsanalyse. 1968.
FAHRENBERG, J., & Myrtek, M. Zur Methodik der Verlaufsanalyse: Ausgangswerte, Reaktionsgrössen (Reaktivität) und Verlaufswerte. Psycholog. Beit., 1967, 10, 58-77.
FENWICK, P. The autoregressive model. Conference on automatic processing of EEG data. Toulon, France. Edited by E.J. Caille, 1969.
FICHTER, M. N=oo im Einzelfallexperiment. Ein empirischer und theoretischer Beitrag zur Methodologie von Zeitreihenversuchsplänen. Unveröffentlichte Diplomarbeit, Universität Heidelberg, 1975.
FINN, J.D. A general model for multivariate analysis. New York: Holt, Rinehart & Winston, 1974.
FISHER, F.M. The identification problem in econometrics. New York: McGraw-Hill, 1966.
FISHER, F.M. Simultaneous equations estimation: the state of the art. I.D.A. Economic Papers, 1970.
FISHER, R.A. Studies in crop variation. Journal of Agricultural Science, Part II, 1921, 11, 8-35.
FISKE, D.W., HUNT, H.F., LUBORSKY, L., ORNE, M.T, PARLOFF, M.E., REISER, M.F. & TUMA, A.H. Planning of research on effectiveness of psychotherapy. Archives of General Psychiatry, 1970, 22, 22-33. (Deutsch in PETERMANN, F. (Hg.): Methodische Grundlagen Klinischer Psychologie. Weinheim: Beltz, 1977.)
GAITO, J., & WILEY, D.E. Univariate analysis of variance procedures in the measurement of change. In C.W. HARRIS (Ed.), Problems of measuring change. Madison, Wisc.: University of Wisconsin Press, 1963.
GARFIELD, S.L. Research Problems in clinical diagnosis. Journal of Consulting and Clinical Psychology, 1978, Vol.46(4), 596-607.
GASTWIRTH, J.L., & RUBIN, H. Effect of dependence on the level of some one - sample tests. Journal of the American Statistical Association, 1971, 66, 816-820.
GEARY, R.C. The average critical value method for adjudging relative efficiency of statistical tests in time series regression analysis. Biometrika, 1966, 53, 109-119.
GEISSER, S. A method for testing treatment effects in the presence of learning. Biometrics, 1949, 15, 389-395.
GEISSER, S., & GREENHOUSE, S.W. An extension of box''s results on the use of the f distribution in multivariate analysis. Annals of Mathematical Statistics, 1958, 29, 885-891.
GENTILE, J.R., RODEN, A.H., & KLEIN, R.D. An analysis of variance model for the intrasubject replication design. Journal of Applied Behavior Analysis, 1972, 5, 193-198.
GLASS, G.V. Analysis of data on the Connecticut speeding crackdown as a time- series quasi-experiment. Law and Society Review, 1968, 3, 55-76.
GLASS, G.V., & MAGUIRE, T.O. Analysis of time-series quasi-experiments. (Final report, Project No. 6-8329)

Boulder, Colo.: University of Colorado, Laboratory of Educational Research, 1968.

GLASS, G.V., PECKHAM, P.D., & SANDERS, J.R. Consequences of failure to meet assumptions underlying the fixed- effects analyses of variance and covariance. Review of Educational Research, 1972, 42, 237-288.

GLASS, G.V., TIAO, G.C., & MAGUIRE, T.U. Analysis of data on the 1900 revision of the german divorce laws as a quasi-experiment. Law and Society Review, 1969, 4.

GLASS, G.V., WILLSON, V.L., & GOTTMAN, J.M. Design and analysis of time-series experiments. Boulder, Colorado: Colorado Associated University Press, 1975.

GOLDBERG, S. Differenzengleichungen und ihre Anwendung in Wirtschaftswissenschaft, Psychologie und Soziologie. München: Oldenbourg, 1968.

GOLDBERGER, A.S. Econometric theory. New York: Wiley, 1964.

GOLDBERGER, A.S. Econometrics and psychometrics: a survey of communalities. Psychometrika, 1971, 36, 83-107.

GOTTMAN, J.M. Time-series analysis in the behavioral sciences and a methodology for action research. Unpublished doctoral Dissertation, University of Wisconsin, 1971

GOTTMAN, J.M. N-of-one and N-of-two research in psychotherapy. Psychological Bulletin, 1973, 80, 93-106.

GOTTMAN, J.M., & CLASEN, R.M. Evaluation in education: a practitioner's guide. Itasca, Ill.: Peacock Press, 1972.

GOTTMAN, J.M., & McFALL, R.M. Self-monitoring effects in a program for potential high-school dropouts: a time-series analysis. Journal of Consulting and Clinical Psychology, 1972, 39, 273-281.

GOTTMAN, J.M., & LEIBLUM, S.R. How to do psychotherapy and how to evaluate it. New York: Holt, Rinehart & Winston, 1974.

GOTTMAN, J.M., & GLASS, G.V. Analysis of interrupted time-series experiments. In T. KRATOCHWILL (ed.), Strategies to evaluate change in single subject research., New York: Academic Press, 1978.

GOTTMAN, J.M., & MARKMAN, H.J. Experimental Designs in Psychotherapy Research. In S.G. GARFIELD & A. BERGIN (Eds.): Handbook of Psychotherapy and Behavior Change. snd ed. New York: Wiley, 1978.

GOTTMAN, J.M., NOTARIUS, C. Sequential analysis of observational data using Markov chains. In T. KRATOCHWILL (ed.), Strategies to evaluate change in single subject research., New York: Academic Press, 1978.

GOTTMAN, J.M., McFALL, R.M., & BARNETT, J.T. Design and analysis of research using time series. Psychological Bulletin, 1969, 72, 299-306.

GRANT, D.A. Analysis-of-variance tests in the analysis and comparison of curves. Psychological Bulletin, 1956, 53, 141-154.

GRAYBILL, F.A. Theory and application of the linear model. North Scituate: Duxbury, 1976.

GREENHOUSE, S.W. & GEISSER, S. On methods in the analysis of profile data. Psychometrika, 1959, 24, 95-112.

GUDAT, U. & REVENSTORF, D. Interventionseffekte in

klinischen Zeitreihen. Archiv für Psychologie, 1976, 128, 16-44.

HALL, R.V., FOX, R., WILLARD, D., GOLDSMITH, L., EMERSON, M., OWEN, M., DAVIES, F. & PORCIA, E. The teacher as observed and experimenter in the modification of disputing and talking - out behaviors. Journal of Applied Behavior Analysis, 1971, 4, 141-149.

HANNAN, E.J. Time series analysis. London: Methein Monographs, 1960.

HANNAN, E.J. The estimation of relationships involving distributed lags. Econometrica, 1965, 33.

HUBA, G.J., LAWLOR, W.G., STALLONE, F. & FIEVE, R.r. The use of autocorrelation analysis in the longitudinal study of mood patterns in depressed patients. Brit. J.Psychiat., 1976, 128, 146-155.

HANNAN, E.J. The estimation of mixed moving-average autoregressive systems. Biometrika, 1969, LVI, 579-593.

HANNAN, E.J. Multiple time series. New York: Wiley, 1970.

HANNAN, E.J., & Nicholls, D.F. The estimation of mixed regression, autoregression, moving average and distributed lag models. Cowles Foundation Discussion Paper No. 291, Yale University, 1970.

HAQ, M.S. Structural analysis for the first order autoregressive stochastic models. Ann.Math.Statist., 1970, 41, 970-978.

HARRIS, C.W. (Ed.) Problems of measuring change. Madison, wisc.: University of Wisconsin Press, 1963.

HARTIG, M. Probleme und Methoden der Psychotherapieforschung. München: Urban & Schwarzenberg, 1975.

HARTMANN, D.P. Forcing square pegs into round holes: some comments on an analysis-of-variance model for the intrasubject replication design. Journal of Applied Behavior Analysis, 1974, 7, 635-638.

HARTMAN, D.P., & Atkinson, C. Having the cake and eat it too: a note on some appearant contradictions between therapeutic achievement and design requirements in N=1 studies.

HATHAWAY, S.R. Some considerations relative to nondirective counseling as therapy. Journal of Clinical Psychology, 1948, 4, 226-231.

HAYES, D.P., Meltzer, L., & Wolf, G. Substantive conclusions are dependent upon techniques of measurement. Behavioral Science, 1970, 15, 265-268.

HEATH, H.A., OKEN, D., KORCHIN, S.J., & TOWNE, J.C.' Factor analytic study of multivariate psychosomatic changes over time. Archive for General Psychiatry, 1960, 3, 467-477.

HELMER, R.M. & JOHANSSON, J.K. An exposition of the Box-Jenkins transfer function analysis with an application to the advertising - sales relationship. Journal of Marketing Research. 1977, Vol.XIV, 227-239.

HENDRY, D.F., & Trivedi, P.K. Maximum likelihood estimation of difference equations with moving average errors: a simulation study. Discussion Paper 7, London School of Economics, 1970.

HERSEN, M., & Barlow, D. Single case experimental designs: strategies for studying behavior change in the

individual. New York: Pergamon, 1976.
HERTEL, R.K. Application of stochastic process analysis to the study of psychotherapeutic processes. Psychological Bulletin, 1972, 77, 421-430.
HIBBS, D.A.Jr. Problems of statistical estimation and causal inference in time-series regression models. In H.A. Costner (ed.), Sociological methodology 1973-1974. San Francisco: Josey-Bass, 1974.
HIBBS, D.A. On analyzing the effects of policy interventions: Box-Jenkins and Box-Tiao vs. structural equation models. In: HEISE, D.R. (Hrsg.): Sociological Methodology 1977. San Francisco: Jossey-Bass, 1977.
HILGARD, E.R. The effect of delayed practice on memory and motor performances studied by the method of co-twin control. Genetic Psychology Monographs, 1933, 6, 67.
HILL, G.W. & WOODWORTH, D. Automatic Box-Jenkins forcasting. Technical Paper, URPSL, Liverpool, 1978.
HILTMANN, H., Lossen, H., Muchow, B., & Wewetzer, K.-H verlaufsanalyse in der psychologischen Diagnostik. Bern: Huber, 1953.
HOEL, P.G. On testing for the degree of a polynomial. Technometrics, 1968, 10, 757-767.
HOLLINGSWORTH, H.G. Correlations of achievement within an individual. Journal of Experimental Psychology, 1925, 8, 190-208.
HOLTZMAN, W. Statistical models for the study of change in the single case. In: C.W. HARRIS (Ed.), Problems in measuring change. Madison, Wisc.: University of Wisconsin Press, 1963.
HUBER, H.P. Zeitreihenanalyse im diagnostischen Einzelfall. In F. Merz (Hg.), Ber. 25. Kongress der Deutschen Gesellschaft für Psychologie. Münster 1966. Göttingen: Hogrefe , 1967.
HUBER, H.P. Psychometrische Einzelfalldiagnostik. Weinheim: Beltz, 1973.
HUBER, H.P. Kontrollierte Einzelfallstudie. In Pongratz, L.J. (Hrsg.), Handbuch der Psychologie. Göttingen: Hogrefe, 1978.
JENKINS, G.M., & WATTS, D.G. Spectral analysis and its applications. San Francisco: Holden Day, 1968.
JOHNSON, .L. A time-series analysis of the effects of therapy on family interaction. Unpublished doctoral dissertation, University of Indiana, 1975.
JOHNSON, S.M., & WHITE, G. Self-observation as an agent of behavioral change. Behavior Therapy, 1971, 2, 488-497.
JOHNSTON, J. Econometric methods. New York: McGraw-Hill, 1966.
JONES, R.H., CROWELL, D.H., & KAPUNIAI, L.E. Change detection model for serially correlated data. Psychological Bulletin, 1969, 71, 352-358.
JONES, R.R., VAUGHT, R.S. & WEINROTT, M. Time-series analysis in operant research. Journal of Applied Behavior Analysis, 1977, 10, 151-166.
JONES, R.R., WEINROTT, M.R. & VAUGHT, R.S. Effects of serial dependency on the accuracy of visual analysis. Unpublished paper. University of Oregeon, 1978.
JURJEVICH, R. Changes in psychiatric symptoms without

psychotherapy. In: LESSE, E. (Ed.): An evaluation of the results of the psychotherapies. Springfield: C.C. Thomas, 1968.

KANFER, F.H. Self-monitoring: methodological limitations and clinical applications. Journal of Consulting and Clinical Psychology, 1970, 35, 148-152.

KAPLAN-SINGER, H. The illustrated manual of sex therapy. New York: Quadrangle, 1975.

KAZDIN, A.E. Methodological and assessment considerations in evaluating reinforcement programs in applied settings. Journal of Applied Behavior Analysis, 1973, 6, 517-532.

KAZDIN, A.E. Statistical analysis for single-case experimental designs. In M. Hersen, & D. Barlow, Single case experimental designs: strategies for studying behavior change in the individual., New York: Pergamon, 1976.

KAZDIN, A.E. Self-monitoring and behavior change. In: MAHONEY, M.J & THORESEN, C.E. Self-control: power to the person. Monterey: Brooks/Coole, 1974, 218-246.

KEESER, W. Time series analysis versus group statistics in the evaluation of therapy outcome. Paper presented at the Meeting of the Society of Multivariate Experimental Psychology. Schliersee, FRG, 1977.

KEESER, W. Dynamic regression with autocorrelated time series. Paper presented at the Meeting of the Psychometric Society. Uppsala, Sweden, 1978.

KEESER, W. & REVENSTORF, D. Intervention analysis with behavioral data. Paper presented at the 6th EABT-Conference. Isle of Spetsai, Greece, 1976.

KEESER, W. & REVENSTORF, D. Group statistics versus single case statistics. Paper presented at the 7th EABT-Conference. Uppsala, Sweden, 1977.

KELLY, F.J., MCNEIL, K., & NEWMAN, I. Suggested inferential statistical models for research in behavior modification. Journal of Experimental Education, 1973, 41, 54-63.

KENDALL, M.G. Note on bias in the estimation of autocorrelation. Biometrika, 1954, 41.

KENDALL, M.G. Time-Series. London: Griffin & Co., 1976.

KENDALL, M.G., & STUART, A. The advanced theory of statistics. Vol. 2. London: Griffin, 1966.

KENDALL, M.G., & STUART, A. The advanced theory of statistics, volume 3, design and analysis, and time series. New York: Hafner, 1968.

KEPKA, E.J. Model representation and the threat of instability in the interrupted time series quasi-experiment. Ph.D. dissertation, Northwestern University, 1972.

KESSELMANN, H.J. Concerning the statistical procedure enumerated by Gentile et al.: another perspective. Journal of Applied Behavior Analysis, 1974, 7, 643-646.

KIESLER, D.J. Some myths of psychotherapy research and the search of a paradigm. Psychological Bulletin, 1966, 65, 110-136. (Deutsch: KIESLER, D.J., Die Mythen der Psychotherapieforschung und ein Ansatz für ein neues Forschungsparadigma. In: PETERMANN, F. (Hrsg.), Psychotherapieforschung. Weinheim: Beltz, 1977.

KIESLER, D.J. Experimental Design in Psychotherapy Research.

In: BERGIN, A.E. & GARFIELD, S.L. (Hrsg.) Handbook of psychotherapy and behavior change: an empirical analysis. New York: Wiley, 1971.

KIRCHNER, F.-Th., KISSEL, E., PETERMANN, F. & BÖTTGER, P. Interne und externe Validität empirischer Untersuchungen in der Psychotherapieforschung. In: PETERMANN, F. (Hrsg.), Psychotherapieforschung. Weinheim: Beltz, 1977.

KLOOT, W.v.d. & MORSE, M.J. A stochastic analysis of the display behavior of the red-breated merganser. Behavior, 1975, 54, 181-216.

KRATOCHWILL, Th.R. & BRODY, G.H. Single subject designs. A perspective on the controversy over employing statistical inference and implications for research and training in behavior modification. Behavior modification, 1978, Vol.2(3), 291-307.

KUPFER, D.J., DETRI, T.P., FOSTER, G., TUCKER, G.J. & DELGADO, J. The application of Delgados's telemetric mobility recorder for human studies. Behavioral Biology, 1972, Vol.7, 585-590.

LAKATOS, I. Falsification and the methodology of scientific research programmes. In: LAKATOS, I & MUSGRAVE, A. (Hrsg.), Criticism and the crowth of knowledge. Cambridge, england: Cambridge University Press, 1970.

LANA, R.E., & LUBIN, A. The effect of correlation on the repeated-measurements design. Educational and Psychological Measurement, 1963, 23, 729-739.

LAMBERT, M. Spontaneous remission in adult neurotic disorders: A review and summary. Psychological Bulletin, 1976, 83, 1, 107-119.

LANDIS, C.A. Statistical evaluation of psychotherapeutic methods. In: HINSIE, L.E. (Hrsg.), Concepts and problems of psychotherapy. New York: Columbia University Press, 1937, 155-169.

LANG, P. The application of psychophysiological methods to the study of psychotherapy and behavior modification. In A. Bergin & S. Garfield (eds.), Handbook of psychotherapy and behavior change., New York: Wiley, 1971.

LANG, P.J. & LAZOVICK, A.D. Experimental desensitization of a phobia. Journal of Abnormal and Social Psychology, 1963, 66, 519-529.

LANG, P.J. & MELAMED, B.G. Case report: Avoidance conditioning therapy of an infant with chronic ruminative vomiting. Journal of Abnormal Psychology, 1969, 74, 1-8.

LAZARUS, A.A. Verhaltenstherapeutisches Kasettenprogramm. (In englisch), o.J. Relaxation Dynamics, Valley Stream, N.Y.,

LAZARUS, A.A. & DAVISON, G.C Clinical innovation in research and practice. In: A.E. BERGIN & S.L. GARFIELD (Eds.): Handbook of psychotherapy and benavior change. New York: Wiley, 1971 11580.

LEINER, B. Spektralanalyse. Einführung in Theorie und Praxis moderner Zeitreihenanalyse. Opladen: Westdeutscher Verlag, 1976.

LEITENBERG, H. The use of single case methodology in psychotherapy research. Journal of Abnormal Psychology, 1973, 82, 87-101.

LEVIN, J.R., MARASCUILO, L.A. & HUBERT, L.J. N =

Nonparametric randomization tests. In: KRATOCHWILL, T.R. Single subject research. Strategies for

LIBERMAN, R.B. Behavior therapy for suicidal patients. Unpublished paper. University of California (UCLA), 1974.

LJUNG, G.M & BOX, G.E.P. On a measure of lack of fit in time series models. Biometrika, 1978, 65, 297-303.

LORD, R.M. Elementary models for measuring change. In: C.W. HARRIS (Ed.): Problems of measuring change. Madison, Wisc.: University of Wisconsin Press, 1963.

LUBIN, A. The use of time series in social experimentation. Paper presented at the Social Change Conference, May, 1970.

MAGUIRE, T.O., & Glass, G.V. A program for the analysis of certain time-series quasi-experiments. Educational and Psychological Measurement, 1967, 27, 743-750.

MAHONEY, M.J. Experimental methods and outcome evaluation. Journal of Consulting and Clinical Psychology, 1978, Vol.46(4), 660-672.

MARKS, I. Behavioral treatments of phobic and obsessive - compulsive disorders. A critical review. In HERSEN, R. et al. (Hrsg.), Progress in Behavior Modification. New York: Academic, 1977.

MARQUARDT, D.W. An algorithm for least squares estimation of non-linear parameters. Journal of the Society of Industrial Applied Mathematics, 1963, 11.

MCFall, R.M. Effects of self-monitoring on normal smoking behavior. Journal of Consulting and Clinical Psychology, 1970, 35, 135-142.

MCFall, R.M., & Hammen, C.L. Motivation, structure, and self-monitoring: role of nonspecific factors in smoking reduction. Journal of Consulting and Clinical Psychology, 1971, 37, 80-86.

MEEHL, P.L. Theoretical risks and tabular asterisks: Sir Karl, Sir Ronald, and the slow progress of soft psychology. Journal of Consulting and Clinical Psychology, 1978, Vol.46(4), 806-834.

MICHAEL, J. Statistical inference for individual organism research: mixed blessing or curse? Journal of Applied Behavior Analysis, 1974, 7, 647-653.

MITROFF, I.I. & FEATHERINGHAM, T.R. On systematic problem solving and the error of the third kind. Behavioral Science, 1974, 19, 383-393.

MITTELSTAEDT, H. Regelungsvorgänge in der Biologie. München: Oldenburg, 1956.

MONTGOMERY, D.C. & JOHNSON, L.A. Forecasting and time series analysis. New York: Wiley, 1976.

MORAN, L.J., & MEFFERED, R.B. Repetitive psychometric measures. Psychological Reports, 1959, 5, 269-275.

MORAN, L.J., Kimble, J.P., & Mefferd, R.B. Repetitive psychometric measures: memory-for-faces. Psychological Reports, 1960, 7, 407-413.

MORAN, L.J., Kimble, J.P., & Mefferd, R.B. Repetitive psychometric measures: equating alternate forms. Psychological Reports, 1964, 14, 335-338.

NAMBOODIRI, N.K. Experimental designs in which each subject is used repeatedly. Psychological Bulletin, 1972, 77, 54-64.

NAMBOODIRI, N.K., CARTER, L.F. & BLALOCK, H.M. Applied multivariate analysis and experimental designs. New York: McGraw Hill, 1975.

NELSON, C.R. Applied time-series analysis for managerial forecasting. San Francisco: Holden-Day, 1973.

NETER, J. & Maynes, E.S. On the appropriateness of the correlation coefficient with a 0, 1 dependent variable. J.Am.Statist.Assoc., 1970, 65, 501-509.

OTNES, R.K., & ENOCHSON, L. Digital time series analysis. New York: 1971.

OZAKI, T. On the order determination of ARIMA models. Appl. Statist., 1977, Vol.26(3), 290-301.

PACK, D.J., GOODMAN, M.L. & MILLER, R.B. Computer programs for the analysis of univariate time series using the methods of Box and Jenkins. Technical Report No.296, Department of Statistics, University of Wisconsin, Madison, 1972.

PACK, D.J. Computer programs for the analysis of single input transfer function models using the methods of Box and Jenkins. The Data Center, College of Administrative Science, The Ohio State University, 1974(a).

PACK, D.J. Computer programs for the analysis of univariate time series models and single input transfer function models using the methods of Box and Jenkins. The Data Center, College of Administrative Science, The Ohio State University, 1974(b).

PACK, D.J. Revealing time series interrelationsships. Decision Sciences, 1977(a), Vol.8(2), 377-402.

PACK, D.J. A computer Programm for the analysis of time series models using the Box - Jenkins philosophy. The Data Center, College of Administrative Science, The Ohio State University, 1977(b).

PADIA, W.L. Effect of autocorrelation on probability statements about the mean. Masters thesis, Laboratory of Educational Research, University of Colorado, 1973.

PAUL, G.L. Strategy of outcome research in psychotherapy. J. of Consulting Psychology, 1976, 31, 108-118.

PAUL, G.L. Behavior modification research: Design and tactics. In FRANKS, C.M. (Hrsg.) Behavior therapy: Appraisal and status. New York: McGraw Hill, 1969.

PETERMANN, F. (Hg.) Methodische Grundlagen Klinischer Psychologie. Weinheim: Beltz, 1977.

PIERCE, D.A. Distribution of residual autocorrelations in the regression model with autoregressive-moving average errors. Journal of the Royal Statistical Society, Series B, 1971(a), 33.

PIERCE, D.A. Least squares estimation in the regression model with autoregressive-moving average errors. Biometrika, 1971(b), 58.

PIERCE, D.A. Least squares estimation in dynamic-disturbance time series models. Biometrika, 1972, 59.

PLATT, J.R. Strong inference. Science, 1964, 146, 347-352.

QUENOUILLE, M.H. A large-sample test for the goodness of fit of autoregressive schemes. Journal of the royal statistical society, 1947, 110, 123-129.

QUENOUILLE, M.H. Approximate tests of correlation in time

series. Journal of the Royal Statistical Society (Series B), 1949, 11, 68-74.

QUENOUILLE, M.H. The analysis of multiple time series. London: Griffin, 1957.

RAILFS, V.W., & BEDALL, F.K. Die Analyse von Messwiederholungs - Daten in der biomedizinischen Forschung. Internationale Zeitschrift für Klinische Pharmakologie, Therapie und Toxikologie, 1971, 5, 96-109.

RAO, C.R. Linear statistical inference and its applications. New York: Wiley, 1965.

RAO, P., & GRILICHES, Z. Small sample properties of several two-stage regression methods in the context of auto-correlated errors. Journal of the American Statistical Association, 1969, 64.

REVENSTORF, D. Datengenerierende Prozesse zur Analyse von Therapieverläufen. Zeitschrift für klinische Psychologie, 1976, 5, 210-230.

REYNOLDS, T.d. Quantitative studies of schizophrenic behavior. Behavioral Processes, 1976, 1, 3247-372.

REVENSTORF, D. Zeitreihenanalyse für klinische Daten. Weinheim: Beltz, 1979.

REVENSTORF, D. & KEESER, W. Specific forms of intervention effects in time series. Paper presented at the SMEP - Coneference Nordwyk, Netherland, 1975.

REVENSTORF, D. & KEESER, W. Zeitreihenanalyse von Therapieverläufen. In: PETERMANN, F. & HEHL, F. Einzelfallanalyse. München: Urban & Schwarzenberg, 1979.

REVENSTORF, D. & HAHLWEG, K. & SCHINDLER, S. Lead and lag in aspects of marital interaction. Behavior Analysis and Modification, 1978, 2, 174-184.

REVENSTORF, D., HENRICH, G. & SCHWARZE - BINDHARDT, V. Linear models for the analysis of the relation between motivation and therapy outcome. Behavioral Analysis and Modification, 1978, 2, 115-125.

REVUSKY, S.H. Some statistical treatments compatible with individual organism methodology. Journal of the Experimental Analysis of Behavior, 1967, 10, 319-330.

RODDA, B.E., MILLER, M.C., & BRUHN, J.B. Prediction of anxiety and depression patterns among coronary patients using a Markov process analysis. Behavioral Science, 1971, 16, 482-489.

ROSS, H.L., CAMPBELL, D.T., & GLASS, G.V. Determining the social effects of a legal reform: the British "breathalyzer" crackdown of 1967. American Behavioral Scientist, 1970, 13, 493-509.

SCHEFFE, H. The analysis of variance. New York: John Wiley & Sons, 1959.

SCHMIDT, P. Estimation of a distributed lag model with second order autoregressive disturbances: a Monte Carlo experiment. International Economic Review, 1971, Vol.12(3), 372-380.

SCHUSTER, A. On the investigation of hidden periodicities with application to a supposed 26-day period of meteorological phenomena. Terrestrial Magnetism, 1898, 3, 13-41.

SCHWARZE-BINDHARDT, U. Die Rolle des Therapiehelfers in der Behandlung des Rauchens. Paper presented at the 5th EABT

- Conference, Mallorca, 1975.
SEARLE, S.R. Linear models. New York: Wiley, 1971.
SEASHORE, C.E., & KENT, G.H. Periodicity and progressive change in continuous mental work. Psychological Review, Monograph Supplement, 1905, 6, 47-101.
SELBACH, H. Zur Regelkreis-Dynamik psychischer Funktionen. In: H. HILTMANN & F. VONESSEN (Hrg.), Dialektik und Dynamik der Person. Festschrift für Robert Heiss. Köln: Kiepenheuer & Witsch, 1963.
SHAPIRO, M.B. An experimental approach to psychological diagnostic testing. Journal of Mental Science. 1951, 97, 748-764.
SHAPIRO, M.B. An experimental method in the psychological description of the individual psychiatric patient. International Journal of Social Psychiatry, 1957, 3, 89-103.
SHAPIRO, M.B. A method of measuring psychological changes specific to the individual psychiatric patient. British Journal of Medical Psychology, 1961(a), 34, 151-155.
SHAPIRO, M.B. The single case in fundamental psychological research. British Journal of Medical Psychology, 1961(b), 34, 255-262.
SHAPIRO, M.B. A clinical approach to fundamental research with special reference to the study of the single patient. In: SAINSBURY, P. & KREITMAN, N. (Eds.): Methods of psychiatric research: An introduction for clinical psychiatrists. London: Oxford University Press, 1963.
SHAPIRO, M.B. The measurement of clinical relevant variables. Journal of Psychosomatic Research, 1964(a), 8, 245-254.
SHAPIRO, M.B. The single case in psychological research: A reply. Journal of Psychosomatic Research, 1964(b), 8, 283-291.
SHAPIRO, M.B. The single case in clinical psychological research. Journal of General Psychology, 1966, 74, 3-23.
SHINE, L.C., & BOWER, S.M. A one-way analysis of variance for single-subject designs. Educational and Psychological Measurement, 1971, 31, 105-113.
SHIBATA, R. Selection of the order of an autorgressive model by Akaike's information criterion. Biometrika, 1976, Vol.63(1), 117-126.
SIDMAN, M. A note on functional relations obtained from group data. Psychological Bulletin, 1952, 49, 263-269.
SIDMAN, M. Tactics of scientific research. New York: Basic Books, 1960.
SIMONTON, K. Cross-sectional time-series experiments: some suggested statistical analyses. Psychological Bulletin, 1977, Vol.84(3), 489-502.
SIMS, Ch. Distributed Lags. Frontiers of Quantitative Economics, 1974, Vol.2, 288-338.
SMOKER, P. A time-series analysis of Sino-Indian relations. Journal of Conflict Resolution, 1969, 13, 172-191.
SOLLBERGER, A. Biological rhythm research. Amsterdam: Elsevier, 1965.
STEIN, M.I. (Hrsg.) Contemporary psychotherapies. New York: Free Press of Glencoe, 1961.
STRATTON, G.M. Vision without inversion of the retinal

image. Psychological Review, 1897, 4, 341-360 und 463-481.

STRUPP, H.H Psychotherapists in action. New York ,1960.

SWEEN, J., & CAMPBELL, D.T. A study of the effect of proximally autocorrelated error on tests of significance for the interrupted time series quasi-experimental design. Unpublished paper, Department of Psychology, Northwestern University, 1965.

THORESEN, C.E. & BLASHOFF, J.D. Some comments on "An analysis - of - variance model for the intrasubject replication design." Journal of Applied Behavior Analysis, 1974, 7, 639-641.

TINTNER, G.D.The variate difference method. Bloomington: Principia Press, 1940.

TINTNER, G.D. & RAO, I.N.K. On the variate difference method. Australian Journal of Statistics, 1963, 5, 106.

ULICH, E. Periodische Einflüsse auf die Arbeit. In A. Mayer & B. Herwig (Hg.), Betriebspsychologie (Handbuch der Psychologie in 12 Bänden, Bd. 9). Göttingen: Hogrefe, 1961.

WALKER, A.M. Large sample estimation of parameters for autoregressive processes with moving-average residuals. Biometrika, XLIX, 1962, 117-131.

WALKER, A.M. Asymptotic properties of least squares estimates of parameters of the spectrum of a stationary non-deterministic time series. Journal of the Australian Mathematics Society, 1964, 4, 363-384.

WATSON, R.I. Measuring the effectiveness of psychotherapy: problems for investigation. Journal of Clinical Psychology, 1952, 8, 60-64.

WATTS, D.G. An introduction to linear modeling of stationary and nonstationary time-series. (Tech. Rep. No. 129) Madison: University of Wisconsin, Department of Statistics, 1967.

WEBB, E.J., CAMPBELL, D.T., SCHWARTZ, R.D., & Sechrest, L. Unobtrusive measures. Chicago, Rand McNally, 1966.

WEBSTER, H., & BEREITER, C. The reliability of changes measured by mental test scores. In: C.W. HARRIS (Ed.), Problems of measuring change. Madison, Wisc.: University of Wisconsin Press, 1963.

WETZEL, W.(Hg.) Neuere Entwicklungen auf dem Gebiet der Zeitreihenanalyse. Göttingen: Vandenhoek, 1970.

WHITTLE, P. Hypothesis testing in time series. Uppsala: Almqvist and Wiksells, 1951.

WHITTLE, P. Estimation and information in stationary time series. Arkiv foer Matematik (Stockholm), II, 1953, 423-434.

WHITTLE, P. Gaussian estimation in stationary time series. Bulletin of the International Statistical Institute, XXXIX, 1962, 105-129.

WIENER, N. The extrapolation, interpolation and smoothing of stationary time series with engineering applications. New York: Wiley, 1949.

WILLSON, V.L. Estimation of intervention effects in seasonal time-series. Research Paper No. 51. Boulder, Colorado: Laboratory of Educational Research, University of Colorado, 1972.

WILLSON, V.L. Concomitant variation in the interrupted time-series experiment. Ph. D. dissertation, University of Colorado, 1973.

WITTENBORN, J.R. Critique of small sample statistical methods in clinical psychology. Journal of Clinical Psychology, 1952, 8, 34-37.

WOLD, H.O.A. (ed.) Bibliography on time series and stochastic processes. Edinburgh: Oliver & Boyd, 1965.

WOLF, W. (ed.) Rhythmic functions in the living system. Annals of the New York Academy of Science, 1962, 98, 753-1326.

WONNACOTT, R.J. & WONNACOTT, Th.H. Econometrics. New York: Wiley, 1970.

YAMANE, T. Statistik, Band 1 & 2. Frankfurt: Fischer Taschenbuchverlag, 1976.

YATES, A.J. Behavior therapy. New York: Wiley, 1970.

YULE, G.U. On a method of investigating periodicities in disturbed series, with special reference to Wölfers's sunspot numbers. Phil.Trans., 1927, A226, 267.

YAGLOM, A.M. The correlation theory of processes whose nth difference constitute a stationary process. Matem.Sb., 1955, 37(79), 141.

ZAREMBA, S.K. Test for the presence of trends in linear processes. Warschau: 1972.

ZERSSEN, D.v. Die Befindlichkeitsskalen (Bfs,Bfs'). Weinheim: Beltz Test Gesellschaft, 1975.

ZIMBARDO, P.G. Syness - what ist is, what to do about it. New York: Addison - Wesley, 1977.

ZUBIN, J. (ed.) Symposium on statistics for the clinician. Journal of Clinical Psychology, 1950, 6, 1-76.

A n h a n g:

Verwendete Computerprogramme.

Die Gründlage der in der vorliegenden Arbeit berechneten Beispiele lieferten:

(a) die Programmsammlung von PACK et al. (1972), die von PACK (1974a, 1974b, 1977) weiterentwickelt wurde. Dieses Programmpaket wurde vom Autor der vorliegenden Arbeit in einigen wesentlichen Punkten modifiziert und erweitert. Die wichtigsten Modifikationen und Erweiterungen waren:

1) Die Eingabe wurde völlig neu und komfortabler gestaltet.

2) Das Programm wurde mit Plotroutinen ausgestattet.

3) Der RAO - TINTER Test wurde eingebaut.

4) Es wurden verschiedene weitere FORTRAN Routinen vom Autor geschrieben, z.B. eine Routine zur Berechnung des Periodogramms und des Periodogrammtests und eine Routine zur Überprüfung der Normalverteilung der Residuen.

(b) das Programm TSX von BOWER et al. (1974) wurde zum Zweck der Modellidentifikation über die Residuen des OLS - Modells und für die ARIMA Transformation des Modells aufgrund der ARIMA Parameterschätzung der Residuen des OLS Modells völlig umgeschrieben. Ein logischer Parameter steuert, ob ein OLS - Modell mit anschliessender Berechnung der ACF, PACF, RAO - TINTNER Tests, Periodogramm und Normalitätstest der Residuen durchgeführt werden soll, oder ob ein "GLS" Modell durchgefürt werden soll. Im letzteren Fall werden die geschätzten ARIMA Parameter, ohne Restriktion bezüglich des Backshift Operators B , eingegeben.

CURRICULUM VITAE

BIOGRAFISCHES: Geboren am 10.8.1946 in Marktbreit, verheiratet, zwei Kinder.

ELTERN: Dr. Georg Keeser, Oberstudiendirektor a.D. und Lea Keeser, geb. Jaschensky, Hausfrau.

SCHULBESUCHE: Volkschule in Gemünden und Bad Kissingen. Realgymnasium in Bad Kissingen. Humanistisches Gymnasium in München und Tegernsee. Abitur 1967 in München.

STUDIUM: Psychologiestudium in Regensburg und München. Allgemeine Psychologie bei Prof. Müller, Prof. Hoyos, Prof. Vukovich, Prof. Tack; Persönlichkeitspsychologie bei Prof. Brengelmann,
Vordiplom: April 1971, Universität Regensburg. Klinische Psychologie bei Prof. Butollo, Prof. Tunner, Prof. Birbaumer; Pädagogische Psychologie bei Prof. Schiefele; Sozialpsychologie bei Prof. Lukasczyk, Prof. Keupp.
Diplom: Dezember 1974, Universtät München.

BISHERIGE POSITIONEN: Max Planck Institut für Psychiatrie, München: EEG Abteilung (Arbeitsgruppe Legewie); Psychologische Abteilung, (Abteilungsleiter Prof. Brengelmann) (1.1.1975 - 31.10 1977)
Forschungsstelle für Psychotherapie, Stuttgart (Forschungs= stellenleiter Prof. Enke) (1.11.1977 - 30.6.1979)

DERZEITIGE POSITION: Institut für medizinische Psychologie der Universität München (Vorstand: Prof. Pöppel).

MITGLIEDSCHAFTEN: Psychometric Society, Society for Multivariate Experimental Psychology (SMEP), Bund Deutscher Psychologen (BDP), Deutsche Gesellschaft für Verhaltenstherapie (DGVT).